EDUCA JUNTOS

ESTADO E MUNICÍPIOS JUNTOS PELA EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE ATIVIDADES DO PROFESSOR

VOLUME 3

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
E DO ESPORTE

ANA RUTH STAREPRAVO

EDUCA JUNTOS: MATEMÁTICA

CADERNO DE ATIVIDADES
DO PROFESSOR
Volume 3

CURITIBA
SEED/PR
2022

Depósito legal na Fundação Biblioteca Nacional, conforme Lei n. 10.994, de 14 de dezembro de 2004.

É permitida a reprodução total ou parcial desta obra, desde que citada a fonte.

Educa Juntos, Matemática, Caderno de Orientações Gerais.
Educa Juntos, Matemática, Caderno de Atividades do Professor - v. 1 - 4.
Educa Juntos, Matemática, Caderno de Atividades do Estudante - v. 1 - 4.

CATALOGAÇÃO NA FONTE

Dados internacionais de catalogação na publicação
Bibliotecário responsável: Bruno José Leonardi - CRB-9/1617

S795 Starepravo, Ana Ruth.
Educa juntos : matemática [recurso eletrônico] / texto de Ana Ruth Starepravo ; organizado por Maria Fernanda Girardi, Michelle Moreira dos Santos e Silvia Regina Darronqui. - Curitiba, PR : SEED, 2022.
198 p. ; il. (Caderno de atividades do professor, v.3)

ISBN 978-85-8015-118-3
Inclui bibliografia
46.000 Kb ; PDF

1. Ensino fundamental - Anos iniciais - Paraná. 2. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. - Paraná. 3. Anos iniciais - Ensino fundamental. - Municípios. 4. Matemática. 5. Ensino fundamental - Currículo - Paraná. 6. Organização do trabalho pedagógico. I. Paraná. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. II. Diretoria de Educação - Paraná. III. Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios. IV. Secretarias Municipais de Educação - Paraná. V. Girardi, Maria Fernanda. VI. Santos, Michelle Moreira dos. VII. Darronqui, Silvia Regina. VIII. Título.

CDD 372.7
CDU 510 (816.2)

Secretaria de Estado da Educação e do Esporte
Av. Água Verde, 2140 - Vila Izabel
80.240-900 - Curitiba - Paraná
Telefone: (41) 3340-1500
www.educacao.pr.gov.br

Governador do Estado do Paraná
Carlos Massa Ratinho Junior

Secretário de Estado da Educação e do Esporte
Renato Feder

Diretor Geral
Vinícius Mendonça Vieira

Diretor de Educação
Roni Miranda Vieira

Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios
Eliane Alves Bernardi Benatto

DISTRIBUIÇÃO GRATUITA

2022

FICHA TÉCNICA

AUTORIA
Ana Ruth Starepravo

ORGANIZADORES
Maria Fernanda Girardi
Michelle Moreira dos Santos (SEED)
Silvia Regina Darronqui (SEED)

REVISÃO TEXTUAL
Maria de Fátima Silveira Jardim

NORMALIZAÇÃO BIBLIOGRÁFICA
Ricardo Hasper (SEED)

DIAGRAMAÇÃO
Marcos André Stamm Borges

PROJETO GRÁFICO E CAPA
Fernanda Serrer (SEED)
Jocelin Vianna (SEED)

REVISÃO FINAL
Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios (SEED)

Eliane Alves Bernardi Benatto (Coord.)
Ana Carolina Camargo Morello
Ana Paula Mehret
Cleusa Salete dos Santos Curcel
Késiene do Amaral Toledo
Mauricio Pastor dos Santos
Michelle Moreira dos Santos
Michely Torquato Busatta
Renata Aparecida Quani
Ricardo Hasper
Silvia Regina Darronqui

COOPERAÇÃO TÉCNICA INTERNACIONAL - SEED / UNESCO
Denise Estorilho Baganha (SEED)
Meryna Therezinha Juliano Rosa (SEED)

COOPERAÇÃO TÉCNICA

Esta publicação tem a cooperação entre a UNESCO e a Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná no âmbito da parceria PRODOC 914BRZ1091, cujo objetivo é trazer soluções inovadoras de gestão da rede pública estadual de educação do Paraná para a melhoria da aprendizagem dos alunos. As indicações de nomes e a apresentação do material ao longo desta publicação não implicam a manifestação de qualquer opinião por parte da UNESCO a respeito da condição jurídica de qualquer país, território, cidade, região ou de suas autoridades, tampouco da delimitação de suas fronteiras ou limites. As ideias e opiniões expressas nesta publicação são as dos autores e não refletem obrigatoriamente as da UNESCO nem comprometem a organização.

PREZADO(A) PROFESSOR(A)

O presente material compõe a série de quatro Cadernos de Atividades de Matemática.

Em consonância com o **Referencial Curricular do Paraná** e o **Referencial em Foco,** cada Caderno traz um conjunto de Sequências Didáticas (SD's).

Com a finalidade de auxiliar na escolha da SD que mais atende às necessidades dos(as) seus(suas) estudantes e, ainda, evidenciar que essa pode ser desenvolvida com turmas de diferentes anos, no início de cada Caderno são apresentados os objetivos de aprendizagem em seriação do 1º ao 3º ano. Em cada SD são explorados diversos objetivos de aprendizagem, bem como um mesmo objetivo pode se repetir em diferentes SD's dos quatro Cadernos de Atividades. Essa organização foi pensada para que os(as) estudantes tenham a chance de interagir, repetidas vezes, com um mesmo objeto de conhecimento, em diferentes momentos e contextos.

Esse terceiro Caderno de Atividades é composto por seis Sequências Didáticas (SD's) independentes que exploram objetivos de aprendizagem, comentários, orientações didáticas e sugestões de aprofundamento. Destaca-se a contribuição de **Ivonildes dos Santos Milan** e de **Larissa Guirao Bossoni** na elaboração de duas dessas SD's: Brincando com a Calculadora e Jogo Feche a Caixa.

O Caderno foi concebido como um importante apoio pedagógico para o trabalho com as defasagens de Matemática. Mais do que um rol de sugestões de atividades a serem propostas para seus(suas) estudantes, trata-se de um material estruturado para lhe ajudar a compreender **como as crianças aprendem Matemática**, que

dificuldades enfrentam e como é possível auxiliá-las para que avancem em seu processo de aprendizado.

Toda criança tem o direito de aprender!

A partir desse princípio, pretende-se contribuir para que a aprendizagem de Matemática seja mais lúdica e carregada de sentido para as crianças, de forma que possa instigar-lhes a capacidade de **compreender**, **usufruir** e, principalmente, **transformar** o mundo no qual vivem.

BOM TRABALHO!

SUMÁRIO

QUADROS DE OBJETIVOS 13
SD ARRANJOS RETANGULARES 17
APRESENTAÇÃO 18
DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 19
OBJETIVOS 19
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA..... 20
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 41
OUTRAS SUGESTÕES 48
REFERÊNCIAS 51
SD QUADRO DOS NÚMEROS II 69
APRESENTAÇÃO 70
DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 70
OBJETIVOS 71
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 72
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 82
OUTRAS SUGESTÕES 89
REFERÊNCIAS 89
SD JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL 95
APRESENTAÇÃO 96
DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 97
OBJETIVOS 97

REGRAS DO JOGO 98
COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES A RESPEITO DO JOGO 99
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 100
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 113
OUTRAS SUGESTÕES 122
REFERÊNCIAS 122
SD TIRA NUMÉRICA II 123
APRESENTAÇÃO 124
DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 124
OBJETIVOS 125
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 126
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 142
OUTRAS SUGESTÕES 148
REFERÊNCIAS 150
SD JOGO BATALHA DUPLA 151
APRESENTAÇÃO 152
DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 153
OBJETIVOS 153
REGRAS DO JOGO 154
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 156
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 163
OUTRAS SUGESTÕES 170
REFERÊNCIAS 171
SD JOGO MINI YAM 173
APRESENTAÇÃO 174

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE 175
OBJETIVOS 175
REGRAS DO JOGO 176
COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES A RESPEITO DO JOGO 179
DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 180
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE 186
OUTRAS SUGESTÕES 194
REFERÊNCIAS 195

QUADROS DE OBJETIVOS

Objetivos por Sequência Didática de acordo com o Referencial Curricular do Paraná em Foco:

SEQUÊNCIA DIDÁTICA ARRANJOS RETANGULARES	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EF01MA08.n.1.64) Resolver e elaborar problemas que envolvem as ideias de divisão (distribuição e medida) e multiplicação (ideia de adição de parcelas iguais) utilizando recursos manipuláveis, digitais e registros pictóricos como apoio.
2°	(PR.EF02MA07.a.2.80) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais, por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens, material manipulável e digital.
3°	(PR.EF03MA07.a.3.16) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros e representações por meio de recursos manipuláveis ou digitais. (PR.EF03MA03.s.3.10) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUADRO DOS NÚMEROS II	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EF01MA07.s.1.38) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo. (PR.EF01MA05.s.1.59) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica. (PR.EFO1MA06.d.1.15) Construir estratégias pessoais de cálculo, com registro (algarismos ou desenhos) para resolver problemas envolvendo adição e subtração.

2°	(PR.EF02MA09.s.2.37) Identificar e construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. (PR.EF02MA11.s.2.44) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras. (PR.EF02MA10.s.2.43) Identificar e descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
3°	(PR.EF03MA02.s.3.07) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens. (PR.EF03MA10.s.3.18) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. (PR.EF03MA04.s.3.46) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.

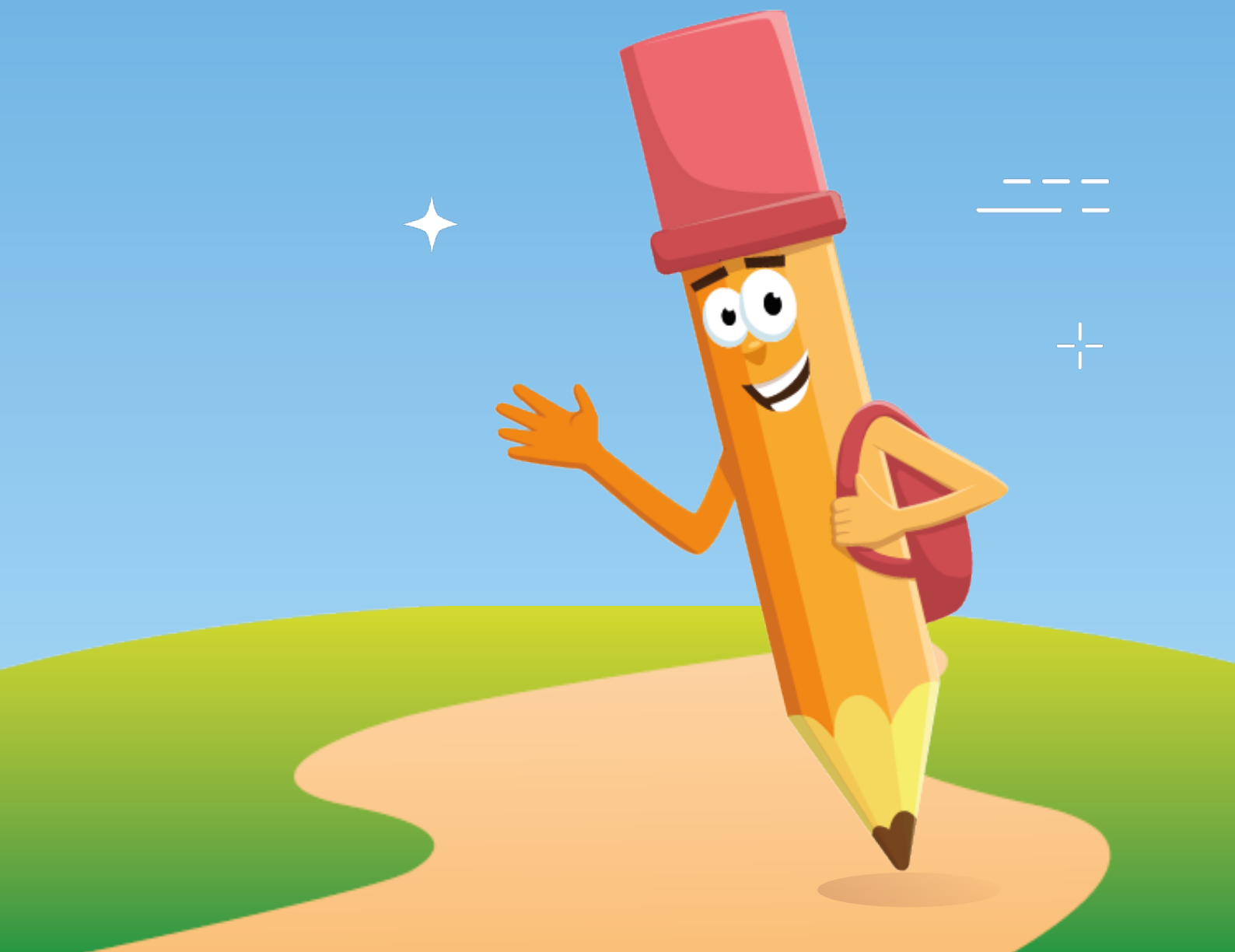
SEQUÊNCIA DIDÁTICA JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EF01MA07.s.1.38) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.
2°	(PR.EF02MA01.n.2.01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero). (PR.EF02MA04.a.2.35) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições para reconhecer o seu valor posicional.
3°	(PR.EF03MA02.s.3.07) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA TIRA NUMÉRICA II	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EF01MA05.s.1.59) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica. (PR.EF01MA07.s.1.38) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo. (PR.EF01MA08.s.1.39) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
2°	(PR.EF02MA04.a.2.35) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições para reconhecer o seu valor posicional. (PR.EF02MA08.a.2.82) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais em diferentes contextos, em especial: jogos e brincadeiras.
3°	(PR.EF03MA04.s.3.46) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda. (PR.EF03MA05.s.3.11) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. (PR.EF03MA10.s.3.18) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. (PR.EF03MA02.n.3.29) Compreender e utilizar os conceitos de número par e ímpar no contexto de jogos, brincadeiras e resolução de problemas.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA JOGO BATALHA DUPLA	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EFO1MA02.s.1.06) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos, por meio de recursos (manipuláveis e digitais) e apoio em imagens como suporte para resolver problemas.
2°	(PR.EF02MA04.a.2.35) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições para reconhecer o seu valor posicional.
3°	(PR.EF03MA05.s.3.11) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. (PR.EF03MA06.a.3.73) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar (quanto a mais, quanto a menos, qual a diferença) e completar quantidades (quanto falta para), utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental, com o suporte de imagens, material manipulável e/ ou digital.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA JOGO MINI YAM	
ANO CURRICULAR	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**
1°	(PR.EF01MA08.n.1.64) Resolver e elaborar problemas que envolvem as ideias de divisão (distribuição e medida) e multiplicação (ideia de adição de parcelas iguais) utilizando recursos manipuláveis, digitais e registros pictóricos como apoio.
2°	(PR.EF02MA07.a.2.80) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais, por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens, material manipulável e digital.
3°	(PR.EF03MA07.a.3.16) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros e representações por meio de recursos manipuláveis ou digitais. (PR.EF03MA03.s.3.10) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.

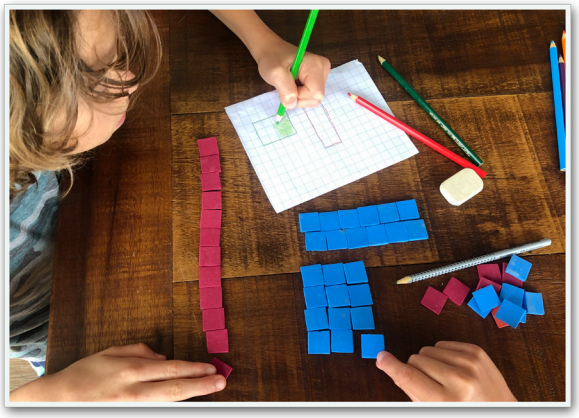
ARRANJOS RETANGULARES



APRESENTAÇÃO

Nesta Sequência Didática são apresentados problemas multiplicativos que envolvem relações de proporcionalidade simples no contexto de **configuração retangular**. Esse tipo de situação multiplicativa integra aspectos da aritmética e da geometria, dois campos que costumam ser trabalhados de forma desvinculada na escola.

Usando **quadradinhos de EVA e papel quadriculado**, os(as) estudantes irão investigar diferentes possibilidades de compor retângulos e de realizar contagens por meio de agrupamentos. Nesse processo, lidarão com problemas do campo numérico, mas também com questões relativas ao espaço.



Fonte: Acervo da autora, 2022

O trabalho com a multiplicação nos anos iniciais precisa ir além do ritual associado à memorização da tabuada para posterior aplicação nas "contas de vezes". É necessário que as crianças sejam desafiadas a usar o pensamento multiplicativo em situações complexas e isso implica a sua relação com a divisão. Multiplicação e divisão fazem parte de um mesmo Campo Conceitual, o das Estruturas Multiplicativas (VERGNAUD, 2009). Ao trabalhar com as situações-problema propostas nessa SD, as crianças irão explorar, de forma operatória, essas duas operações.

Crianças treinadas para aplicar os algoritmos da multiplicação e da divisão podem ter sucesso na obtenção de "respostas corretas" para os exercícios escolares. Entretanto, grande parte dessas crianças não têm a oportunidade de construir, por meio do trabalho com essas operações, noções fundamentais e estruturantes no campo da Matemática que lhes servirão como base para a realização de novas aprendizagens. É o caso da ideia de **proporcionalidade** que está fortemente vinculada à multiplicação e que tem uma vasta aplicação, também, em outras áreas do conhecimento - como Física, Química e Geografia - e na solução de problemas do cotidiano, como por exemplo, a adaptação de uma receita ou a leitura de uma planta baixa (STAREPRAVO, 2010).

As situações-problema envolvendo arranjos retangulares serão, também, o ponto de partida para a construção da Tábua de Pitágoras[1] pelas próprias crianças, que poderão usá-la como apoio para encontrar resultados de multiplicações.

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

Situações-problema envolvendo a multiplicação e a divisão devem ser exploradas desde a Educação Infantil. Sendo assim, mesmo entendendo que a formalização de conceitos relacionados ao campo multiplicativo devam ocorrer de forma mais sistemática a partir do terceiro ano, **recomenda-se que as crianças vivenciem na escola, desde muito cedo, uma variedade de situações envolvendo o pensamento multiplicativo.**

As atividades propostas nessa SD são acessíveis para crianças de diferentes idades. Enquanto crianças mais velhas e/ou com habilidades numéricas mais desenvolvidas resolverão os problemas propostos usando o cálculo, outras poderão recorrer, ainda, à contagem e/ou procedimentos aditivos.

Nas três primeiras etapas da SD propõem-se problemas adequados às possibilidades cognitivas de crianças do primeiro ao terceiro anos. A partir da quarta etapa, explora-se a introdução da linguagem matemática formal relacionada à operação de multiplicação e propõe-se a construção da Tábua de Multiplicação. Sugere-se, portanto, que você avalie até onde seus(suas) estudantes podem e/ou devem avançar, sem que haja uma formalização precoce e desnecessária.

Vale destacar que os procedimentos de solução desenvolvidos pelas próprias crianças podem parecer pouco práticos e muito complicados, do ponto de vista de um(a) adulto(a), porém são essenciais para a compreensão dos conceitos pelas crianças. Lembre-se de que elas aprendem por meio da própria ação mental e que esse processo “inventivo" da criança é o elemento sem o qual não ocorre aprendizagem.

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática, pretende-se contribuir para que a criança torne-se, progressivamente, capaz de:

- representar diferentes números por meio de arranjos retangulares;

[1] Tabela que contém os resultados das multiplicações entre números de 1 a 10. Foi criada pelo filósofo e matemático grego da antiguidade, Pitágoras de Samos.

- progredir da contagem ao cálculo, relacionando os procedimentos de contagem com os procedimentos de cálculo (tanto aditivos quanto multiplicativos);
- representar arranjos retangulares por meio de notações aditivas e/ou multiplicativas;
- resolver problemas de multiplicação com os significados de adição de parcelas iguais e configuração retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros;
- produzir notação simbólica convencional para representar diferentes arranjos retangulares;
- compor arranjos retangulares a partir de notações aditivas e multiplicativas dadas;
- estabelecer relação de correspondência entre alguns arranjos retangulares e notações aditivas e multiplicativas dadas;
- construir uma tábua da multiplicação entre os números de 1 a 10 em arranjo retangular 10 x 10.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

- quadradinhos de EVA ou cubos pequenos do Material Dourado;
- copos plásticos;
- papel quadriculado;
- dados numerados;
- lápis de cor e tesoura;
- Caderno de Atividades do Estudante.

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRA ETAPA

Sugere-se iniciar a proposta com uma discussão sobre o **conceito de retângulo**. Anuncie que será realizada uma atividade na qual as crianças deverão construir retângulos e que você gostaria de ouvir o que elas já sabem a respeito dessas figuras.

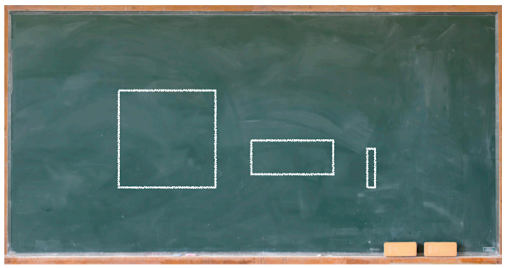
Não se espera que as crianças sejam capazes de apresentar uma definição sobre essa forma geométrica. Mesmo que possam reconhecer uma figura como sendo um retângulo, certamente terão dificuldade para conceituá-la. É muito comum que exemplifiquem, mostrando elementos do espaço no qual se encontre a forma de um retângulo, como por exemplo: porta, janela, quadro de giz, livro, mesa, parede etc.

A cada elemento citado, pergunte às demais crianças se elas concordam que o objeto em questão se trata de um retângulo. Visando a auxiliá-las na conceitualização, você pode, a partir dos elementos levantados, propor algumas questões que as levem a pensar nas características de cada elemento citado que o qualifica como um retângulo. Veja alguns exemplos no quadro:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Vocês deram vários exemplos de retângulos, mas como poderiam explicar o que é um retângulo?	Com essa questão você poderá ajudar as crianças a perceberem que **há uma diferença entre explicar o que é algo e mostrar um exemplo desse elemento**. Nesse momento, podem aparecer explicações muito rudimentares, como por exemplo: *"é uma coisa que tem um formato assim, igual desse caderno"* ou *"é uma coisa assim, mais comprida de um lado e mais curta do outro"* etc.
Vocês disseram que o retângulo é uma "coisa", mas que tipo de coisa? É uma coisa de comer? Uma fruta, por exemplo? Um animal? Um carro?	Por meio dessa pergunta você ajudará as crianças a perceberem que "as coisas" podem ser categorizadas em função de suas características. Mesmo que não disponham de um vocabulário adequado para realizar a categorização do retângulo como uma forma geométrica, elas já poderão, nesse momento, operar por exclusão: não é um alimento (embora um alimento possa ter a forma de um retângulo), não é um ser vivo, não é um veículo (embora alguns veículos possam ter formas semelhantes à de um retângulo). A conversa provocada por essa questão pode levar as crianças a pensarem no retângulo como uma **forma**, ou como uma **figura.**
Todas as formas (ou figuras) que vocês conhecem são retângulos? Que outras formas (ou figuras) vocês conhecem?	Para definir o que é um retângulo, também é importante que as crianças consigam reconhecer as formas (ou figuras) que não são retângulos. Com essa pergunta você poderá identificar outras formas que as crianças já são capazes de identificar. É comum que mencionem o quadrado, o círculo e o triângulo. Caso não o façam, desenhe essas figuras no quadro de giz e pergunte se as reconhecem e se alguma delas é um retângulo.
Em que aspectos essas formas se diferenciam dos retângulos?	Nesse momento, as crianças possivelmente usarão expressões tais como retas, curvas, pontas, lados etc. O círculo se diferencia das demais por ser formado por uma linha curva. As demais figuras são formadas por linhas retas (3 linhas no caso do triângulo e 4 linhas no caso do retângulo e do quadrado). Esse é um momento para falar livremente, para fazer um levantamento de ideias que podem ser organizadas por você, professor(a).

Qual dessas figuras mais se parece com um retângulo? Por quê?	Embora todo quadrado seja um retângulo, essa relação será construída progressivamente pelas crianças. Nesse momento, elas poderão apenas destacar as diferenças e semelhanças entre as duas figuras. Essas relações são, em geral, enunciadas da seguinte forma pelas crianças: *"o quadrado é menor"*; *"o retângulo é mais comprido"*; *"o quadrado é mais curto"*; *"o retângulo é mais fino"* etc.

A dificuldade das crianças para explicar semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas se deve, em parte, à falta de vocabulário específico. Quando as crianças dizem que o quadrado é "menor" do que o retângulo, estão querendo dizer que os retângulos possuem lados mais compridos (2 deles). Caso seus(suas) estudantes usem esse argumento, sugere-se desenhar, no quadro de giz, um quadrado bem grande e dois retângulos menores, como mostrado a seguir:



Fonte: Acervo da autora, 2022

Ao comparar as figuras desenhadas, as crianças poderão reformular as suas explicações, uma vez que um quadrado pode ser menor do que um retângulo (assim como um retângulo também pode ser maior do que um quadrado). Diga às crianças que a diferença está **na medida dos lados** das figuras e não na medida das figuras em si. Sugira que comparem os lados de um quadrado e os lados de um retângulo, mas anuncie que há uma relação entre os lados de um quadrado que só tem ali, ou seja, essa mesma relação não pode ser encontrada nos retângulos:

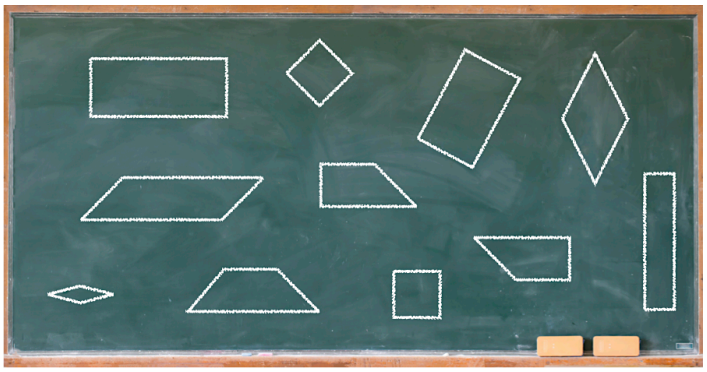
Quadrados e retângulos se parecem, porque as duas figuras têm 4 lados, certo? Mas podemos dizer algo a respeito dos lados do quadrado que não pode ser dito a respeito dos lados do retângulo. O que é? Quem consegue descobrir?

As crianças se sentem desafiadas por aquilo que lhes é apresentado como um mistério, um enigma, como algo a ser desvendado. Note que as relações de **semelhança** e **diferença** não estão presentes nos objetos, portanto, não se trata de conhecimentos que podem ser abstraídos empiricamente (ou seja, apenas pela observação e/ou manipulação dos objetos), mas são relações criadas pelos sujeitos

que interagem com esses objetos, colocando-os em comparação. É necessário coordenar diferentes elementos para poder “enxergar" semelhanças e diferenças e esse é um trabalho que a própria criança deve realizar. Não é possível fazer isso pela criança e, nesse sentido, explicar qual é a diferença, tentar mostrá-la diretamente é improdutivo, pois a criança poderá até repetir as informações transmitidas, sem, contudo, construir esquemas de conhecimento que lhe permitirão usar os conhecimentos de forma operatória.

Nesse sentido, o trabalho com a geometria promove o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e contribui para aprendizagens também no campo numérico.

Vale reiterar que **o conceito de retângulo será construído progressivamente pelas crianças, ao longo do tempo**. O que se propõe aqui é uma primeira exploração, que deverá ser retomada e ampliada posteriormente. Nesse momento, é suficiente compreender que se trata de uma figura de quatro lados (quadrilátero) e que esses lados não precisam, necessariamente, ser todos iguais. Esse conceito será ampliado quando a criança tiver a oportunidade de comparar retângulos com outros quadriláteros (como os mostrados na figura abaixo, por exemplo). Isso a fará pensar sobre **inclinação** e **paralelismo dos lados,** por exemplo.



Sugere-se, ainda, a construção de um cartaz com o registro das ideias levantadas na turma, que pode ser ilustrado com diferentes retângulos (de diferentes tamanhos e em diferentes posições). O quadrado pode ser incluído nesse cartaz, uma vez que todo quadrado é um retângulo (embora nem todo retângulo seja um quadrado)[2]. Entretanto, é importante deixar claro que ele é um tipo especial de retângulo, portanto, nem todos os retângulos são como ele. Essa relação de inclusão é semelhante àquela usada em relação à nacionalidade e ao estado de nascimento de uma pessoa. Por exemplo: todo paranaense é um brasileiro, porém nem todo

[2] O retângulo é um quadrilátero que possui todos os ângulos retos, por isso o quadrado é um tipo especial de retângulo. O quadrado é um quadrilátero, possui todos os ângulos retos e, além disso, tem os quatro lados de mesma medida, o que o coloca em uma categoria especial de retângulos.

brasileiro é paranaense. Paranaense é uma subcategoria da nacionalidade brasileira. Para ser paranaense é necessário ser brasileiro, já que o Paraná é parte do Brasil (um de seus estados). O inverso, contudo, não é verdadeiro, pois há outros estados, portanto, **alguns brasileiros são paranaenses** - assim como **alguns retângulos são quadrados**.

Após essa discussão inicial, Informe às crianças que elas irão trabalhar com a construção de retângulos usando quadradinhos de EVA. Organize a turma em trios e entregue um copo contendo **12 quadradinhos** para cada trio[3].

Deixe que explorem o material livremente. É esperado que contem o número de quadradinhos e que tentem montar alguma coisa com eles. Poderão enfileirá-los, empilhá-los, ou, ainda, usá-los para construir figuras - inclusive retângulos. Esse momento de exploração livre é importante, pois sem ele, é possível que algumas crianças queiram brincar com as fichas quando forem propostos os desafios.

Quando você perceber que as crianças já brincaram o suficiente com o material, proponha o seguinte desafio:

> Como montar um retângulo usando os 12 quadradinhos do copo?

Nas primeiras tentativas, é possível que algumas equipes façam apenas o contorno do retângulo. Explique que você quer retângulos "preenchidos". Que não pode ser apenas o contorno. Sugira que organizem os quadradinhos em **linhas** e em **colunas**, como nos quadros e tabelas[4].

Peça que as crianças comparem seus retângulos com aqueles formados por outras equipes e questione-as sobre a possibilidade de se formar diferentes retângulos com a mesma quantidade de fichas. Você pode ampliar o desafio, sugerindo que descubram todos os retângulos possíveis de se montar usando 12 quadradinhos.

No Caderno de Atividades do Estudante foram anexadas malhas quadriculadas que podem ser usadas para o registro dos retângulos formados. Como cada trio dispõe de apenas um conjunto de 12 fichas, é necessário desmanchar um retângulo para compor outro. **O registro no papel quadriculado servirá de memória para o desafio**

---

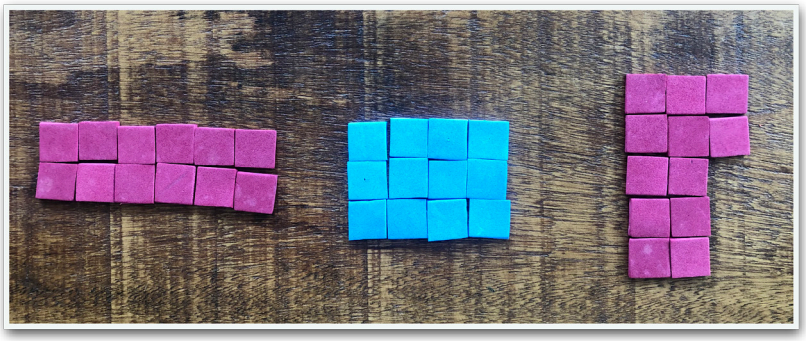
[3] Sugere-se recortar quadradinhos de 1 a 2 centímetros quadrados, em EVA de 2 ou 3mm. No lugar do EVA, pode-se utilizar os cubos pequenos do Material Dourado (unidades), entretanto por se tratar de um material muito pequeno, seu manuseio pode ser difícil para crianças mais novas.

[4] Os conceitos de linha e coluna são explorados em diferentes SD's desse material. Ver, por exemplo, SD Quadro dos Números (Volume 1); SD Quadro dos Números II (Volume 3); Jogo Batalha dos Números (Volume 4).

proposto. As crianças podem marcar apenas o contorno do retângulo, usando lápis grafite e/ou colorido ou pintar os quadradinhos correspondentes.

É fundamental que haja um momento de socialização, no qual as crianças poderão comparar seus registros com aqueles feitos pelas demais equipes. Nesse momento, é importante que as crianças falem sobre como pensaram para resolver o desafio proposto, compartilhando, inclusive, as tentativas que se revelaram infrutíferas, ou seja, que não deram certo.

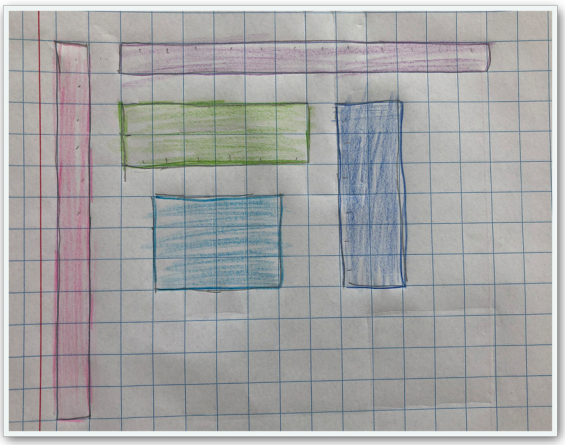
Há três retângulos possíveis: **3 x 4; 2 x 6** e **1 x 12**[5]. Em geral, as crianças pensam nos dois primeiros, sendo que algumas nem reconhecem a terceira composição como um retângulo, por ser “muito fino" ou "muito comprido". Recomenda-se propor uma discussão acerca da **ideia de agrupamentos**. Os quadradinhos podem ser agrupados - **em linhas ou em colunas** - de 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4 e de 6 em 6 para se obter retângulos. Há também a possibilidade de um único grupo de 12 quadradinhos. Um agrupamento de 5 em 5, para 12 quadradinhos, por exemplo, não resulta em um retângulo.



Fonte: Acervo da autora, 2022

O registro dos retângulos na malha quadriculada pode ser difícil para algumas crianças, que sentirão necessidade de desenhar cada quadradinho. Outras, poderão marcar o contorno de cada linha e/ou coluna e, certamente, haverá aquelas que já serão capazes de fazer apenas o contorno do retângulo. Por isso, é importante que as crianças tenham a oportunidade de comparar seus registros com aqueles feitos pelas demais equipes. Além disso, é comum, nessas atividades, que as crianças registrem um mesmo retângulo duas vezes. No exemplo a seguir, sem considerar que repetiu um mesmo retângulo (em posições diferentes), a equipe considerou que seria possível formar 5 retângulos diferentes com 12 quadradinhos:

[5] Embora aqui, no Caderno de Atividades do Professor, sejam usadas notações multiplicativas para representar os retângulos, não é esperado que as crianças utilizem esse tipo de registro nessa etapa.



As crianças podem demorar a perceber que a mudança de posição não modifica o retângulo. Embora essa questão deva ser colocada em discussão, não espere que todas as crianças façam essa conservação ao mesmo tempo. Além disso, elas terão muitas oportunidades de interagir com esse mesmo problema em outras atividades.

Após a proposição desse primeiro desafio, a socialização dos registros e a discussão sobre os modos de enfrentamento do problema proposto, entregue mais 12 quadradinhos para cada equipe e proponha que montem diferentes retângulos usando:

15 quadradinhos	20 quadradinhos	24 quadradinhos

Lembre-se de que as crianças não poderão antecipar quais são os retângulos possíveis para cada quantidade total, como faria um(a) adulto(a). **Trata-se, portanto, de uma atividade de investigação, cuja solução será obtida, muitas vezes, por *ensaio e erro.***

Enquanto as crianças trabalham na montagem dos retângulos, circule entre elas e observe como interagem nas equipes e como se organizam para testar diferentes possibilidades de organização dos quadradinhos. Você pode fazer perguntas que as auxiliem a pensar em diferentes arranjos, entretanto não mostre as soluções. Veja alguns exemplos de perguntas que podem auxiliar as crianças:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Com 15 quadradinhos no total, é possível obter um retângulo, agrupando-os de 2 em 2? Por quê?	Por meio dessa pergunta, você estimula as crianças a realizarem um agrupamento e a observarem o resultado obtido. Agrupando-os de 2 em 2, terão duas linhas (ou duas colunas) com 7 quadradinhos, mas ficará sobrando um quadradinho, ou seja, não terão um retângulo.

E se forem agrupados de 3 em 3, vocês terão um retângulo? Por quê?	É importante que as crianças usem seus quadradinhos para testar a organização proposta. Ao fazê-lo, poderão constatar que é possível formar 5 grupos de 3 quadradinhos (linhas ou colunas).
Seria diferente se vocês agrupassem os quadradinhos de 5 em 5? Por quê?	As crianças podem pensar que se trata de um outro retângulo, pois não é evidente, para elas, que 5 linhas, cada uma com 3 quadradinhos, por exemplo, é o mesmo que 3 linhas, cada uma com 5 quadradinhos. Será necessário verificar, por meio das repetidas experiências com a construção e com o registro dos retângulos, que **linhas e colunas são intercambiáveis** e que dependem da posição do retângulo em relação àquele(a) que o observa.
Agrupando os quadradinhos de 4 em 4, obtém-se um retângulo? Por quê?	À medida que as crianças forem explorando a composição dos arranjos retangulares com diferentes quantidades, perceberão que para formar retângulos é necessário usar agrupamentos sempre com a mesma quantidade de quadradinhos. Assim, 5 + 5 + 5 forma um retângulo, entretanto 4 + 4 + 4 + 3 não forma.

Para finalizar essa etapa, sugere-se a realização de uma roda de conversa, com todos(as) sentados(as) no chão. Coloque no centro da roda alguns quadradinhos de EVA para que as crianças mostrem as diferentes composições que fizeram para cada quantidade total. Se possível, use quadrados maiores (de EVA ou cartolina) cuja visualização, na roda, seja melhor para os(as) participantes.

Você pode convidar um(a) estudante para mostrar um dos retângulos que foi produzido em sua equipe, com 15 quadradinhos, por exemplo, e depois perguntar aos(às) demais se concordam com a solução apresentada pelo(a) colega e se há outro retângulo possível de ser montado, com a mesma quantidade de quadradinhos. A cada retângulo apresentado, uma criança diferente pode fazer o registro correspondente no quadro de giz ou em um cartaz (papel pardo ou cartolina).

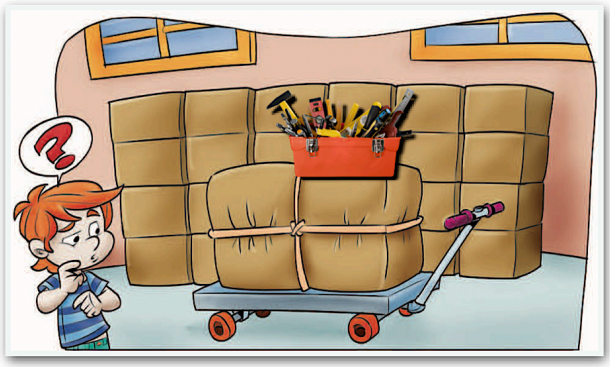
Dessa forma, todas as crianças poderão participar, seja montando os retângulos no centro da roda, seja analisando os arranjos apresentados ou, ainda, registrando-os no quadro de giz ou no cartaz.

Sugere-se que os conceitos de linha e coluna sejam explorados nessa discussão e que as crianças sejam incentivadas a se expressarem em relação aos retângulos usando esses termos. Por exemplo: “o retângulo tem 5 linhas, cada uma com 3 quadradinhos" ou “o retângulo tem 3 colunas, cada uma com 5 quadradinhos”.

No Caderno de Atividades do Estudante são propostas duas atividades que exploram a montagem e o registro de retângulos a partir de um conjunto determinado de fichas. Recomenda-se que as crianças trabalhem com essas atividades antes de passar à próxima etapa.

SEGUNDA ETAPA

Nessa etapa serão exploradas atividades para quantificação de arranjos retangulares. No primeiro desafio, as crianças deverão usar os conceitos de linha e de coluna para antecipar a quantidade total de um arranjo retangular no qual alguns elementos não são visíveis. No Caderno de Atividades do Estudante foi anexada uma figura como a mostrada abaixo:



Fonte: Adaptado de Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

Organize a turma em trios e peça que localizem essa imagem em seus Cadernos de Atividades do Estudante. Diga-lhes que **o garoto da imagem recebeu a tarefa de contar quantas caixas estavam empilhadas junto à parede, porém ele se deparou com um problema.**

Com base na imagem que terão em mãos, cada trio deverá discutir sobre as seguintes questões:

- Qual é o problema enfrentado pelo garoto?
- Como ele poderia resolvê-lo?

Espera-se que as crianças identifiquem a impossibilidade de visualizar todas as caixas para realizar a contagem. Como solução, muitas delas poderão sugerir que o garoto afaste o carrinho ou, ainda, que se posicione atrás dele para visualizar todas as caixas.

Promova um momento de socialização das discussões realizadas nos pequenos grupos. Nesse momento, é possível que as próprias crianças apresentem duas questões que podem impedir as soluções propostas pelos(as) colegas:

- E se o carrinho estiver encostado nas caixas? (Nesse caso não haverá espaço para ficar entre ele e a pilha de caixas).
- E se o carrinho for muito pesado e o garoto não conseguir tirá-lo do lugar?

Caso essas questões não surjam das próprias crianças, apresente-as você mesmo(a) para elas. Os(as) estudantes podem sugerir, ainda, que o menino peça ajuda a um(a) adulto(a). Essa poderia ser uma solução viável para o menino da imagem, mas não o seria para seus(suas) estudantes, como observadores dessa imagem, caso queiram quantificar as caixas da pilha.

Instigue seus(suas) estudantes a descobrirem o número total de caixas, propondo-lhes o desafio:

> É possível descobrir o número total de caixas sem mover o carrinho? E vocês, que estão apenas observando a figura, conseguem descobrir quantas caixas estão empilhadas, ao todo, junto à parede? Como?

Enquanto as crianças trabalham com esse desafio, circule entre as equipes e observe como lidam com o problema. **É possível que algumas delas necessitem representar graficamente as caixas que estão escondidas para depois realizarem a contagem unitária**. Caso isso ocorra, pergunte como descobriram quantas caixas estavam escondidas.

Caso nenhuma equipe consiga pensar em uma forma diferente de descobrir o número total de caixas, proponha perguntas que as ajudem a pensar sobre a organização retangular, como nos exemplos mostrados a seguir:

- As caixas estão bagunçadas ou estão organizadas de alguma forma?
- Que tipo de organização foi feita com essas caixas?
- Essa organização ajuda a descobrir quantas caixas ficaram escondidas? Como?

Mesmo que as crianças ainda não sejam capazes de antecipar o número total de caixas, é importante que percebam se tratar de um arranjo retangular e que podem, portanto, antecipar o número de caixas de cada pilha.

Quando todas as equipes tiverem conseguido determinar o número total de caixas, é hora de socializar as estratégias usadas. Peça às crianças que expliquem como pensaram e vá registrando no quadro de giz as estratégias usadas. Nessa discussão, é importante que as crianças percebam a possibilidade de se utilizar o cálculo no lugar da contagem unitária, uma vez que podem representar cada pilha por meio de um número e depois somar os números correspondentes a cada uma.

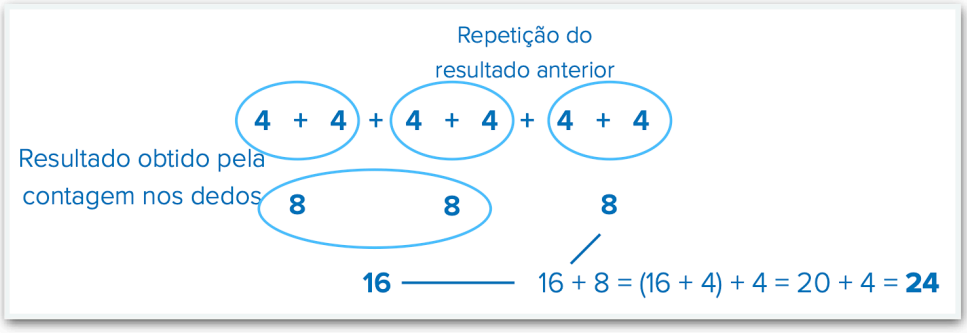
Ainda que possam “materializar" as caixas escondidas para realizar a contagem, devem reconhecer a possibilidade de uso do cálculo nessa situação.

Caso nenhuma equipe recorra ao cálculo, faça perguntas que as ajudem a pensar sobre esse recurso. Você pode repetir, para a classe toda, as perguntas do quadro anterior, acrescidas de outras como as que seguem:

- Poderíamos reproduzir a organização dessas caixas, usando os quadradinhos de EVA que usamos anteriormente? Como?
- Quantas caixas há na primeira pilha?
- Quantas pilhas iguais a essa é possível identificar nessa imagem?
- Como podemos saber se todas as pilhas têm a mesma quantidade de caixas?
- Se registrarmos um número quatro para cada pilha de caixas, quantos números quatro escreveremos ao todo?
- Podemos usar esses números para descobrir o número total de caixas? Como?

É possível que algumas crianças registrem um número 4 acima de cada pilha de caixas e depois efetuem o cálculo. Isso pode ser feito pela adição cumulativa, quando a criança soma os dois primeiros 4 e depois vai adicionando mais 4 a cada soma parcial: 4, 8, 12, 16, 20, 24. Nesses casos, elas recorrem, em geral, à contagem nos dedos.

As crianças podem, também, agrupar os números de dois em dois e usar a ideia de dobro como base de cálculo. Ainda que não disponham desses resultados de memória, precisariam recorrer à contagem nos dedos apenas no primeiro agrupamento, como mostrado a seguir:

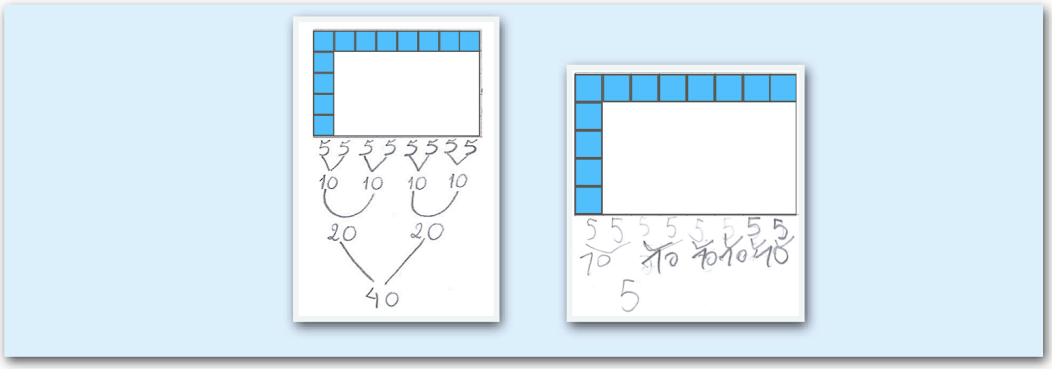


Também é possível realizar a contagem por fileiras de caixas, portanto, de **6 em 6.** Vale ressaltar que esses não são procedimentos a serem ensinados diretamente. **É fundamental acolher os procedimentos próprios das crianças e, a partir da discussão sobre as diferentes formas de quantificação usadas por elas, promover**

avanços por meio de perguntas e não impondo um único procedimento por considerá-lo melhor do que os outros[6]. Lembre-se de que as crianças são singulares e que a aprendizagem ocorre em um processo, que pode ser mais lento do que nós, como adultos(as), gostaríamos que fosse.

O uso do conhecimento de memória dos dobros como âncora nas adições repetidas deve ser incentivado porque ajudará as crianças a se tornarem fluentes no cálculo, porém isso não acontece em um "passe de mágica". Para uma criança que ainda não tem fluência no cálculo, **contar de um em um é mais fácil do que realizar cálculo,** portanto, o argumento de que "é mais fácil somar", vale para o(a) adulto(a) que tem fluência no cálculo, mas pode não sê-lo para a criança. A fluência vem com o tempo e com o investimento do(a) professor(a) no trabalho com diferentes situações que favoreçam o desenvolvimento do cálculo mental.

A organização nos registros também é muito importante quando se usa essa estratégia de adição, pois é comum que as crianças somem duas vezes um mesmo número ou que "se percam" em meio ao processo de cálculo, quando não registram os resultados parciais.



Nas imagens acima, você pode ver os registros produzidos por duas crianças de 8 anos para determinar a quantidade total de quadradinhos necessários para preencher um retângulo. Ambas agrupam os números de modo a usar os resultados dos dobros, que já conhecem de memória. Entretanto, a criança que fez o segundo registro "se perdeu" na soma, em função da forma como realizou, graficamente, os pares de números agrupados.

Isso é muito comum e faz parte do processo de aprendizagem. Caso observe, em sua turma, que as crianças estão com dificuldade para se organizar em seus registros, faça perguntas que as auxiliem a identificar os erros cometidos, bem como,

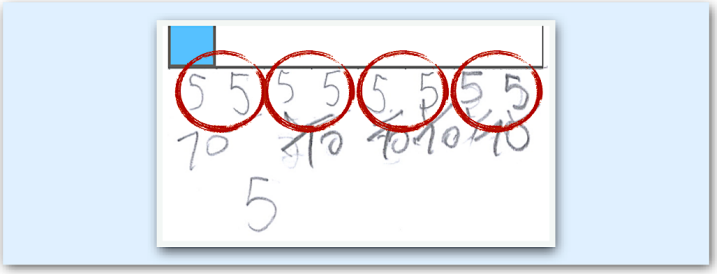
---

[6] Muitas crianças usam a adição cumulativa, ou seja: 4, 8, 12, 16, 24. Ocorre, entretanto, que acabam, nesse processo, recorrendo à contagem nos dedos. Embora o uso dos dobros seja mais propício ao cálculo mental, todos os procedimentos devem ser acolhidos e valorizados.

a encontrar uma forma melhor de registrar os cálculos que estão realizando. Veja, no quadro abaixo, alguns exemplos de perguntas relativas ao segundo registro apresentado na página anterior:

- Você registrou várias vezes o número 5 embaixo do retângulo. Pode me explicar a que se refere cada um desses números?
- Depois você fez esse “V" embaixo dos dois primeiros números 5 e colocou um número 10 abaixo dele. Por que você fez isso?
- Então você foi somando sempre dois números 5 e registrando o resultado (10) abaixo, certo?
- Você poderia marcar cada par de números 5 novamente, para verificar se usou todos os números 5? Talvez usando um círculo, ou riscando cada par, pode ser?

A organização nos registros faz parte do método de solução e se trata de uma habilidade a ser aprendida na escola. Há crianças que têm mais facilidade com isso, outras, entretanto, precisarão de mais ajuda nessa questão. Uma estratégia interessante para ajudar as crianças a se organizarem melhor em seus registros, consiste em fotocopiar problemas resolvidos por estudantes da sua turma e propor que as próprias crianças analisem o processo de solução e identifiquem possíveis erros, apontando ideias que ajudariam o(a) colega a superar o(s) erro(s) cometido(s). Na imagem a seguir, vê-se que ao circular cada par de números, torna-se evidente que há um 10 a mais nos registros.



É essencial que as crianças compreendam que o erro faz parte do processo de aprendizagem e que elas podem aprender por meio dele. Quando o(a) professor(a) simplesmente corrige os erros de seus(suas) estudantes, sem problematizá-los, está perdendo uma excelente oportunidade de auxiliar as crianças a desenvolverem o pensamento reflexivo e crítico.

Os problemas 3 e 4, apresentados no Caderno de Atividades do Estudante, exploram situações semelhantes ao problema das “caixas escondidas”. Sugere-se realizar o trabalho com esses problemas antes de passar para a próxima etapa.

TERCEIRA ETAPA

Propõe-se, agora, a exploração mais sistemática da adição como forma de representação dos arranjos retangulares. Para isso, serão usados diferentes retângulos feitos em malha quadriculada, anexados ao final dessa SD[7].

Organize a turma em equipes de até 4 crianças e entregue um retângulo diferente para cada uma. **Usando apenas números e sinais matemáticos, cada equipe deverá escrever uma mensagem para que outra equipe, com base nesse registro, seja capaz de reproduzir o mesmo arranjo retangular usando os quadradinhos de EVA** (ou cubos pequenos).

Há dois problemas básicos com os quais as crianças trabalharão nessa etapa:

1. produzir uma notação numérica que represente o arranjo retangular recebido;
2. interpretar a notação recebida, montando a partir dela, o arranjo retangular correspondente.

Circule entre as crianças enquanto elas tentam produzir as suas mensagens. Ajude-as a pensar sobre as informações numéricas necessárias para a reprodução do retângulo pela outra equipe, ou seja, a formular a seguinte questão, respondendo a ela: **como representar, numericamente, o arranjo dos quadradinhos desse retângulo?**

Algumas crianças pensam em registrar apenas a **quantidade total de quadradinhos**. Caso isso ocorra, provoque-as perguntando se com o mesmo total não seria possível fazer arranjos diferentes, relembrando-as da primeira proposta dessa SD, quando construíram diferentes retângulos com 12 quadradinhos.

Nesse momento, você pode ajudar as crianças a pensarem no retângulo em termos de linhas e colunas, propondo perguntas como as que seguem:

- Quantas linhas há nesse retângulo?
- Quantos quadradinhos há em cada linha?
- Como mostrar, numericamente, essa quantidade?
- Esse número deverá ser registrado uma única vez? Por quê?

[7] Foram anexados retângulos e tiras com suas respectivas representações numéricas. Essas tiras serão usadas apenas na quarta etapa. Os retângulos, entretanto, serão usados nessa e na próxima etapa, portanto, devem ser recolhidos e guardados para serem usados em outra atividade.

O mesmo tipo de pergunta pode ser proposto em relação às colunas. Se o retângulo for de 3 x 6, por exemplo, pode ser representado, numericamente, pelas seguintes adições: **6 + 6 + 6** ou **3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3**.

Cada equipe deverá registrar a sua mensagem em uma folha de papel, que será trocada com a folha que contém a mensagem produzida por outra equipe.

Depois, usando quadradinhos de EVA, as crianças deverão montar o retângulo correspondente à mensagem registrada pelos(as) colegas e fazer o registro desse retângulo em malha quadriculada. **A equipe que escreveu a mensagem deve validar a resposta, verificando se o retângulo formado corresponde ao original.** Caso não haja correspondência, devem analisar, juntos(as), se o problema estava na mensagem produzida - que não correspondia ao retângulo que receberam - ou na interpretação dessa mensagem.

Nesse momento de validação, a sua mediação será bem importante, sobretudo quando ocorrerem discordâncias entre as equipes, ou seja, quando uma equipe considerar que a outra não conseguiu realizar a tarefa proposta. Caso você constate que o problema está no registro da mensagem, ajude as crianças a compararem o registro numérico que produziram com o retângulo recebido e a refazerem esse registro de acordo com o arranjo retangular em questão.

Promova uma discussão coletiva sobre o tipo de adição que pode representar uma configuração retangular. É importante que as crianças compreendam:

1. que cada parcela da adição corresponde a um grupo de quadradinhos (que pode ser uma linha ou uma coluna do retângulo);
2. que se os grupos não forem iguais não será possível formar um retângulo (trata-se, portanto, de adições repetidas).

Vale destacar que **exploram-se aqui as notações aditivas, porque elas são usadas espontaneamente pelas crianças para resolver problemas multiplicativos**. É preciso ressaltar, entretanto, que a multiplicação não pode ser vista apenas como uma forma mais fácil ou abreviada de somar e, por isso, ser ensinada como a soma de parcelas iguais. Embora seja possível descobrir o resultado de uma multiplicação recorrendo à adição repetida, convém destacar que **a adição envolve as ações de unir e separar,** enquanto **na multiplicação as ações necessárias são de outra natureza (no caso dos problemas apresentados aqui, estão ligadas a situações de correspondência um-para-muitos**). De acordo com as pesquisas realizadas por Jean Piaget e seus colaboradores, as composições aditivas e multiplicativas são solidárias entre si, o que significa que a construção cognitiva de uma implica a outra. Entretanto, os resultados

dessas investigações também mostram que **a compreensão das relações multiplicativas representa uma transformação qualitativa no pensamento da criança.**

O uso de notações aditivas para representar numericamente os arranjos retangulares é explorado, também, no Caderno de Atividades do Estudante a partir do problema 3, contudo, nos problemas 5 a 8 propõe-se um trabalho mais sistematizado com esse tipo de representação.

Na próxima etapa, será explorada a **notação multiplicativa**, a qual não precisa ser apresentada, ainda, para crianças do primeiro e do segundo anos. Para essas crianças, recomenda-se que sejam exploradas apenas as atividades propostas nas três primeiras etapas dessa SD e os problemas 1 a 8 do Caderno de Atividades do Estudante. Entretanto, cabe a você, como professor(a), avaliar o interesse de seus(suas) estudantes em relação ao tema e à possibilidade de avançar com as atividades propostas, caso verifique que os próximos desafios serão significativos para elas.

QUARTA ETAPA

Faça uma roda, com todos(as) sentados no chão e coloque, no centro da roda, os retângulos e as tiras apresentadas no anexo 3 dessa SD[8]. Além das notações aditivas já exploradas nas etapas anteriores são apresentadas, também, fichas contendo frases com a palavra **vezes**, que já remete ao pensamento multiplicativo. Caso já tenham trabalhado com a multiplicação de forma mais sistemática anteriormente, as crianças podem já se referir às fichas como sendo “contas de vezes”. Nesse caso, peça que falem o que já sabem sobre essa “conta" e expliquem qual a relação dela com os retângulos[9].

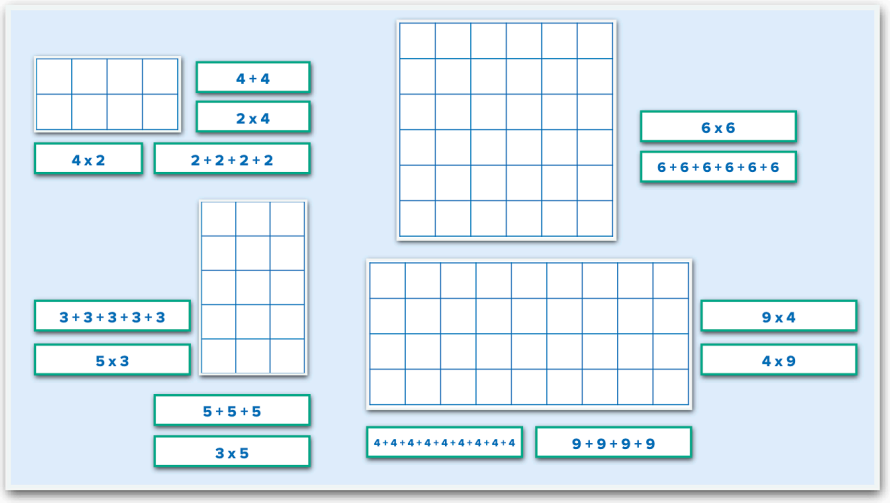
É possível, entretanto, que as crianças ainda não tenham tido contato com a multiplicação de forma mais sistemática e perguntem o que significam aquelas frases. Nesse momento, você pode informar que se trata de uma **outra forma de se referir aos arranjos retangulares**. Pegue uma das tiras - 5 VEZES 4 QUADRADINHOS, por exemplo - e pergunte como elas pensam que seria um retângulo com a organização registrada ali. Ouça o que elas dizem, você pode oferecer os quadradinhos de EVA

---

[8] Recomenda-se colar os retângulos e as tiras sobre cartolina ou usar a versão online do Caderno de Atividades do Professor para fazer a impressão em papel mais espesso (240g, por exemplo).

[9] Aproveite para destacar a relação das notações multiplicativas dos retângulos, com outras situações nas quais já tenham sido usadas. Nesse material, esse tipo de notação é explorado nas seguintes SD’s: Jogo do Repartir (Volume 1), Jogo Mini Yam (Volume 3), Jogo Batalha dos Números (Volume 4), Jogo Dados Mágicos (Volume 4), entre outras.

para que elas montem, no centro da roda, o retângulo correspondente.



Peça a um(a) estudante que escolha um dos retângulos e que segure-o à sua frente, mostrando-o para os colegas. Depois pergunte às demais crianças se há, entre as fichas, alguma (ou mais de uma) que represente o retângulo escolhido pelo(a) colega. Essas fichas devem ser separadas e as crianças que as escolheram devem justificar para as demais o porquê de sua escolha.

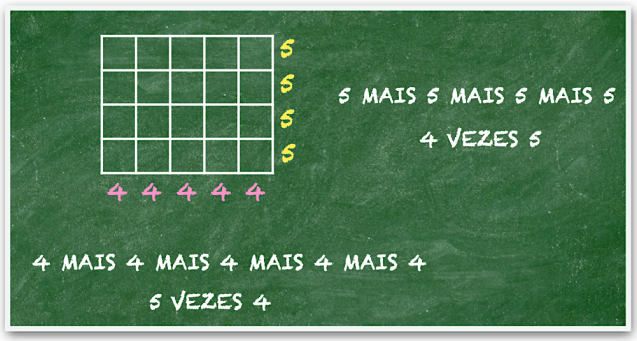
Evite validar a resposta como certa ou errada. Pergunte se todos(as) concordam com a escolha do(a) colega e, sempre que houver discordância, peça que expliquem por que não concordam com a escolha feita. Há mais de uma representação possível para cada retângulo, portanto, caso nem todas as representações tenham sido identificadas, informe seus(suas) estudantes que há outras fichas que representam o retângulo, desafiando-os(as) a encontrá-las.

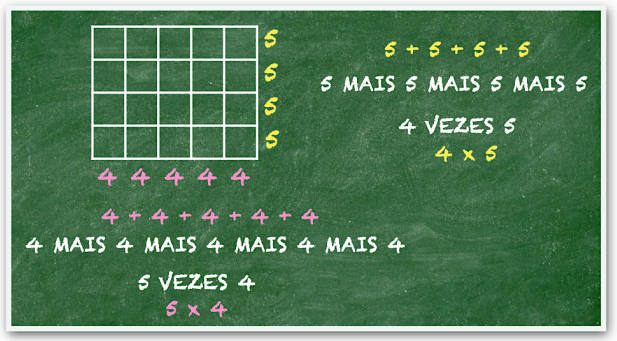
Esse momento coletivo é fundamental para que as crianças pensem nos arranjos retangulares e suas possíveis representações numéricas e para que construam um significado para o sinal de vezes (x) que será apresentado, posteriormente, para substituir a palavra VEZES.

Vale destacar que não se tem como objetivo nessa atividade que as crianças descubram os resultados das multiplicações, mas que pensem sobre as relações numéricas e espaciais envolvidas. Portanto, é possível trabalhar com diferentes multiplicações sem incorrer na fragmentação que ocorre, por vezes, nas aulas de Matemática, quando são apresentadas “as tabuadas”, uma a uma, começando pela tabuada do 2, depois do 3, do 4 e assim por diante. **Privilegia-se aqui, a construção do conceito de multiplicação, em situações de arranjo retangular e, portanto, trabalha-se com todas as tabuadas da multiplicação até 10 ao mesmo tempo.**

Após a realização da proposta apresentada nessa etapa, sugere-se que as crianças trabalhem com os problemas 9, 10 e 11, apresentados no Caderno de Atividades do Estudante.

Para concluir essa etapa, você pode desenhar no quadro de giz um arranjo retangular de 4 x 5, por exemplo, e colocar os registros mostrados no primeiro dos quadros apresentados na imagem abaixo:





Converse com as crianças sobre o sinal matemático que utilizam no lugar da palavra MAIS e diga-lhes que a palavra VEZES também tem um sinal correspondente (**x**) e que é utilizado em situações de **multiplicação**.

É possível que algumas crianças já conheçam esse sinal e já tenham, inclusive, feito menção a ele antes, no trabalho com as atividades desenvolvidas nessa SD. Entretanto, nesse momento, você poderá “apresentá-lo oficialmente" para sua turma.

Incentive as crianças a falar o que já sabem sobre a **operação de multiplicação**. Sugira que façam um levantamento sobre outras situações nas quais a multiplicação pode ser utilizada, além dos arranjos retangulares[10]. É possível que algumas crianças já tenham tido contato com tabuadas da multiplicação e, nesse caso, poderão contar para os(as) colegas o que já sabem sobre elas. Aproveite para anunciar que irão construir um quadro da multiplicação, contendo todas as tabuadas do 1 até o 10.

QUINTA ETAPA

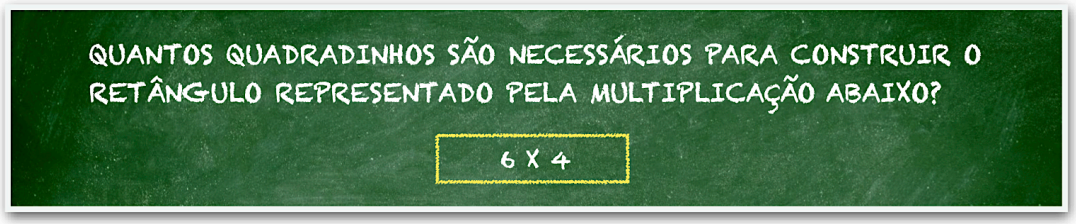
Nessa última etapa, propõe-se a construção do Quadro da Multiplicação ou Tábua de Pitágoras. Para essa atividade você deve preparar, com antecedência, um quadro de

[10] Caso já tenham trabalhado com a SD Jogo do Repartir, sugere-se conversar sobre o referido jogo e, inclusive, propor que joguem novamente, intercalando a proposição de problemas sobre o jogo com aqueles apresentados aqui.

10 x 10, em tamanho grande - pode ser feito em papel pardo ou cartolina[11]. Serão usados, também, dois retângulos grandes de papel para cobrir partes do quadro, evidenciando determinados retângulos, como os mostrados nas imagens apresentadas na próxima página.

As crianças devem compreender que a Tábua da Multiplicação se trata de um quadro com os resultados das multiplicações até 10 que poderá ser consultado sempre que se depararem com uma situação multiplicativa, cujo resultado seja difícil de obter de memória. Assim, essa tábua **deverá ser apresentada como uma ferramenta, como um apoio com o qual poderão contar em situações de jogos e/ou resolução de problemas.**

Sugere-se começar essa etapa registrando uma notação multiplicativa no quadro de giz e propondo a questão mostrada a seguir:



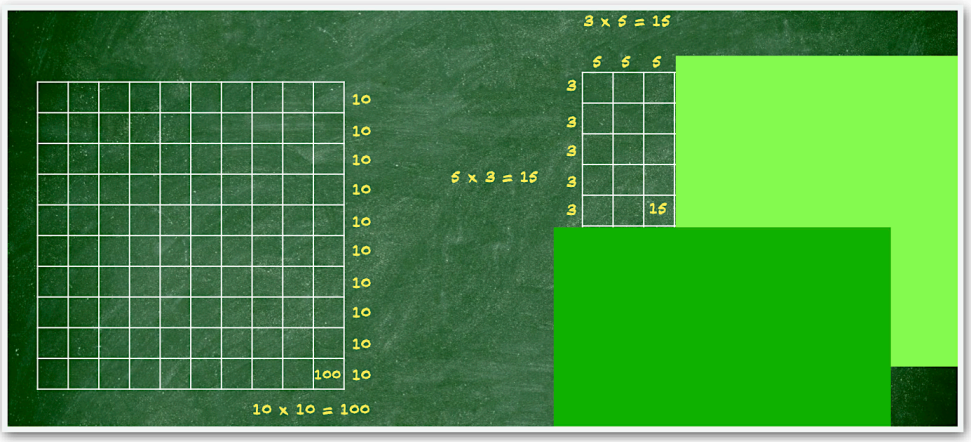
As crianças não precisam copiar a pergunta, apenas registrar a notação multiplicativa e os procedimentos usados para descobrir o número de quadradinhos correspondente. Em geral, elas resolvem o problema desenhando o retângulo para contagem unitária ou por agrupamentos dos quadradinhos (usando a adição repetida).

Pergunte o que achariam de ter um quadro com o resultado de todas as multiplicações de 1 até 10.

Apresente uma base do quadro (10 x 10) vazia, em tamanho grande (feita em papel pardo, cartolina ou transparência para retroprojetor). Pergunte quantos quadradinhos formam aquele quadrado e peça às crianças que expliquem como pensaram para chegar à resposta apresentada. Certamente usarão a contagem de 10 em 10 e/ou farão menção à multiplicação 10 x 10. O resultado dessa multiplicação deve ser registrado no último quadradinho do quadro.

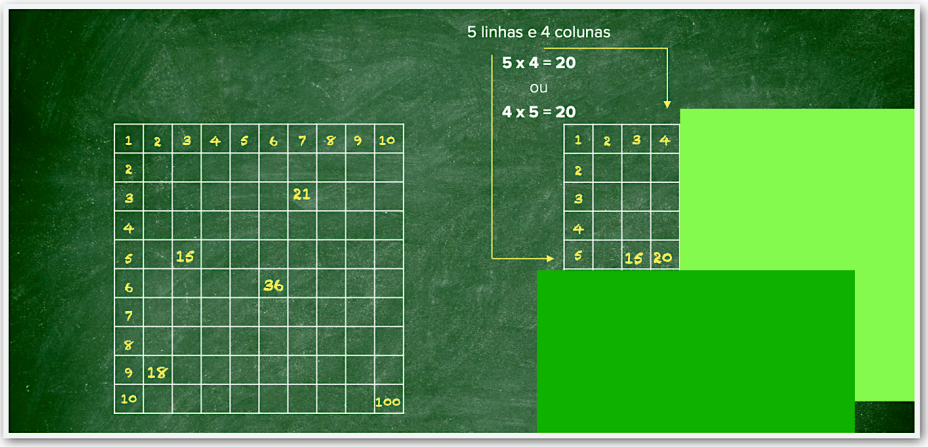
[11] Caso haja retroprojetor em sua escola, você pode imprimir a base do quadro em transparências e projetá-las na parede. Nesse caso, as próprias crianças poderiam ir preenchendo o quadro com canetinha especial para retroprojetor.

Você pode fazer os registros, como mostrado no primeiro quadro da imagem a seguir e, depois, usar retângulos de papel para cobrir partes do quadro e questionar as crianças sobre os retângulos que podem ser visualizados: **qual a multiplicação correspondente? Quantos quadradinhos formam esse retângulo?**



Continue cobrindo partes do quadro e desafiando as crianças a identificarem a multiplicação correspondente ao retângulo em destaque. Chame uma criança de cada vez para registrar os resultados correspondentes dentro do quadro, estimulando-as a usar a contagem por agrupamentos (adição repetida) no lugar da contagem unitária.

Depois de explorar alguns retângulos, registre os números de 1 a 10 na primeira coluna e na primeira linha do quadro. Mostre para seus(suas) estudantes que esse registro auxiliará na identificação das multiplicações correspondentes aos diferentes retângulos, pois não precisarão mais contar o número de linhas e de colunas, uma vez que já estarão indicados. Veja um exemplo:



Quando você julgar que as crianças compreenderam a lógica de preenchimento do quadro, é hora de elas trabalharem sozinhas ou em duplas, cada uma preenchendo sua própria Tábua da Multiplicação. Há uma base dessa tábua anexada ao Caderno

de Atividades do Estudante, a qual deverá ser recortada pelas crianças[12].

Elas podem, ou não, usar retângulos de papel para cobrir partes do quadro durante o seu preenchimento. Sugira apenas que comecem preenchendo a primeira linha e a primeira coluna do quadro, mas deixe que usem a estratégia que considerarem mais adequada para completá-lo. Muitas crianças descobrem a regularidade das sequências de cada linha e/ou coluna (2 em 2, 3 em 3, 4 em 4, 5 em 5 etc.) e preenchem o quadro sem precisar identificar os retângulos separadamente. À medida que vão descobrindo as regularidades presentes na Tábua da Multiplicação, preenchê-la tornar-se-á uma **atividade lúdica**.

Circule entre as crianças enquanto completam o quadro e auxilie-as sempre que necessário. Mas lembre-se: **seu papel não é o de mostrar as respostas, consiste sim, em propor boas perguntas que auxiliem as crianças a descobrir as relações numéricas e espaciais envolvidas**.

Quando todas concluirem a proposta, promova uma discussão sobre como utilizar o quadro para encontrar os resultados das tabuadas. Conversem também sobre as estratégias que as crianças usaram para preenchê-lo e sobre os resultados que se repetem em diferentes quadradinhos do quadro.

Aproveite para explorar, também, a operação de divisão, questionando as crianças sobre como o quadro poderia auxiliá-las a resolver problemas envolvendo essa operação. Para isso você pode retomar a primeira atividade desenvolvida nessa SD, propondo a seguinte questão:

> Lembram da primeira atividade que vocês fizeram com retângulos? Vocês receberam diferentes quantidades de quadradinhos - 12; 15; 20 e 24 - e foram desafiados a descobrir diferentes arranjos retangulares que era possível formar usando cada conjunto.
>
> A Tábua da Multiplicação poderia ajudá-los a resolver aquele desafio? Como?

Explorando a tábua, as crianças poderão descobrir que os retângulos buscados estão ali. Para isso terão que localizar o número total de quadradinhos na Tábua (12 por exemplo). No exemplo em questão, há diferentes retângulos que contêm 12

[12] Depois de preenchido e verificado por você, o quadro de cada criança poderá ser colado sobre cartolina e plastificado, para maior durabilidade. Além disso, recomenda-se deixar um quadro em tamanho grande fixado na parede, para uso coletivo.

quadradinhos - **2 x 6** e **3 x 4**. Veja alguns exemplos das relações com as quais as crianças trabalharão, nesse caso:

- Se 12 quadradinhos forem divididos em 2 grupos, ficarão 6 quadradinhos em cada grupo (12 ÷ 2 = 6);
- Se 12 quadradinhos forem divididos em 6 grupos, ficarão 2 quadradinhos em cada grupo (12 ÷ 6 = 2);
- 12 quadradinhos, organizados de 6 em 6, resultam em 2 grupos (12 ÷ 6 = 2);
- 12 quadradinhos, organizados de 2 em 2, resultam em 6 grupos (12 ÷ 2 = 6).

É essencial que as crianças vejam essa tábua como uma espécie de "gabarito" para a realização de cálculos. Embora saibam como encontrar os resultados de multiplicações usando a contagem unitária ou a adição repetida, com o quadro não precisarão recorrer mais a esses procedimentos. Quando essa tábua é construída pelas próprias crianças e não simplesmente apresentada em sua versão final, elas conseguem compreender a sua lógica e a sua função, por isso recomendamos que se invista nessa etapa de construção.

Talvez você esteja se perguntando se a criança não precisará memorizar as tabuadas. Os resultados presentes na tábua da multiplicação, quando memorizados, ajudarão na realização de estimativas, na resolução de problemas e na realização de cálculos evolvendo números de magnitude mais alta. Entretanto, a memorização não pode ser visada como objetivo primeiro, mas adquirida pelo uso frequente, pela necessidade de focar a atenção em aspectos mais complexos da atividade, quando envolvidas na resolução de problemas de multiplicação e/ou de divisão. Essa memorização, contudo, deverá se dar pelo uso, pela repetição em situações significativas para as crianças (como por exemplo nos jogos). **Não há necessidade de "cobrar" das crianças essa memorização até o terceiro ano, etapa na qual devem construir o significado das tabuadas e utilizar o quadro, sempre que necessário**. Usá-lo com compreensão já é desafio grande o suficiente para essa etapa.

CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

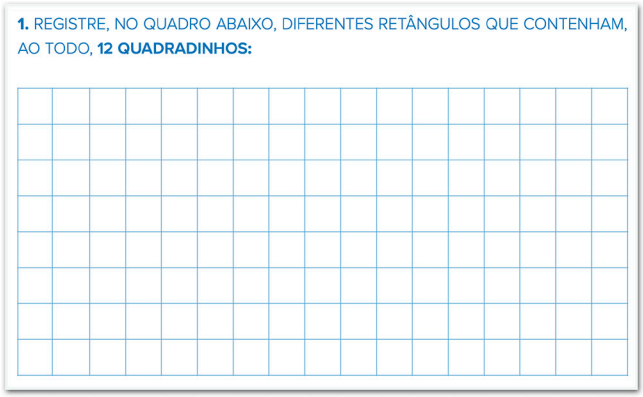
Em cada etapa dessa SD foram indicadas as atividades do Caderno de Atividades do Estudante que poderiam ser exploradas com as crianças naquela fase do trabalho com os arranjos retangulares. São apresentados, a seguir, comentários e sugestões relativas a cada problema apresentado no referido Caderno.

Lembre-se de que os problemas devem ser propostos um de cada vez, conforme os conhecimentos e possibilidades cognitivas de seus(suas) estudantes. Resolvidos

individualmente ou em grupos, entre um problema e o seguinte, é fundamental promover uma discussão coletiva sobre os procedimentos de solução usados e sobre o que as crianças podem aprender a partir deles.

Os(as) estudantes devem se sentir encorajados(as) a buscar soluções sem o medo de errar. Se os erros forem fruto de tentativas de elaboração própria, podem ser o ponto de partida para aprendizagens que ocorrerão em função da análise dos erros e de uma autorregulação em relação aos mecanismos usados nas soluções.

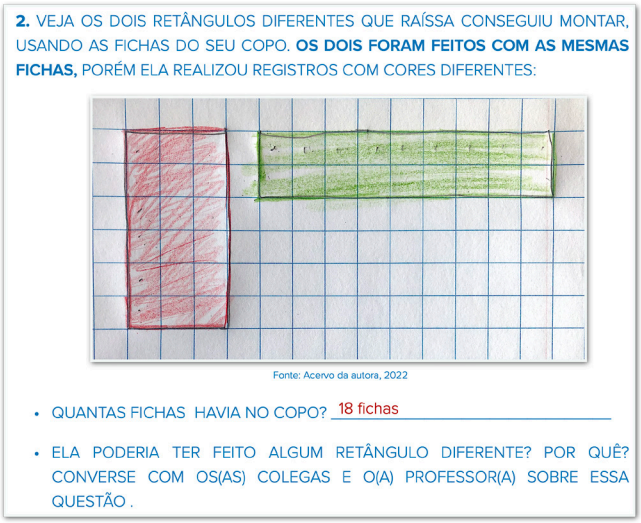
PROBLEMA 1



Propõe-se aqui um registro individual da atividade já realizada em equipes. Esse problema lhe permitirá avaliar como cada criança lida com o desafio proposto. É possível que algumas crianças necessitem reconstruir os retângulos usando os quadradinhos de EVA, nesse caso deixe o material à disposição delas. Observe também se as crianças repetem um mesmo retângulo em posições diferentes, o que é muito comum nessa etapa. No momento da socialização das soluções entre as crianças, promova uma discussão a respeito dessa questão, sugerindo que elas girem o Caderno e verifiquem o que acontece com os retângulos registrados. Não é esperado que as crianças já compreendam, nesse momento, que se trata de um mesmo retângulo em posições diferentes. O objetivo é o de abalar a certeza de se tratar de dois retângulos diferentes. Os retângulos em vermelho, na imagem ao lado, indicam a resposta ao problema.

PROBLEMA 2

Ao contrário do problema anterior, no qual era informada a quantidade total de quadradinhos e as crianças deveriam investigar os diferentes arranjos retangulares possíveis, neste problema são apresentados diferentes arranjos retangulares e propõe-se que a criança descubra qual é o número total de quadradinhos usados para construir



cada um.

Nesse momento, é possível que a maior parte das crianças recorra à contagem unitária dos quadradinhos. Caso alguma delas realize outro tipo de contagem e/ou recorra ao cálculo, peça que explique aos(às) colegas como procedeu para determinar o conjunto total.

Embora sejam apresentados todos os arranjos retangulares possíveis, as crianças podem alegar que faltaram alguns, por conta da posição dos retângulos (“em pé” ou “deitados”). Nesse caso, conforme orientações já apresentadas para o problema 1, sugira que girem os Cadernos e observem o que acontece com os retângulos. Caso algumas crianças ainda insistam se tratar de retângulos diferentes, dê tempo a elas, pois terão novas oportunidades que lhes permitirão “enxergar" essa invariância.

PROBLEMA 3

3. CAUÃ REGISTROU UM RETÂNGULO NO PAPEL QUADRICULADO, MAS DEIXOU SEU ESTOJO SOBRE O REGISTRO:

Fonte: Acervo da autora, 2022

É POSSÍVEL SABER QUANTOS QUADRADINHOS HÁ, AO TODO, NO RETÂNGULO REGISTRADO POR ELE? COMO?

- REGISTRE SUAS IDEIAS NO QUADRO ACIMA, DEPOIS COMPARE COM OS REGISTROS FEITOS POR SEUS(SUAS) COLEGAS.

Mesmo reconhecendo que a contagem por agrupamentos pode ser usada nos arranjos retangulares, muitas crianças continuam usando a contagem unitária, quando os quadradinhos estão visíveis.

Para uma criança é mais fácil usar um procedimento no qual tem fluência, do que outro que lhe exige um esforço mental maior. Ao “esconder" parte do arranjo retangular, tem-se como objetivo provocar a observação das linhas e colunas e o registro da quantidade de quadradinhos em cada uma. É possível que algumas crianças usem essa observação para reproduzir graficamente o arranjo e, depois, realizem a contagem unitária, portanto, é importante que socializem suas estratégias de solução e observem o uso do cálculo pelos(as) colegas.

O conhecimento de memória dos dobros dos números até 10 é muito importante para a substituição progressiva dos procedimentos de contagem unitária pelo cálculo. Cabe a você, professor(a), ajudar seus(suas) estudantes a usar os resultados que já conhecem de memória, para avançar em suas habilidades de cálculo. Trata-se de um retângulo de 5 x 6, com 30 quadradinhos ao todo.

PROBLEMA 4

Nesse problema, apresenta-se um arranjo retangular formado por carrinhos de brinquedo. Observe se as crianças realizam a contagem unitária dos carrinhos ou se já usam a contagem de 3 em 3 ou de 7 em 7, recorrendo ao cálculo. Com 21 carrinhos, as únicas possibilidades de arranjo são 3 x 7 e 21 x 1, mas dificilmente as crianças serão capazes de antecipar isso. Assim, elas poderão testar diferentes formas de organizar 21 elementos (2 em 2, 4 em 4, 5 em 5 etc.). Isso pode ser feito por meio de registros no papel (um disquinho ou bolinha para cada carrinho) ou, ainda, usando os quadradinhos de EVA para representar os carrinhos.

4. FRANCISCO ARRUMOU SEUS CARRINHOS EM FILEIRAS, TODAS COM A MESMA QUANTIDADE DE BRINQUEDOS.

Fonte: Acervo da autora, 2022

VOCÊ PERCEBEU QUE OS CARRINHOS FORMAM UM **ARRANJO RETANGULAR**? QUANTOS CARRINHOS FORMAM ESSE ARRANJO?

21 carrinhos (3 x 7)

ELE PODERIA FAZER UM ARRANJO RETANGULAR DIFERENTE COM ESSES MESMOS CARRINHOS?

- CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE ESSA QUESTÃO.

PROBLEMA 5

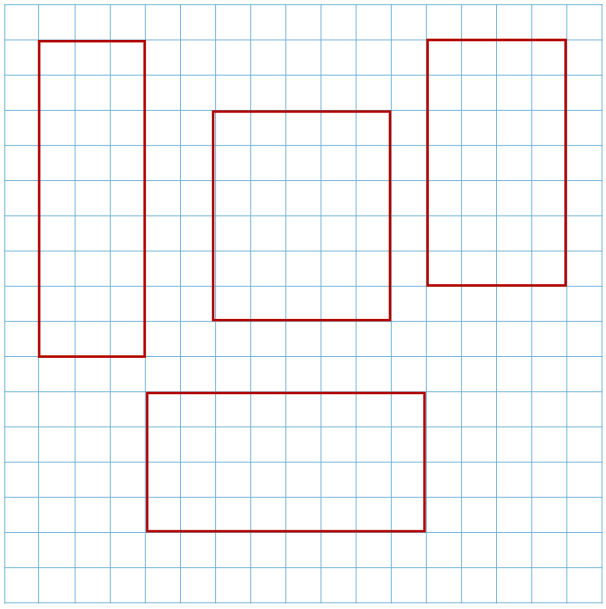
5. DESENHE, NA MALHA QUADRICULADA, OS RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELAS ADIÇÕES ABAIXO. SE ACHAR NECESSÁRIO, MONTE-OS PRIMEIRO, USANDO QUADRADINHOS DE EVA:

a. 9 + 9 + 9

b. 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4

c. 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

d. 8 + 8 + 8 + 8



QUAL DOS RETÂNGULOS ACIMA TEM O MAIOR NÚMERO DE QUADRADINHOS NO TOTAL?

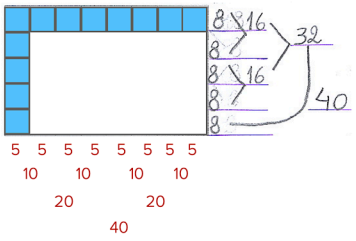
MARQUE-O COM UM X.

Explora-se aqui a produção de registros individuais para uma atividade já realizada em equipes, na terceira etapa dessa SD. Observe se todas as crianças conseguem produzir os retângulos a partir das adições e se elas ainda registram mais de uma vez um mesmo retângulo, colocando-o em diferentes posições. Os retângulos em vermelho, na imagem ao lado, indicam a resposta ao problema.

PROBLEMA 6

Com esse problema pretende-se incentivar o uso do cálculo mental. Os dobros são conhecidos pelas crianças e podem ser usados como apoio ao cálculo. Chame a atenção delas para a forma como a menina organizou os registros, ligando os números que estava adicionando. Questione as crianças sobre a função dessas anotações, perguntando o que poderia acontecer se ela não marcasse os valores que estava adicionando. Isso é importante para que as crianças não se percam nos cálculos, somando mais de uma vez um mesmo número ou se esquecendo de somar algum.

6. VEJA COMO CAROLINA CALCULOU O NÚMERO DE QUADRADINHOS NECESSÁRIOS PARA PREENCHER O RETÂNGULO ABAIXO:



A. A QUE SE REFERE CADA **NÚMERO 8** QUE ELA REGISTROU AO LADO DO RETÂNGULO?

Refere-se à quantidade de quadradinhos de cada linha.

B. SE ELA TIVESSE CALCULADO, TOMANDO COMO BASE AS COLUNAS, O RESULTADO SERIA O MESMO?

(X) SIM ( ) NÃO

CONVERSE COM SEUS(SUAS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE ESSA QUESTÃO. DEPOIS **REGISTRE O CÁLCULO** DO NÚMERO DE QUADRADINHOS COM BASE NAS COLUNAS.

O questionamento a respeito da contagem dos quadradinhos pelas colunas tem como objetivo ajudar a criança a perceber a invariância da quantidade de quadradinhos quando se muda a forma usada para contá-los, ou seja, 5 linhas, cada uma com 8 quadradinhos, terá a mesma quantidade de 8 colunas, cada uma com 5 quadradinhos, porque trata-se de um mesmo arranjo retangular. As respostas foram apresentadas em vermelho na imagem ao lado.

PROBLEMA 7

7. MARQUE COM UM **X** AS FRASES QUE REPRESENTAM O ARRANJO RETANGULAR APRESENTADO NO PROBLEMA ANTERIOR:

(X) O RETÂNGULO É FORMADO POR 5 GRUPOS DE 8 QUADRADOS.

( ) O RETÂNGULO É FORMADO POR 5 QUADRADOS MAIS 8 QUADRADOS.

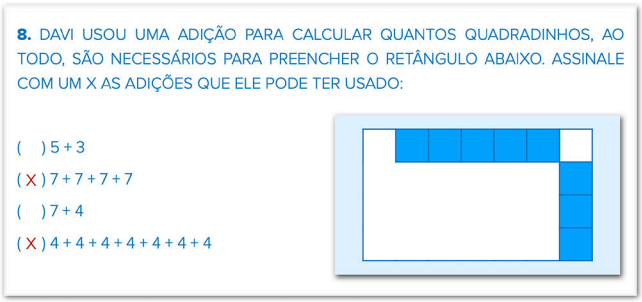
(X) O RETÂNGULO É FORMADO POR 8 GRUPOS DE 5 QUADRADOS.

( ) O RETÂNGULO É FORMADO POR 2 GRUPOS DE QUADRADOS: UM COM 8 E O OUTRO COM 4 QUADRADOS.

Embora a imagem do problema 6 não mostre todos os quadradinhos que preenchem o retângulo, a quantidade correspondente a cada linha e a cada coluna poderá ser inferida a partir dos registros apresentados. Apenas duas das frases apresentadas nesse problema 7 representam um arranjo retangular; as outras duas se referem somente aos quadradinhos que são apresentados na imagem. É necessário ler cada frase e interpretá-las para identificar aquelas que se referem ao arranjo retangular completo (a primeira e a terceira) e aquelas que se referem somente aos quadrados apresentados na imagem (segunda e quarta). Caso as crianças tenham dificuldade para interpretar as frases apresentadas, realize uma leitura e discussão coletiva de modo que elas possam refletir sobre o significado de

cada frase. Essa reflexão é essencial para a construção do conceito de multiplicação em situação de arranjo retangular.

PROBLEMA 8



Esse é um problema muito semelhante ao anterior. Entretanto, no lugar das frases são apresentadas notações aditivas. Assim como mencionado em relação às frases apresentadas no problema 7, as crianças deverão interpretar as notações propostas para identificar aquelas que correspondem ao arranjo retangular apresentado na imagem na qual foi preenchido parcialmente.

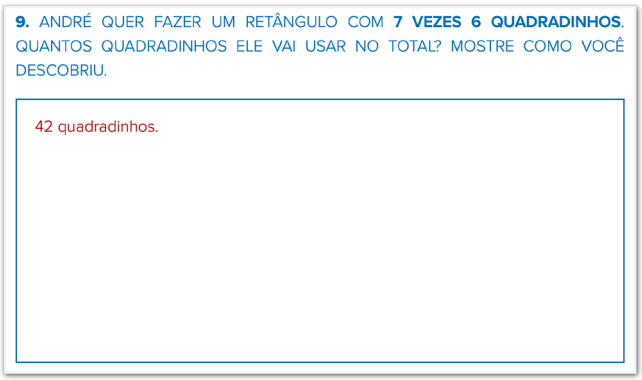
Quando as crianças não compreendem o significado da relação um-para-muitos, base desse tipo de situação multiplicativa, não conseguem diferenciar a adição da multiplicação quando usam as notações multiplicativas. A multiplicação 4 x 7 não é equivalente à adição 4 + 7, porque o 4, nesse caso, é uma unidade composta - cada uma equivale a 7. Dessa forma, conforme apontado por Kamii e Livingston (1995), a multiplicação exige a **construção de ordens superiores,** que devem funcionar *simultaneamente* às unidades das formas inferiores, na correspondência sete por um (no caso do arranjo retangular 4 x 7).

Objetiva-se com os desafios apresentados nesses dois problemas (7 e 8) auxiliar a criança na construção de unidades de ordem superior, essenciais para a compreensão do significado das notações multiplicativas. De acordo com as autoras mencionadas no parágrafo anterior, quando uma criança apresenta 11 como resultado de 4 x 7 é porque ela trata os dois números (4 e 7) como sendo ambos unidades simples. Caso ela pense em 7 colunas de 4 quadradinhos cada uma, a unidade superior será o 7 e a correspondência será de quatro para 1.

Vale ressaltar que as expressões usadas nesse texto são voltadas para você, professor(a), e não para as crianças. Deseja-se, por meio delas, evidenciar a complexidade do processo de construção da multiplicação, argumentando em favor das atividades propostas nessa SD. Certamente seria muito mais rápido apresentar diretamente as tabuadas e treinar algoritmos. Isso, entretanto, é o que vem sendo feito, tradicionalmente, em grande parte das escolas de ensino básico. Mas os resultados, a longo prazo, têm mostrado que as crianças não estão aprendendo, que

não conseguem atribuir significado aos procedimentos que executam de forma mecânica.

PROBLEMA 9



Nesse problema, as crianças devem descobrir o número de quadradinhos necessários para compor um retângulo de **7 x 6**. Usa-se ainda a palavra VEZES no lugar do sinal matemático, por ter sido dessa forma que a notação multiplicativa foi apresentada na quarta etapa dessa SD.

O objetivo é o de observar se as crianças já compreendem o significado dessa sentença multiplicativa. É esperado que algumas sintam a necessidade de representar o arranjo retangular correspondente por meio de um desenho, enquanto outras já possam antecipar a possibilidade de se resolver o problema por meio da adição repetida. Embora a sentença aponte para a adição 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6, algumas crianças podem fazer 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7.

É fundamental que você promova uma discussão coletiva sobre as estratégias de solução apresentadas, bem como sobre os procedimentos de cálculo e a respeito da organização dos registros feitos pelas crianças, conforme já comentado no texto referente à segunda etapa dessa SD.

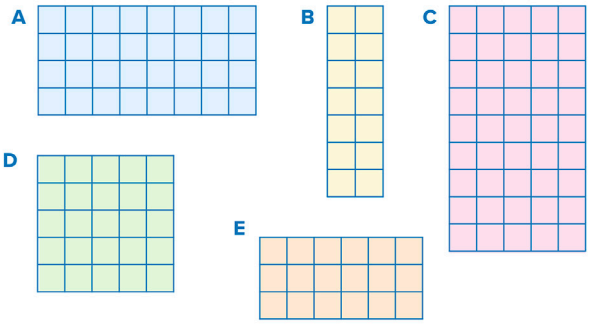
PROBLEMA 10

Nesse problema são apresentados três arranjos retangulares diferentes, feitos com diferentes conjuntos de bolinhas. As crianças devem identificar aquele que tem 5 vezes quatro bolinhas (o terceiro). Incentive-as a identificar, oralmente, os outros arranjos, usando a multiplicação: 3 vezes 5 bolinhas ou 5 vezes 3 bolinhas o primeiro; 5 vezes 5 bolinhas o segundo.

PROBLEMA 11

No último problema, exploram-se diferentes notações que podem ser usadas para representar os arranjos retangulares, inclusive notações multiplicativas com o uso do sinal de vezes (x). As respostas foram registradas, em vermelho, na imagem a seguir.

11. OS RETÂNGULOS ABAIXO FORAM REPRESENTADOS TAMBÉM NUMERICAMENTE.



DESCUBRA QUAL RETÂNGULO CADA REGISTRO ABAIXO REPRESENTA E ANOTE A LETRA CORRESPONDENTE NOS PARÊNTESES.

(B) 7 + 7	(A) 8 + 8 + 8 + 8
(E) 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3	(D) 5 x 5
(A) 4 VEZES 8 QUADRADINHOS	(B) 2 VEZES 7 QUADRADINHOS
(B) 7 x 2	(D) 5 + 5 + 5 + 5 + 5
(C) 9 + 9 + 9 + 9 + 9	(A) 8 x 4
(C) 9 VEZES 5 QUADRADINHOS	(E) 3 x 6
(A) 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4	(C) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
(E) 6 VEZES 3 QUADRADINHOS	(E) 6 + 6 + 6
(C) 5 x 9	(B) 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

É fundamental que as crianças tenham a oportunidade de socializar suas respostas e discutir acerca de como pensaram para estabelecer as correspondências em questão.

OUTRAS SUGESTÕES

No site do **Youcubed** - https://www.youcubed.org/pt-br/ - são apresentadas, gratuitamente, diversas sugestões de atividades para desenvolvimento do pensamento matemático. Entre elas há um jogo que envolve a multiplicação em arranjos retangulares, cujas regras são apresentadas a seguir[13]. Recomenda-se o trabalho com esse jogo, que se constituirá em uma oportunidade muito rica para a utilização da Tábua da Multiplicação.

JOGO DOS RETÂNGULOS

REGRAS DO JOGO

MATERIAIS

- dois dados numerados
- papel quadriculado
- lápis grafite e lápis de cor.

[13] No referido site, o Jogo é apresentado com o nome “Quantas linhas? Quantos em cada linha?”. Você pode encontrar o mesmo jogo em Boeler (2018) onde é apresentado com o nome “Quanto falta para 100?”.

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- 2 jogadores(as).

OBJETIVO

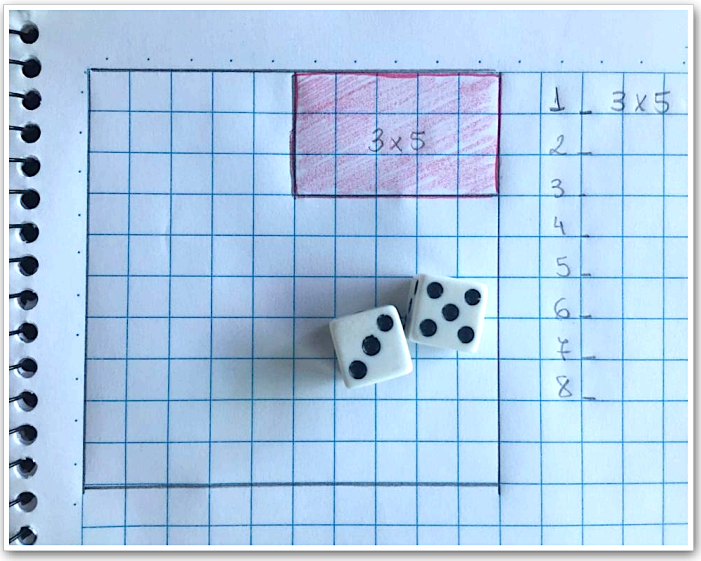
- Pintar uma quantidade maior de quadradinhos em sua grade do que aquela pintada pelo(a) outro(a) jogador(a).

PREPARAÇÃO

- Cada jogador(a) deverá preparar sua grade delimitando, em sua folha, um quadrado de 10 x 10 quadradinhos. Para isso, poderá usar seu lápis grafite ou um lápis colorido.

MODO DE JOGAR

- O(a) primeiro(a) jogador(a) deverá lançar dois dados. Os números desses dados indicarão as dimensões do retângulo que ele(a) deverá pintar dentro de sua grade. Um dos dados indicará o número de linhas e/ou colunas, e o outro a quantidade de quadradinhos em cada linha e/ou coluna do retângulo.
- Se conseguir nos dados os números 3 e 5, por exemplo, deverá desenhar um retângulo de 3 x 5 e pintá-lo, como mostrado na figura abaixo:



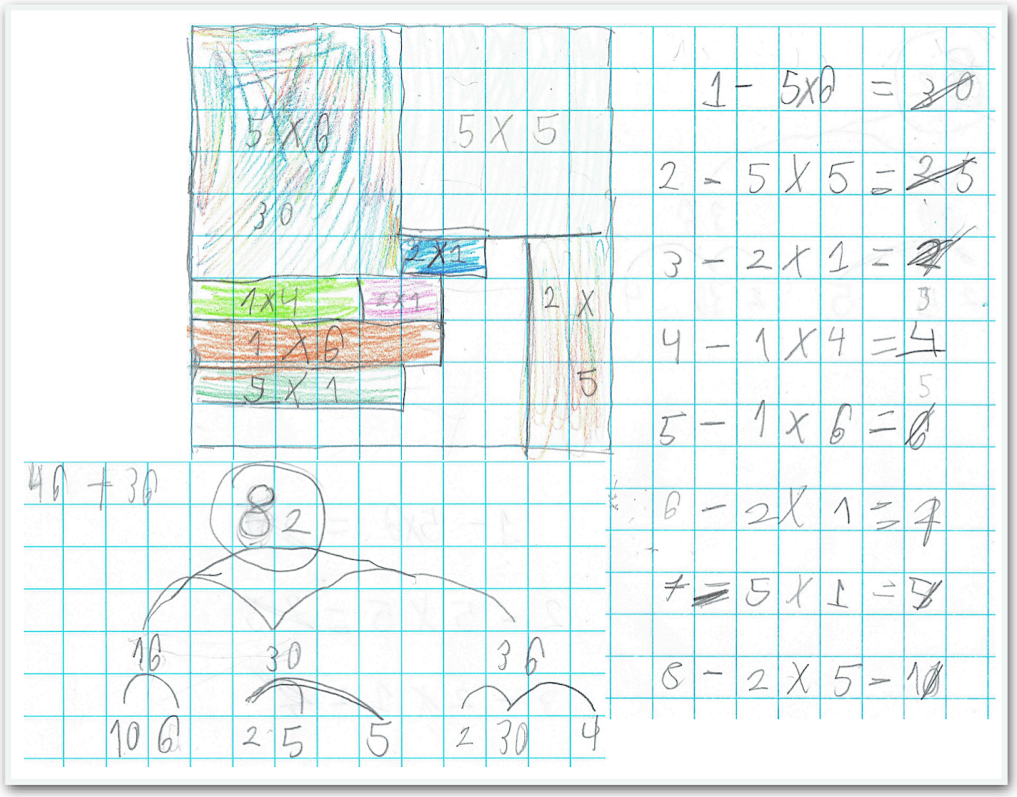
Fonte: Acervo da autora, 2020

- Os(as) jogadores(as) se revezam no lançamento dos dados, desenhando cada um(a) seus retângulos em sua tabela, na sua vez de jogar.
- Se, em algum dos lances, não houver mais espaço disponível para registrar o retângulo correspondente aos números indicados nos dados, o(a) jogador(a) deve passar a sua vez. Portanto, é recomendável que cada jogador(a) anote a

multiplicação correspondente a cada uma de suas rodadas, para controlar o número de rodadas já jogadas (como mostrado na figura anterior).

- Ao final de 8 rodadas, cada jogador(a) deve verificar o número total de quadradinhos pintados na sua tabela. Quem tiver pintado a maior quantidade de quadradinhos, vence a partida.

Veja, na imagem a seguir, os registros produzidos por uma criança durante uma partida desse jogo:



CARTAS DE MATEMÁTICA

No site do Youcubed, você pode encontrar também uma excelente atividade para complementar e enriquecer o trabalho com notações multiplicativas explorado nessa SD. Trata-se de um jogo de cartas, no qual as crianças deverão colocar em correspondência cartas que têm uma mesma resposta numérica, mostrada em diferentes representações. Recomendamos, fortemente, o trabalho com essa atividade.

Acesso: https://www.youcubed.org/pt-br/tasks/cartoes-matematicos/

REFERÊNCIAS

BOELER, J. **Mentalidades Matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. 3ª ed. Campinas: Papirus, 1995.

SALVADOR. Secretaria Municipal de Educação. **Nossa Rede:** Cadernos de Matemática. Salvador: Instituto Chapada de Educação e Pesquisa, 2016. (Coleção em 40 volumes).

STAREPRAVO, A. R. **A multiplicação na Escola Fundamental 1:** análise de uma proposta de ensino. 2010. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo: São Paulo, 2010.

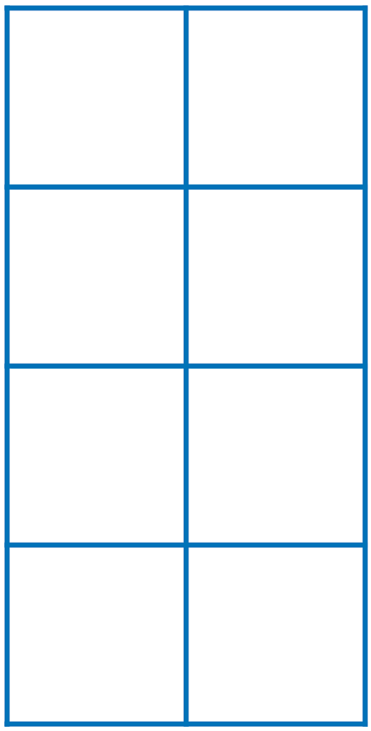
STAREPRAVO, A. R. **A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças da 3a série do ensino fundamental**. 2001. 187f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná: Curitiba, 2001.

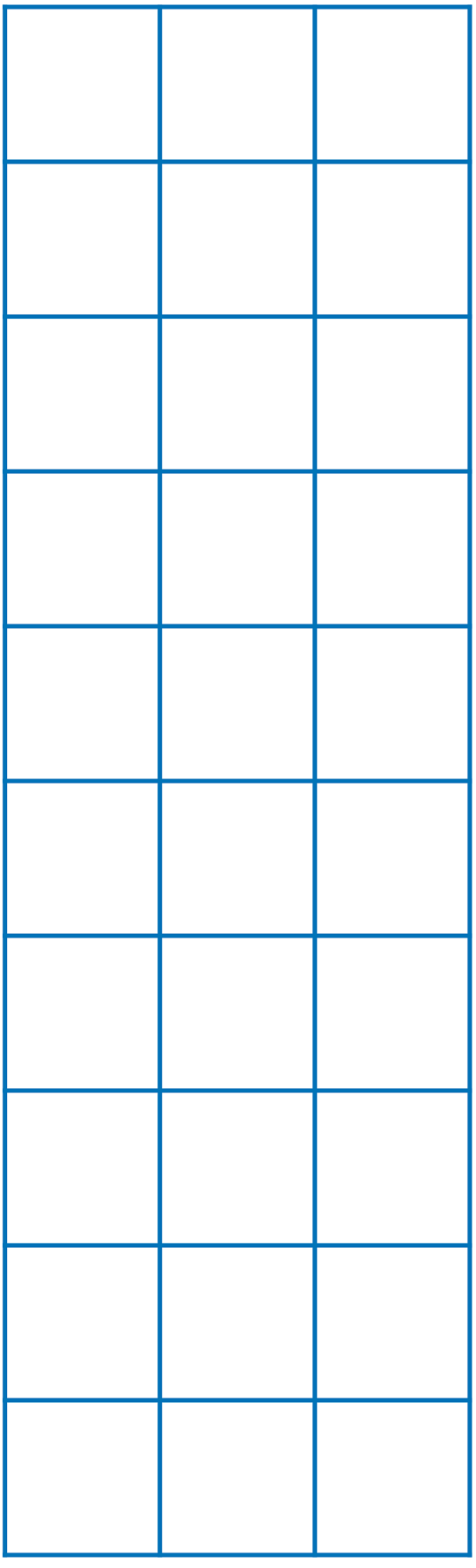
STAREPRAVO, A. R. **Matemática**: fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

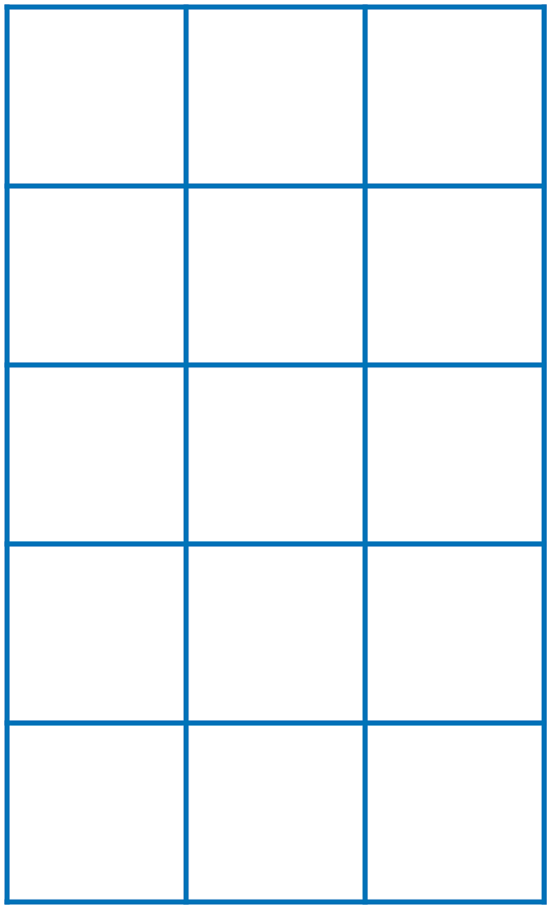
STAREPRAVO, A. R.; MORO, M. L. F. As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: Editora da UFPR, 2005. p. 107-143.

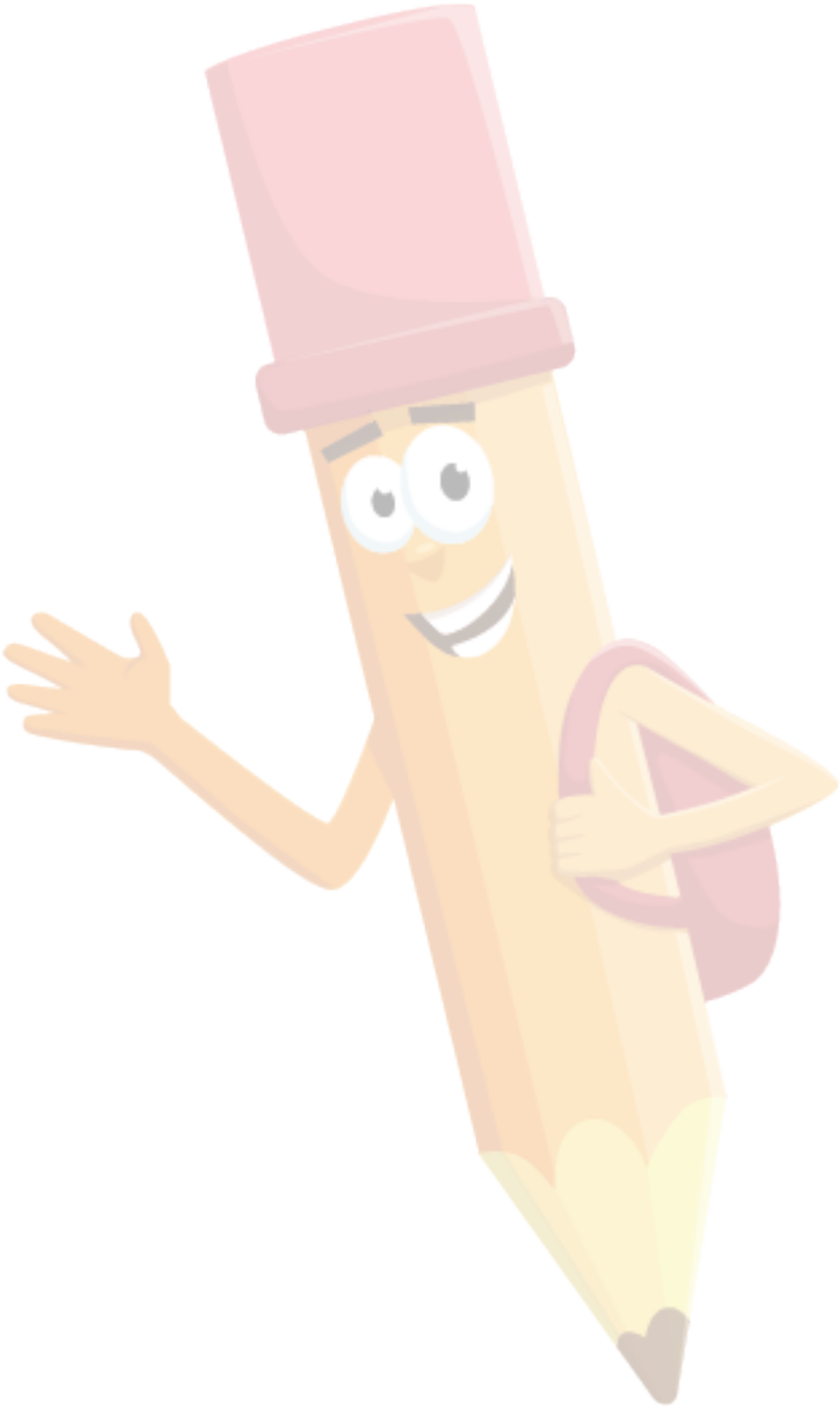
VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

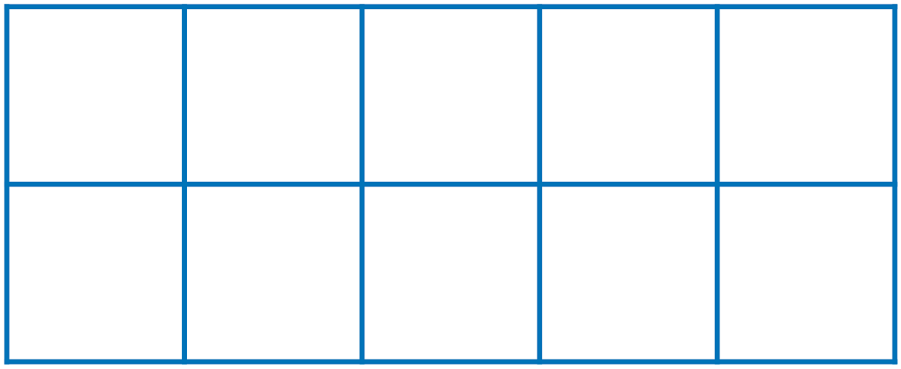
PARA RECORTAR: RETÂNGULOS E TIRAS PARA ATIVIDADES DA TERCEIRA E QUARTA ETAPAS.

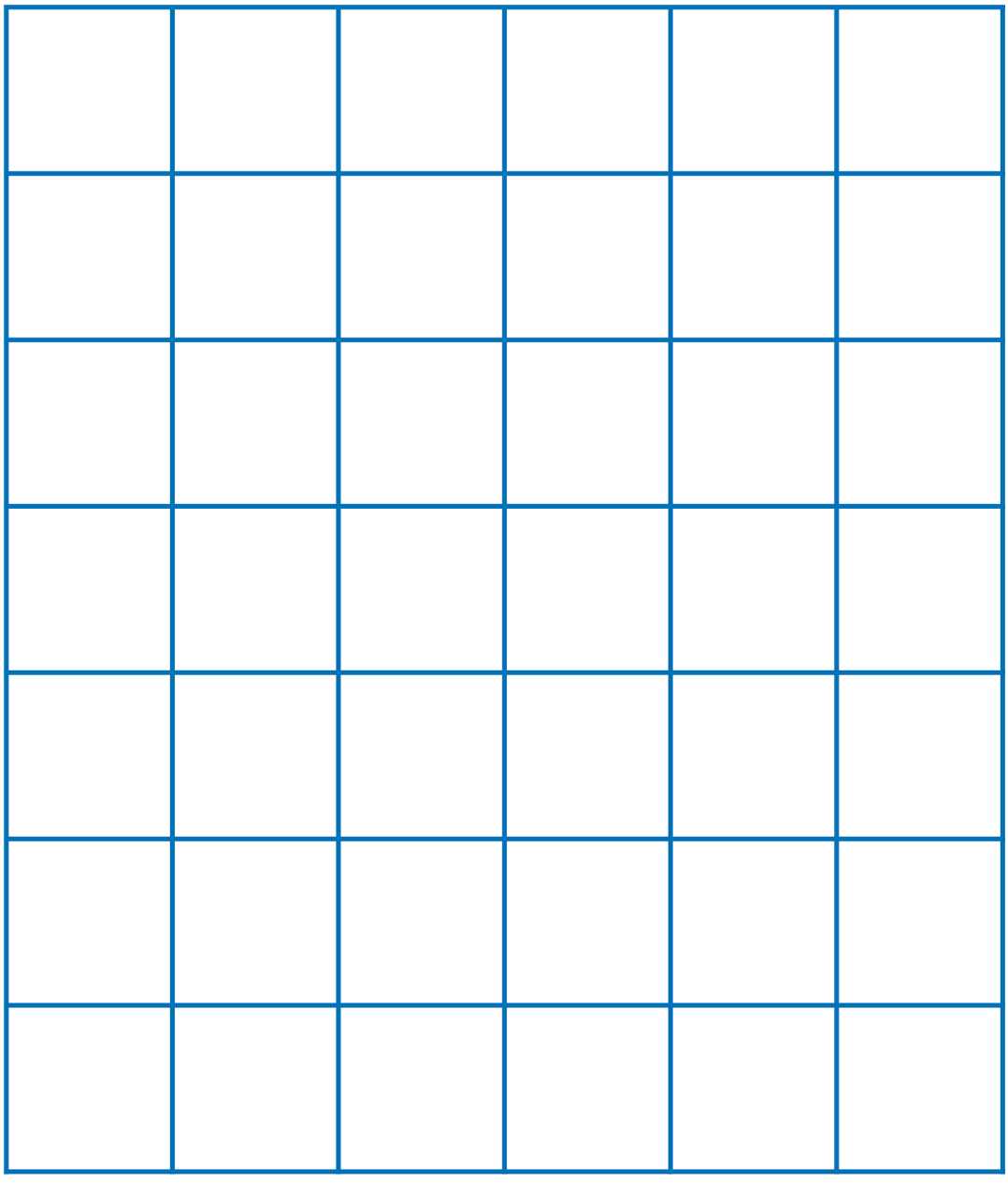


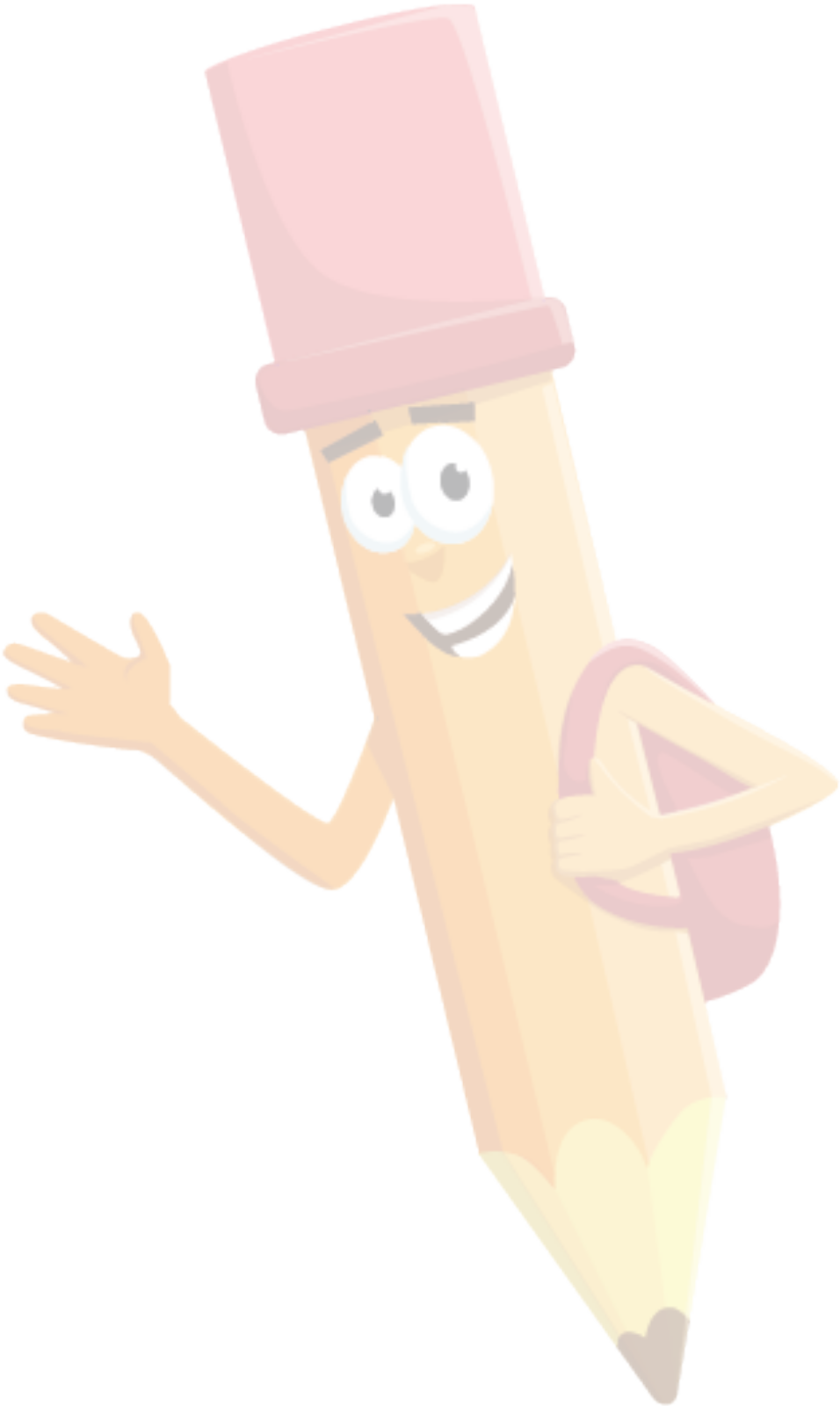




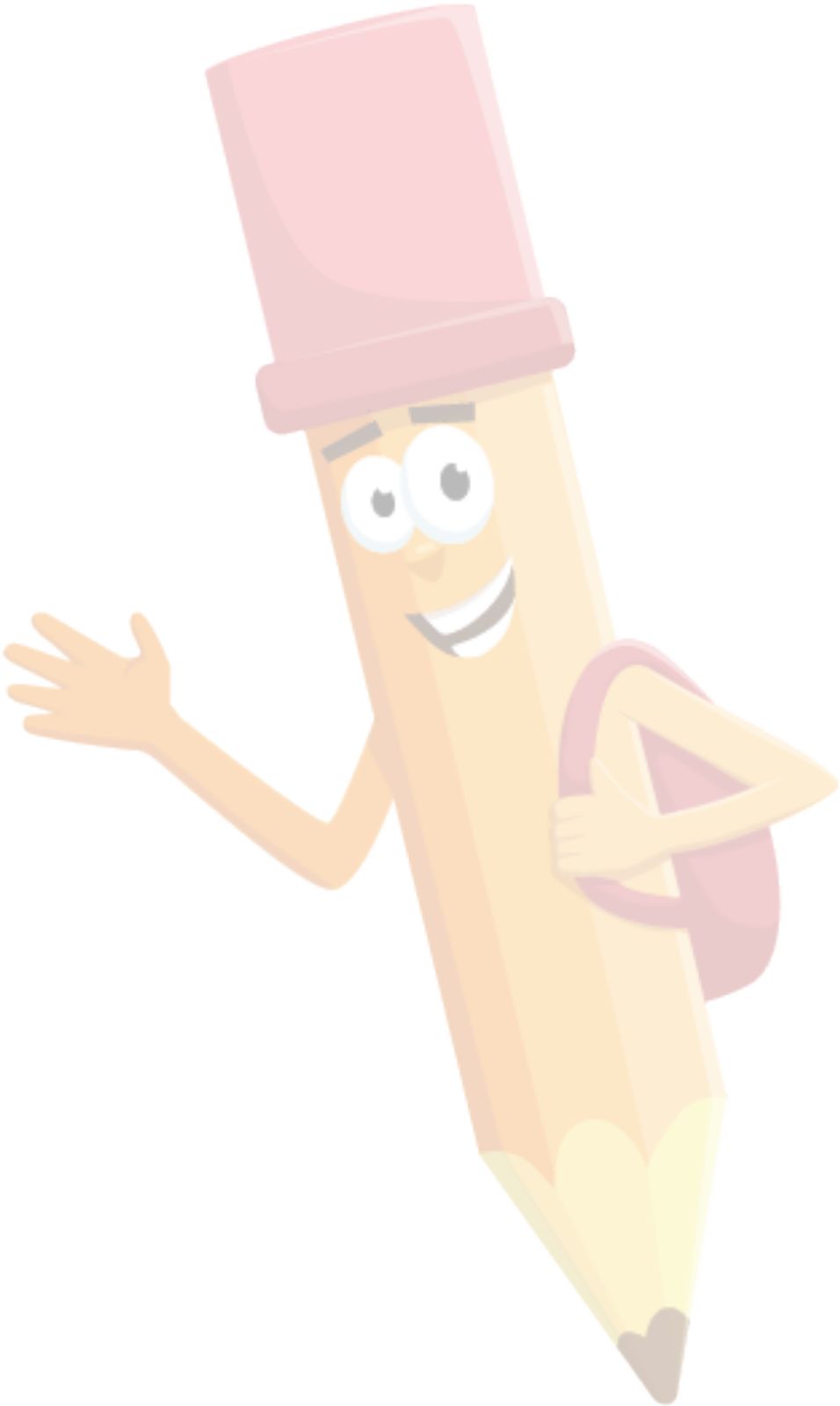


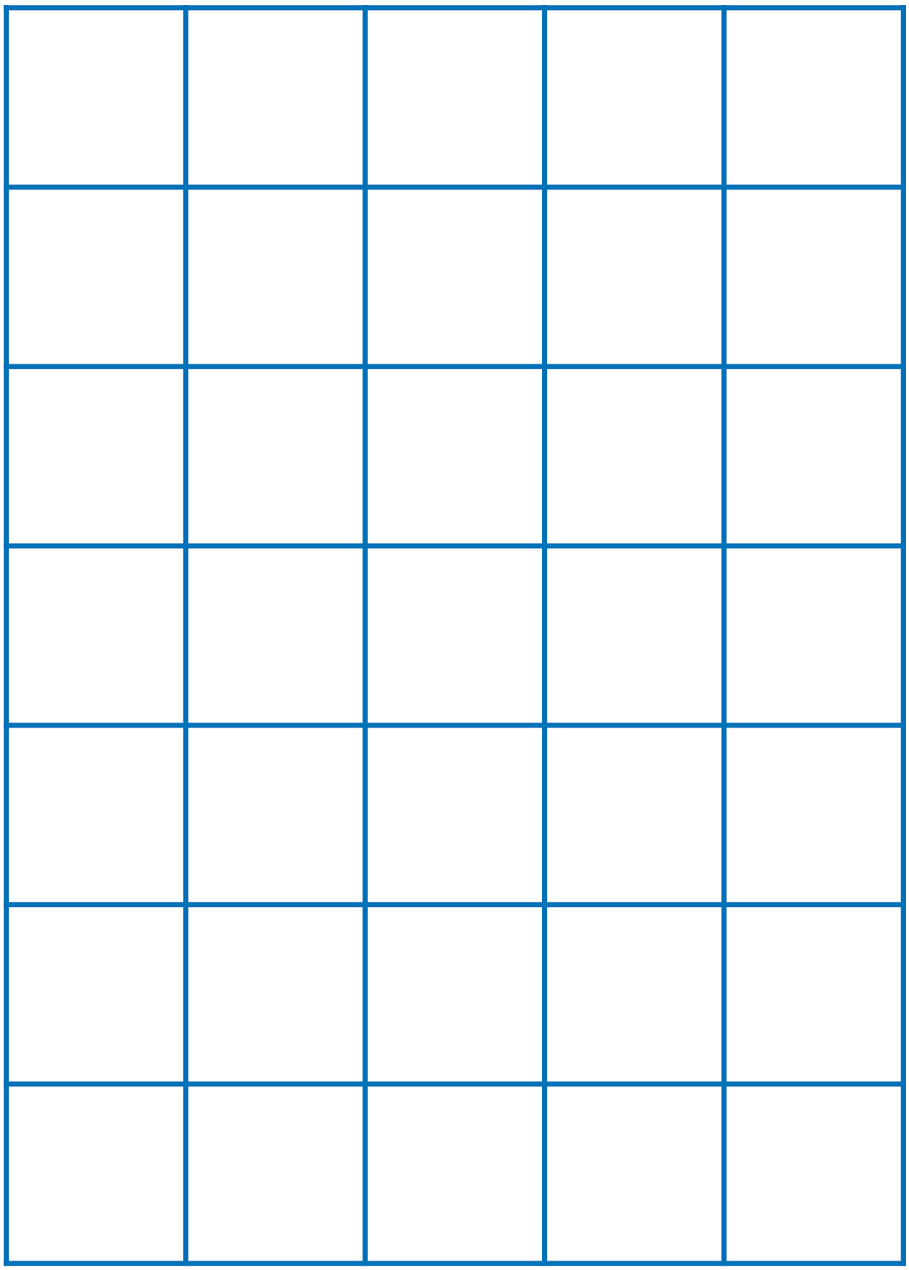




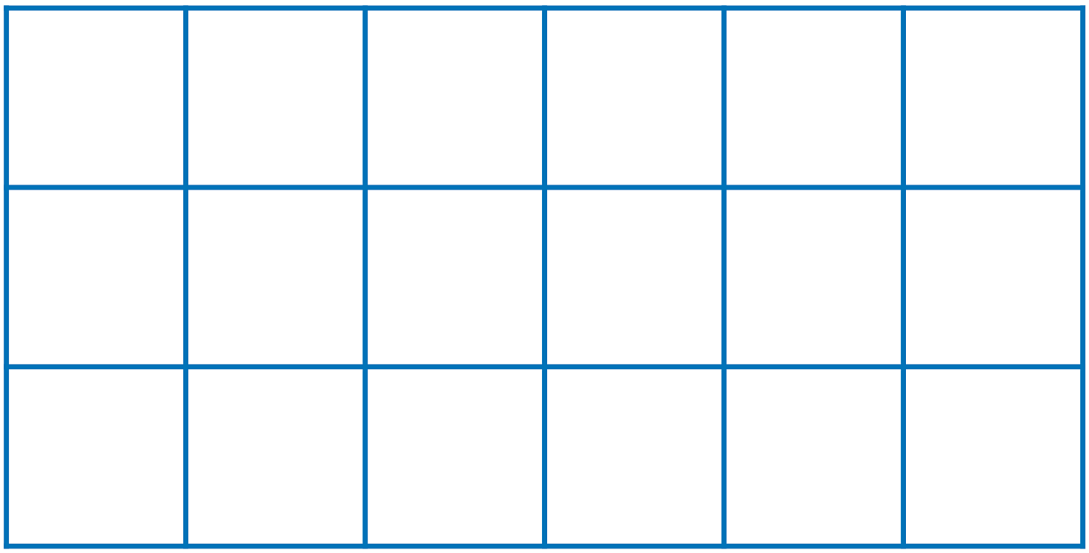


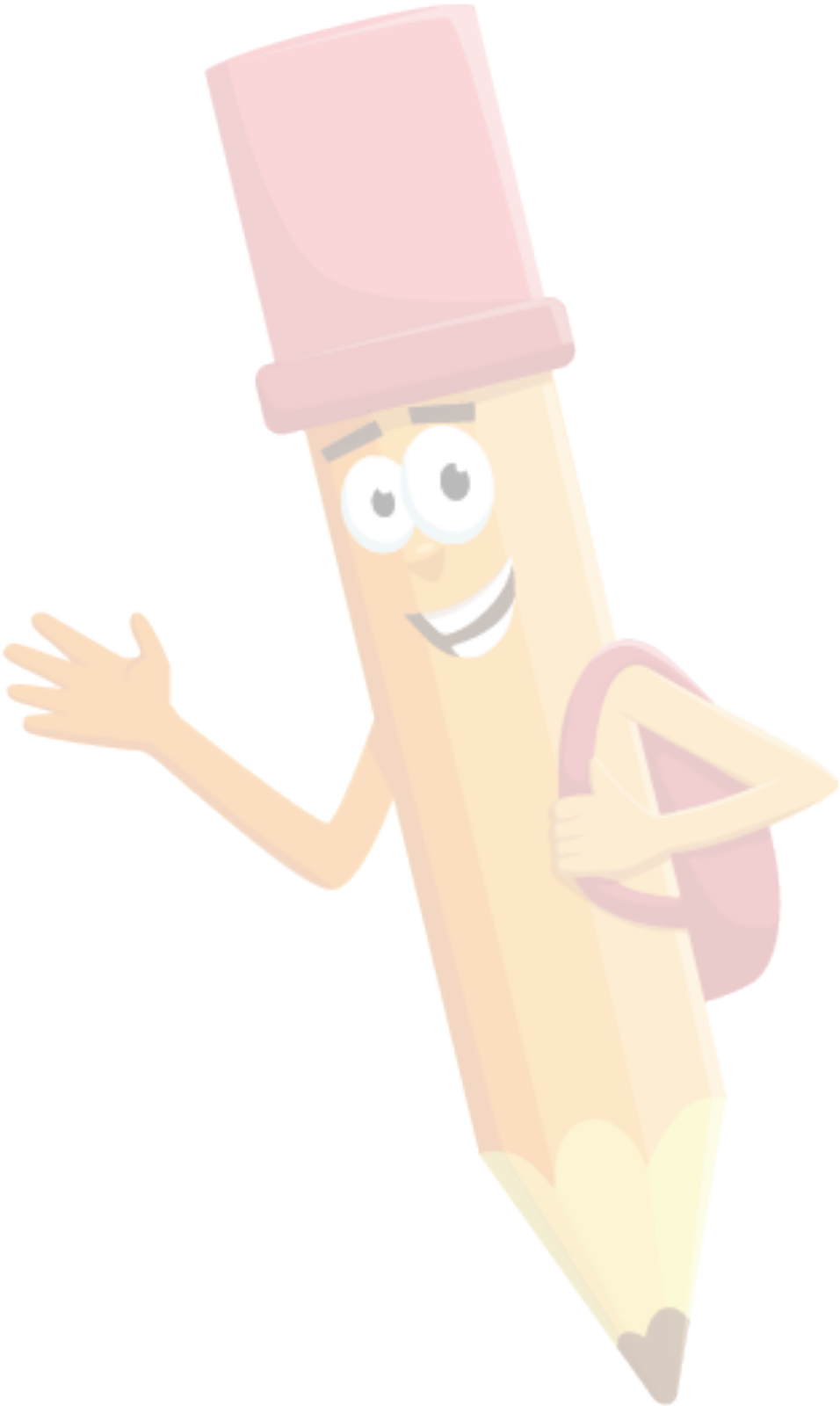
9 + 9 + 9 + 9	6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6
7 + 7 + 7 + 7 + 7	5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5





2 + 2 + 2 + 2



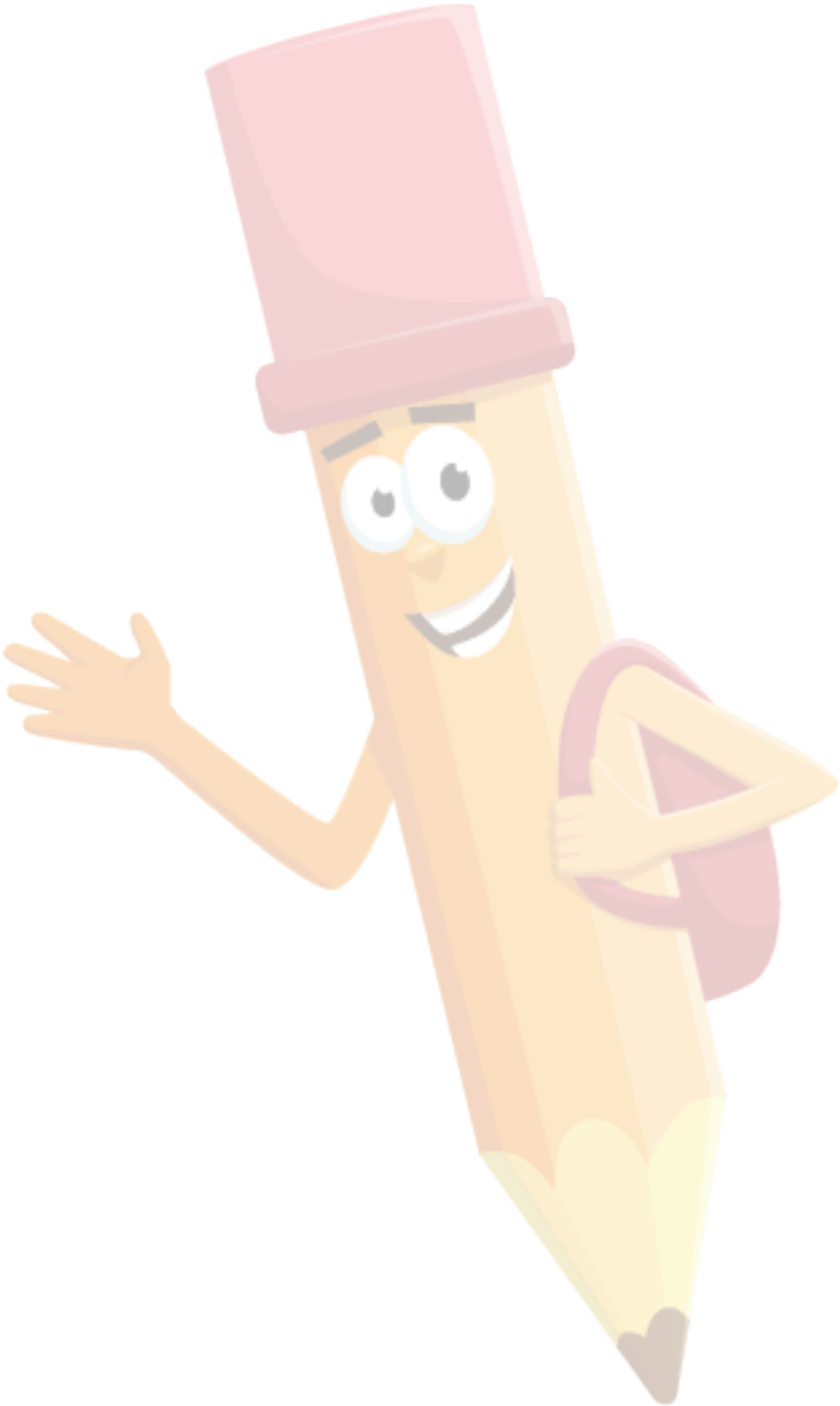


$5 + 5 + 5$

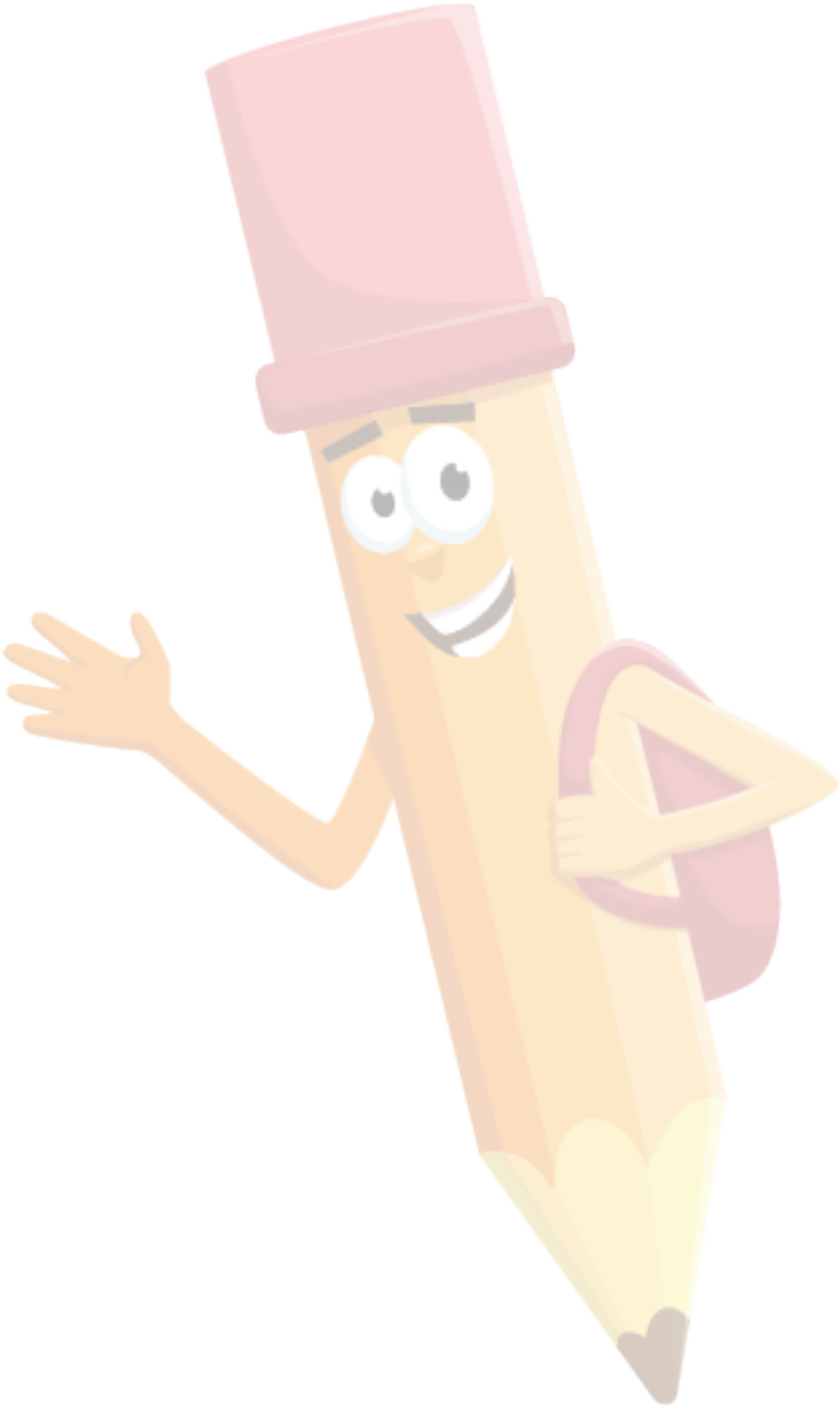
$3 + 3 + 3 + 3 + 3$

$2 + 2 + 2 + 2 + 2$

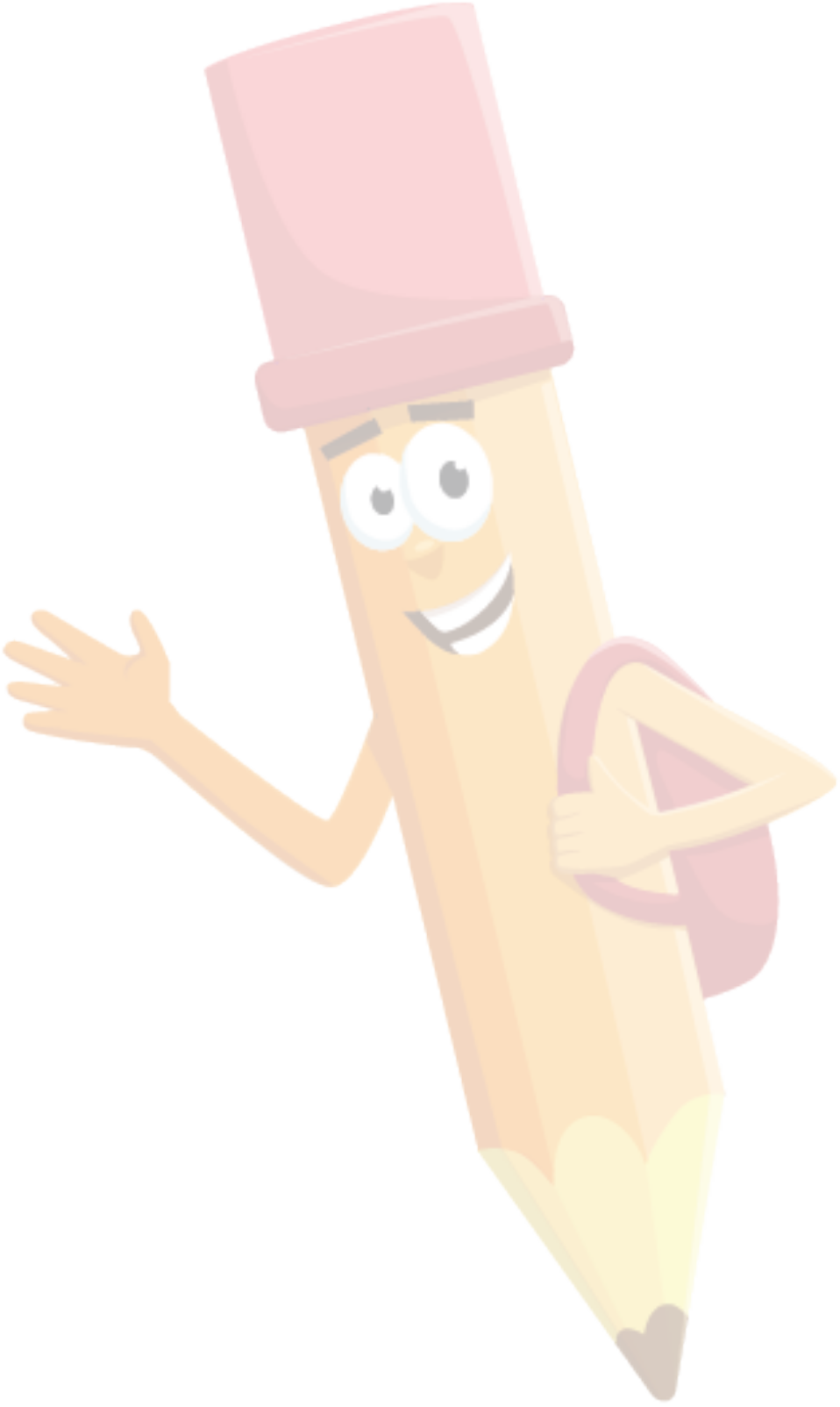
$5 + 5$

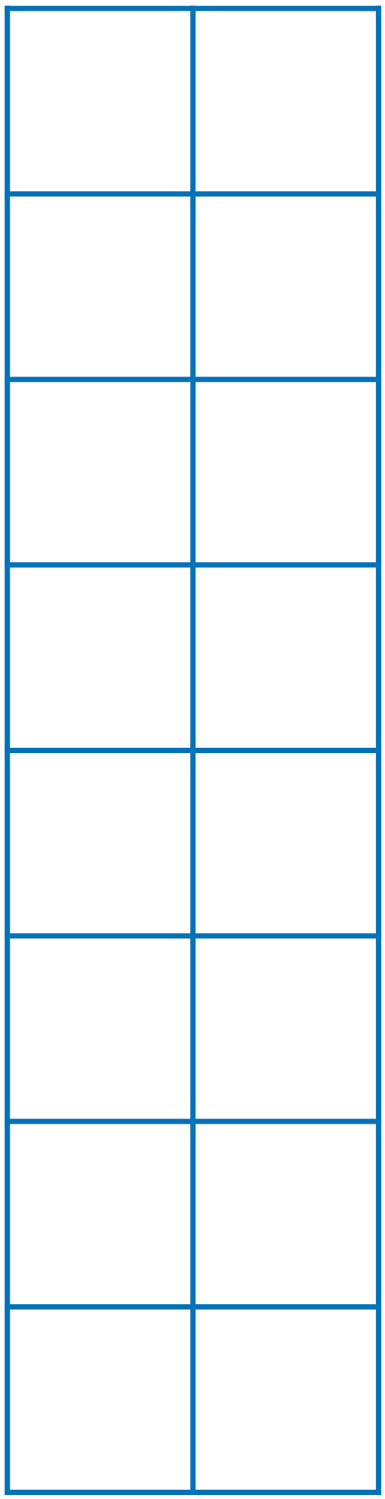


2 VEZES 4	10 + 10 + 10
	3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3
	4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4
	6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6
	7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7
4 VEZES 2	6 + 6 + 6
	3 VEZES 5
	5 VEZES 3
	3 VEZES 10



4 VEZES 9	4 + 4
	10 VEZES 3
	2 VEZES 5
	5 VEZES 2
	6 VEZES 6
9 VEZES 4	6 VEZES 7
	7 VEZES 6
	7 VEZES 5
	5 VEZES 7





8 VEZES 2

3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3

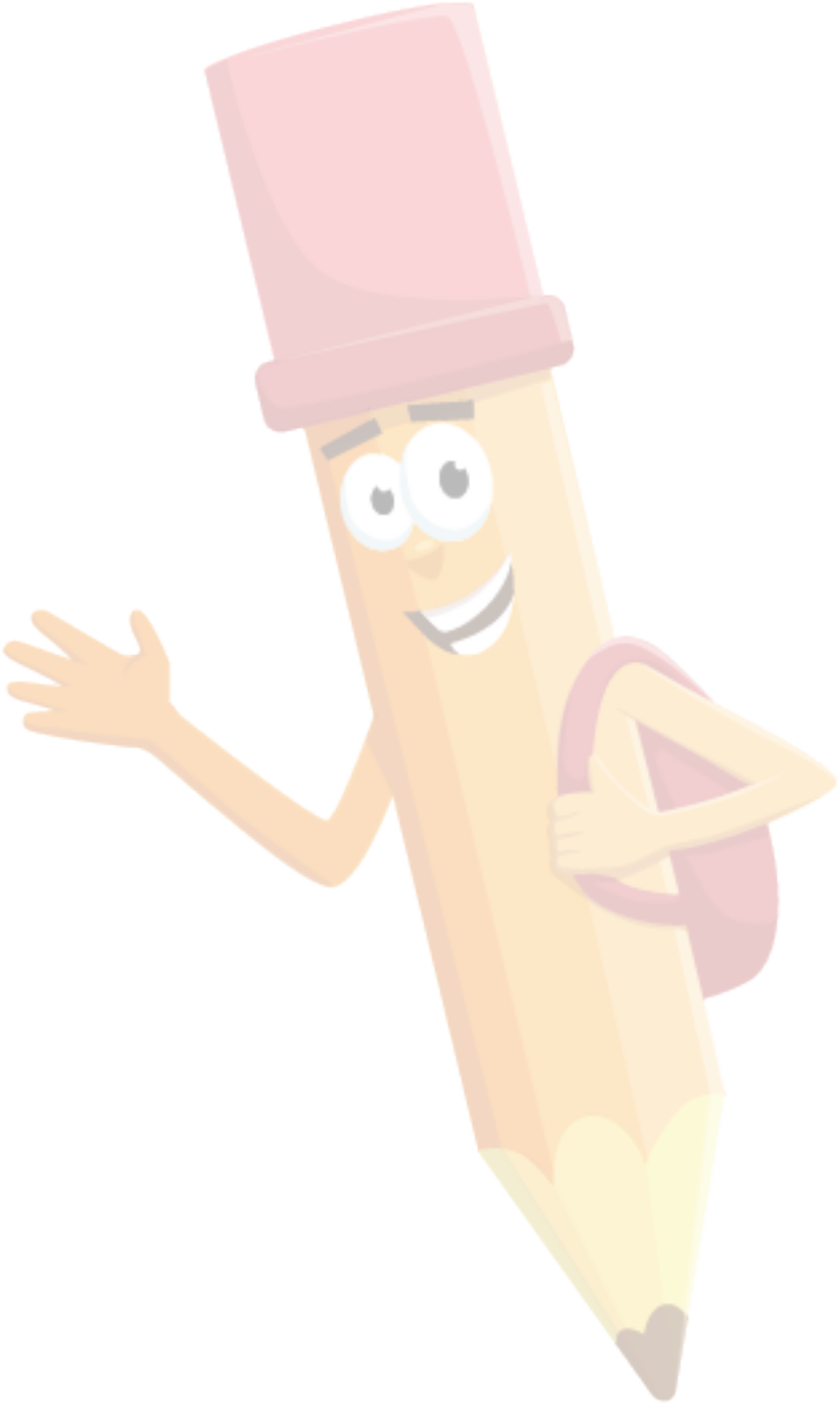
2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

3 VEZES 6

3 VEZES 6

8 + 8

2 VEZES 8



QUADRO DOS NÚMEROS II

APRESENTAÇÃO

Essa Sequência Didática[1] tem como elemento disparador um recurso explorado, também, em outras duas SD's desse material: **Quadro dos Números** (Volume 1) e **Jogo Completando o Quadro dos Números** (Volume 2). Propõe-se aqui uma ampliação do campo numérico explorado no primeiro quadro (série completa até 99), por meio da apresentação de números até 990 (série de 10 em 10).

Assim como nas outras SD's acima mencionadas, tem-se como objetivo oferecer um contexto lúdico no qual as crianças possam "usar os números, refletir sobre eles e, a partir daí, construir a regularidade e a organização do sistema de numeração." (MORENO, 2006, p. 71). Evidencia-se, assim, que as crianças não precisam ter o domínio do intervalo numérico em questão para trabalhar com as situações-problema propostas aqui, uma vez que serão justamente estas situações que provocarão aprendizagens sobre a série numérica explorada.

A experiência repetida com séries numéricas mais longas, em diferentes contextos, acompanhada de uma boa mediação do(a) professor(a), será essencial para que as crianças avancem em seus conhecimentos a respeito do nosso sistema de numeração, tanto na perspectiva da oralidade quanto da leitura e escrita de números.

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

As atividades apresentadas aqui são **mais indicadas para crianças do segundo e terceiro anos.** Para crianças do primeiro ano, recomenda-se o trabalho com a SD Quadro dos Números apresentada no Volume 1.

Caso seus(suas) estudantes não tenham tido a oportunidade de explorar os números até 100 em séries mais longas, de forma lúdica, recomenda-se que se trabalhe

[1] Destaca-se a contribuição de Ivonildes dos Santos Milan na elaboração dessa Sequência Didática.

primeiro com a SD apresentada no Volume 1. Embora o trabalho com o Quadro dos Números até 99 não seja um pré-requisito para a exploração das atividades apresentadas aqui, os desafios propostos na SD mencionada anteriormente farão com que as crianças mobilizem conhecimentos e realizem aprendizagens essenciais para a compreensão das regularidades presentes, também, nos números maiores que 100.

Caso você considere que seus(suas) estudantes já dominam a série numérica até 100 e que, portanto, é desnecessário explorar as atividades propostas naquela SD, recomenda-se que você faça a leitura das orientações apresentadas no referido texto, pois certamente lhe ajudarão a compreender duas questões fundamentais:

1. como as crianças se apropriam da numeração escrita;
2. a importância de se trabalhar com séries numéricas mais longas.

Além disso, naquela SD são explicitadas as regularidades presentes em nosso sistema de numeração, e são, ainda, apresentadas sugestões sobre como auxiliar as crianças a constatarem essas regularidades, usando-as para antecipar os próximos elementos de uma série numérica.

O trabalho com números, nos anos iniciais, costuma ser bastante fragmentado e fortemente relacionado às classes e ordens numéricas. **Dezenas, centenas e unidades de milhar costumam definir uma graduação muito rígida para o trabalho** com nosso sistema de numeração nas aulas de Matemática, desconsiderando os conhecimentos que são construídos pelas crianças em suas experiências cotidianas com números fora do ambiente escolar.

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática[2] pretende-se contribuir para que a criança torne-se, progressivamente, capaz de:

- ampliar o conhecimento a respeito das escritas cifradas dos números;
- referenciar essas escritas em um quadro de números;
- tornar-se consciente das diferentes funções desempenhadas pelos algarismos na escrita de um número, assim como reconhecer e conservar o nome das centenas;
- observar as regularidades da sequência numérica escrita;

[2] Esses objetivos foram definidos com base na publicação do Institut National de Recherche Pédagogique (INRP) - (ERMEL, 1991).

- decompor a série numérica em “famílias” de cem;
- utilizar o padrão observado para escrever o que precede ou segue um número;
- desenvolver a memória da contagem de cem em cem;
- formular perguntas sobre os números, levando em conta suas características;
- usar registro como forma de controle para “adivinhar” um número.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

- Quadros dos Números em tamanho grande (até 99 e até 990);
- papel ou cartolina coloridos para recortar;
- papel pardo;
- Caderno de Atividades do Estudante.

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

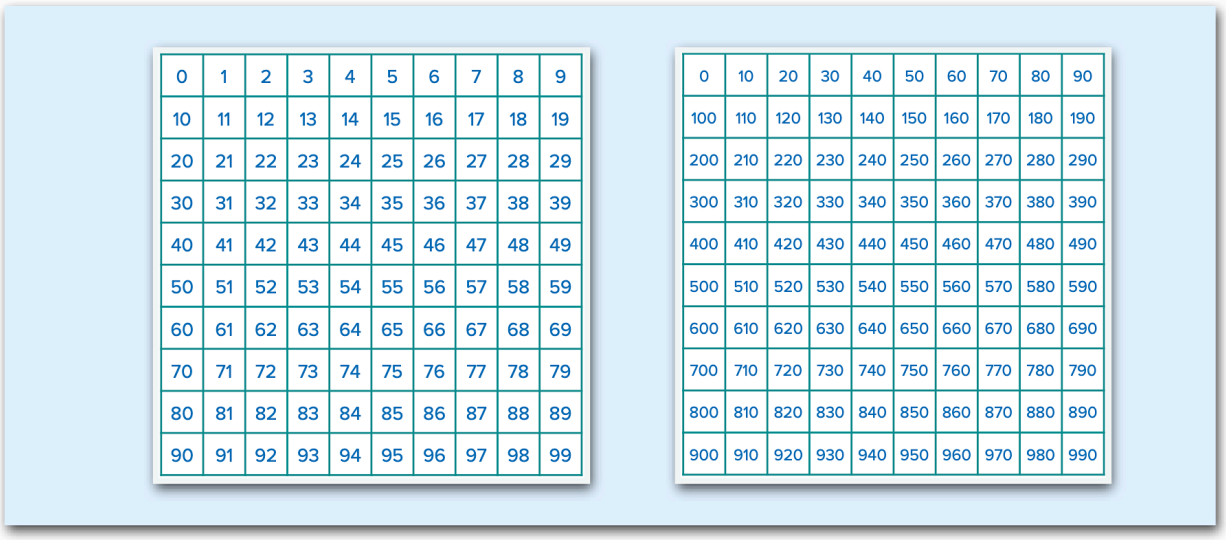
PRIMEIRA ETAPA

Uma boa forma de provocar o pensamento das crianças em relação aos números até 990, apresentados neste "novo" quadro, consiste em propor que o comparem ao quadro que contém os números até 99.

Organize a turma em equipes de 3 a 4 crianças e oriente cada grupo a recortar os dois quadros que foram anexados ao Caderno de Atividades do Estudante. Sugere-se que usem, nesse momento, apenas os quadros apresentados no Caderno de uma das crianças do grupo, colocando-os no centro da mesa para compará-los, identificando semelhanças e diferenças entre eles.[3]

Caso as crianças já tenham trabalhado com a SD Quadro dos Números apresentada no Volume 1, certamente terão melhores condições de realizar as comparações, pois já terão identificado as regularidades presentes no primeiro quadro. Caso não tenham trabalhado com aquela SD, possivelmente precisarão de um tempo maior para essa exploração inicial.

[3] Quando cada criança tem os seus próprios quadros, elas costumam interagir menos entre si, realizando um trabalho mais individual. Quando o material é de uso coletivo, elas realizam mais trocas.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Em ambos os casos, sugere-se que você circule entre as equipes, enquanto realizam essa atividade e observe o que chama a atenção das crianças em cada quadro: **identificam números que lhes são familiares? Identificam números do segundo quadro como a continuação da série apresentada no primeiro? Percebem que um dos quadros apresenta uma série completa, enquanto no outro há números faltando? Referem-se aos números que faltam, nomeando-os? Identificam semelhanças entre os números apresentados nos dois quadros? Verbalizam sobre a presença do zero em todos os números do segundo quadro?**

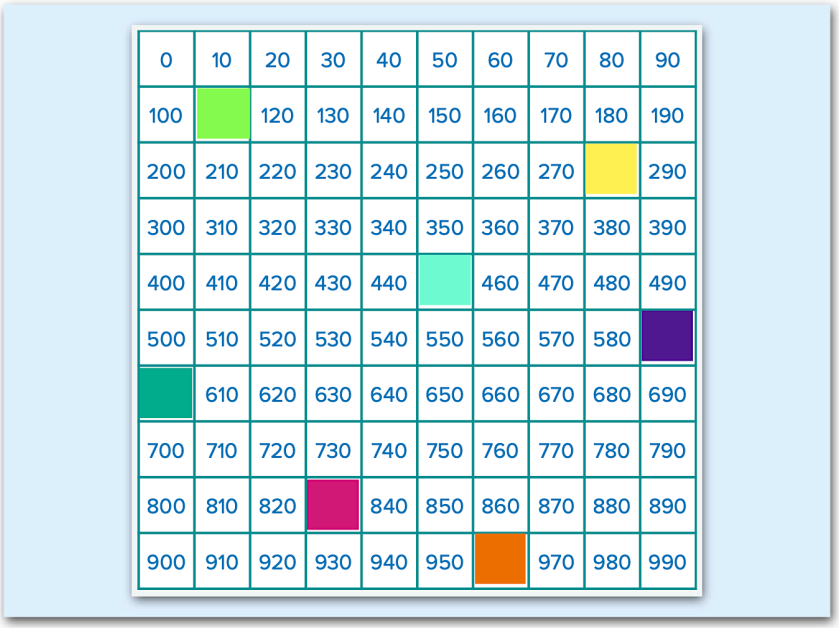
As questões apresentadas acima podem orientar sua observação e, ao mesmo tempo, servir como base para a elaboração de perguntas a serem feitas para as crianças, caso você perceba que estão com dificuldades para realizar a comparação proposta. Dessa forma, enquanto observa o trabalho das equipes, pode propor-lhes perguntas como as que seguem:

- Vocês sabem ler os números desse quadro? (Apontando o primeiro).
- E nesse outro quadro, há números que vocês já conhecem?
- Qual dos quadros tem os números mais altos? Podem me explicar como sabem disso?
- Qual é o intervalo numérico apresentado em cada um?
- Os quadros contêm todos os números do intervalo apresentado? Podem me explicar como sabem disso?
- Embora cada quadro apresente intervalos numéricos diferentes, há algo de parecido entre os números de cada um? O quê?

Depois dessa exploração inicial, as equipes podem socializar o que foi observado em relação às semelhanças e diferenças entre os dois quadros. Veja, a seguir, algumas das observações que são apontadas, em geral, pelas crianças:

- os dois quadros contêm uma sequência numérica;
- as duas sequências começam com o número zero;
- uma sequência está completa, a outra não;
- para fazer o segundo quadro é só acrescentar um zero ao final de cada número do primeiro quadro;
- no primeiro quadro os números de cada linha aumentam de 1 em 1, enquanto no segundo quadro aumentam de 10 em 10;
- no primeiro quadro os números de cada coluna aumentam de 10 em 10, enquanto no segundo quadro aumentam de 100 em 100;
- no primeiro quadro há números de 1 e de 2 algarismos, enquanto no segundo há números de 2 e de 3 algarismos.

Para fechar essa etapa, sugere-se a realização de uma atividade já apresentada na SD Quadro dos Números (Volume 1), que consiste em cobrir alguns quadrinhos para que as crianças descubram quais são os números escondidos e registrem esses números.



0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100		120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270		290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440		460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	
	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820		840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950		970	980	990

Essa atividade pode ser realizada em trios, cada um recebendo um quadrado da mesma cor de um daqueles afixados no quadro. As crianças deverão registrar, nesse quadrado, o número escondido no quadro pelo quadrado de cor correspondente.

Vale lembrar que não é necessário que as crianças dominem a série escrita nem que sejam capazes de recitá-la para descobrir os números escondidos, pois poderão fazer isso com base na observação das regularidades presentes na sequência apresentada no quadro. Para descobrir qual é o número escondido pelo quadrado amarelo, por exemplo, as crianças podem se basear nas seguintes constatações:

1. Todos os números dessa **linha** têm 3 algarismos, o primeiro algarismo de cada número é sempre o mesmo (2), o segundo algarismo é sempre diferente e o terceiro é sempre o mesmo (0). O algarismo do meio é sempre um a mais do que o algarismo que ocupa a mesma posição no número que o precede.

2. Todos os números dessa **coluna** têm 3 algarismos, o primeiro algarismo de cada número é sempre diferente. O segundo algarismo de cada número é sempre o mesmo e o terceiro é sempre o mesmo (0). O algarismo do meio é sempre um a mais do que o algarismo que, na mesma linha, ocupa a mesma posição no número que o precede.

Sugere-se que as crianças trabalhem com o problema 1 apresentado no Caderno de Atividades do Estudante, antes de passar para a próxima etapa. Dessa forma, você poderá avaliá-las individualmente, observando se são capazes de utilizar o padrão observado para escrever o que precede ou segue um número.

Lembre-se de que a socialização das respostas e a discussão coletiva sobre as estratégias mobilizadas para resolver o desafio proposto são essenciais para que as crianças avancem em seus conhecimentos.

SEGUNDA ETAPA

Propõe-se, nessa etapa, a realização de uma brincadeira que envolve recitar séries numéricas. As crianças poderão se organizar em duplas ou trios e colocar sobre a mesa as fichas que foram anexadas para recorte no Caderno de Atividades do Estudante, contendo os seguintes registros: **+ 1**, **- 1**; **+ 10**, **- 10**; **+ 100**, **- 100**. Questione os(as) estudantes a respeito das diferentes formas por meio das quais as séries numéricas de cada quadro podem ser lidas.

- Podemos ler os números de cada quadro, seguindo a ordem das linhas ou a ordem das colunas, certo? O que muda na série recitada em cada caso?
- O que acontece se lermos os números de cada linha da esquerda para a direita?
- O que acontece se lermos os números de cada coluna de baixo para cima?

Espera-se, com essas questões, que as crianças percebam que as séries apresentadas nas linhas e nas colunas de cada quadro são resultantes da realização de adições sucessivas, por um mesmo número (+ 1 e + 10 no primeiro quadro; + 10 e + 100 no segundo quadro). Quando os números são lidos da direita para a esquerda nas linhas, e de baixo para cima nas colunas, as séries numéricas envolvem subtrações sucessivas por um mesmo número (-1 e -10 no primeiro quadro; - 10 e - 100 no segundo quadro).[4]

Proponha a brincadeira, anunciando que você irá recitar alguns “pedaços" das séries numéricas presentes em cada quadro e que, ao final, cada equipe deverá escolher, entre as fichas recortadas, aquela que mostra a relação estabelecida entre os números da série em questão. Veja, a seguir, algumas sugestões de pedaços de séries a serem recitadas:

- 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;
- 39, 38, 37, 36, 35, 34, 33, 32, 31, 30;
- 150, 250, 350, 450, 550, 650, 750, 850, 950;
- 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59;
- 290, 280, 270, 260, 250, 240, 230, 220, 210, 200;
- 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100.

A cada série recitada, você deverá deixar um tempo para as crianças pensarem sobre a relação numérica envolvida. Se for necessário, recite mais de uma vez a mesma série. Enquanto as equipes decidem sobre qual ficha escolherão, você pode circular entre as crianças e propor perguntas como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Vocês acham que a série recitada se encontra no primeiro ou no segundo quadro? Como vocês descobriram isso?	Para fazer essa identificação as crianças se baseiam na “primeira palavra falada” de cada número, que se refere às dezenas ou centenas exatas. Números até 99 estão no primeiro quadro. Números maiores que 100 estão no segundo quadro. A primeira linha do segundo quadro, entretanto, corresponde à primeira coluna do primeiro quadro, assim, a série de 10 a 90 (10 em 10) é a única que pode ser encontrada nos dois quadros.
Podem localizar, nesse quadro, o primeiro número da série recitada?	Ao localizar o primeiro número da série recitada, as crianças terão melhores condições de observar se os demais se encontram na mesma linha ou na mesma coluna.

[4] Essa constatação poderá ser feita mais facilmente por crianças que já tiveram experiência com o Jogo Completando o Quadro dos Números (Volume 2).

Nessa série os números estão aumentando ou diminuindo? Como é possível saber isso?	Para justificar se os números de uma série estão aumentando ou diminuindo, as crianças costumam dizer que você está "contando certo" ou "contando de trás para frente". Aproveite para trabalhar com as expressões "ordem crescente" e "ordem decrescente", por meio das quais as crianças poderão se referir às séries recitadas.
Os números aumentam (ou diminuem) de quanto em quanto?	Uma vez identificada a ordem dos números - crescente ou decrescente - as crianças deverão observar qual é o tipo de "contagem" realizada: um em um, dez em dez ou cem em cem.

Depois de algumas "rodadas" nas quais as crianças identificam o tipo de série recitada por você, as próprias equipes podem escolher uma série de um dos quadros, recitá-la e depois desafiar as demais equipes a identificar o tipo de relação numérica que liga os elementos da série.

Para finalizar essa etapa, sugere-se o trabalho com os problemas 2 a 4, propostos no o Caderno de Atividades do Estudante (ver orientações mais detalhadas sobre cada um deles a partir da página 82).

TERCEIRA ETAPA

Nessa terceira etapa, será proposta uma brincadeira que tem como objetivo tornar observável os números que estão "escondidos" entre dois números do segundo quadro. O intervalo numérico apresentado nesse quadro oculta números da série e é importante que as crianças compreendam isso.

Use um quadro numérico grande, de uso coletivo, para destacar dois números que se seguem na grade, como mostrado na imagem a seguir:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Pergunte se alguém poderia recitar os números que estão "escondidos" **entre o 450 e o 460** (451, 452, 453, 454... 459). Depois, você pode sugerir que as próprias crianças escolham, uma de cada vez, dois números do quadro e recitem a série que

“está escondida” entre eles, assim cada um(a) poderá escolher o domínio numérico que melhor lhe convém.

Essa pode ser uma **atividade rotineira,** ou seja, realizada todos os dias, no início do período escolar, ou logo depois do recreio, cada dia com a participação de uma ou duas crianças diferentes. Nas primeiras vezes, é possível que elas necessitem mais da sua ajuda e/ou da ajuda dos(as) colegas. Como o tempo, ganharão fluência e familiaridade cada vez maiores com a numeração oral.

Veja agora, outra forma de explorar essas séries escondidas: foram anexadas, a essa SD (páginas 91 e 93), algumas tiras com séries numéricas que fazem parte do intervalo numérico apresentado no Quadro dos Números até 990, mas elas estão ocultas ali. Sugere-se que sejam recortadas e guardadas em uma caixa. Chame, a cada dia, uma criança diferente para retirar da caixa uma das tiras. Essa criança deverá fazer a leitura, em voz alta, da série apresentada e, depois, apontar no quadro numérico os números entre os quais essa série se “encaixa”.

171	172	173	174	175	176	177	178	179
451	452	453	454	455	456	457	458	459
741	742	743	744	745	746	747	748	749
901	902	903	904	905	906	907	908	909

No Caderno de Atividades do Estudante, foram propostos dois problemas que exploram a identificação dos números que “se escondem” no quadro numérico: são os problemas 6 e 7.

QUARTA ETAPA

Propõe-se, nessa etapa, a realização de um jogo de adivinhação:

JOGO "QUAL É O NÚMERO?"

REGRAS DO JOGO

MATERIAS

- Quadro dos Números até 990 de uso coletivo (tamanho grande)
- Quadros dos Números (até 990) de uso individual
- Papel e canetinha para o(a) animador(a)

- Papel e lápis para o registro das perguntas formuladas pelas equipes

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- A classe toda.

OBJETIVO

- Descobrir qual foi o número escolhido pelo(a) animador(a) do jogo.

PREPARAÇÃO

- Organizar a turma em equipes de 3 ou 4 crianças.
- Escolher quem será o(a) animador(a) da partida - recomenda-se que nas primeiras partidas o(a) professor(a) exerça esse papel.
- O(a) animador(a) escolhe um número do quadro inteiro ou de um “pedaço" pré-determinado.
- Definir se valerão apenas os números que são apresentados no quadro ou se entrarão também aqueles que estão ocultos, mas que fazem parte do intervalo escolhido. Por exemplo: números de 0 a 100 - somente aqueles mostrados no quadro; números de 500 a 790 - somente aqueles mostrados no quadro; números de 240 a 260 - incluindo aqueles que estão “escondidos” etc.

MODO DE JOGAR

- O(a) animador(a) da partida deverá anunciar qual será o intervalo numérico considerado. Em seguida, deverá escolher um único número desse intervalo e registrá-lo em uma folha de papel, sem que os(as) estudantes possam visualizá-lo.
- Cada equipe deverá formular 3 perguntas, cujas respostas ajudem a descobrir qual foi o número escolhido. **Atenção:** as perguntas só podem ser respondidas com as palavras **SIM** ou **NÃO**.
- Quando todas as equipes já tiverem registrado as suas perguntas, elas deverão ser apresentadas e respondidas pelo(a) animador(a), uma equipe de cada vez. Perguntas repetidas não precisarão ser lidas.
- Cada equipe deve registrar o número que pensam ter sido escolhido pelo(a) animador(a).
- A equipe que acertar ganha um ponto. Ao final de algumas rodadas (o número de rodadas deve ser combinado previamente), vence a equipe que tiver mais pontos.

COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES A RESPEITO DO JOGO

É possível que as crianças tenham dificuldade para formular as perguntas na primeira rodada do jogo. Evite explicar como essas perguntas devem ser formuladas, em vez disso, apenas informe-lhes quando uma pergunta não puder ser respondida usando SIM ou NÃO. Permitir que "errem" e analisem o próprio erro é essencial para promover aprendizagens, pois, dessa forma, as crianças poderão desenvolver um processo de autorregulação.

Caso as crianças formulem uma pergunta como "**O número é par ou ímpar?**"[5], diga-lhes que não pode responder à pergunta, mas que esta poderá ser reformulada. Você pode ajudá-las nessa reformulação, propondo questões como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Por que essa pergunta - **é par ou é ímpar?** - não pode ser respondida com as expressões SIM ou NÃO?	Espera-se que as crianças percebam que se trata de duas perguntas e não apenas de uma. Se a resposta for SIM, será sim para qual delas? Se a resposta for NÃO, será não para qual delas? Em geral, após esse questionamento, as crianças reformulam a pergunta, mantendo apenas uma: **"o número é par?"** OU: **"o número é ímpar?"**
Desmembrando essa pergunta em duas, vocês acham que ambas deverão ser apresentadas uma de cada vez? Por quê?	Espera-se que as crianças percebam que a partir da resposta de uma delas é possível inferir a resposta da outra, uma vez que os números não podem ser par e ímpar ao mesmo tempo. Se a pergunta for **"o número é par?"** e a resposta for SIM, exclui-se, dessa forma, todos os números ímpares. Se a resposta for NÃO, excluem-se todos os números pares. Da mesma forma, um número não poderá ser maior e menor que determinado valor (exemplo de pergunta: é maior que 220?) ou, ainda, não poderá começar com dois algarismos diferentes (exemplo de pergunta: começa com o algarismo 5?).
É uma boa estratégia usar um número específico na primeira pergunta? Como no exemplo: **"é o 220?"**	Seria uma boa pergunta apenas se a resposta fosse sim, mas há pouca probabilidade de sê-lo, sobretudo se o intervalo numérico em questão for grande. Espera-se, com essa questão, que as crianças percebam que as melhores perguntas são aquelas que dividem os números em dois grupos iguais. Você pode fazer um levantamento com as crianças sobre esse tipo de pergunta. Além de **par ou ímpar,** é possível localizar o número que fica bem no meio do intervalo e perguntar se é **maior ou menor** do que esse número. Essa pergunta, ao contrário da anterior, pode ser usada mais de uma vez em uma mesma rodada, considerando-se os novos intervalos obtidos a cada resposta.

Vale destacar que a elaboração das perguntas é parte importante do que as crianças poderão aprender por meio desse jogo. Em outras palavras, **não se espera que**

[5] Como todos os números do quadro terminam em zero, essa pergunta só será válida quando o intervalo considerado incluir, também, os números que estão "escondidos" no intervalo escolhido.

saibam elaborar perguntas para poder jogar, mas que a experiência com o jogo gere esse aprendizado.

A sugestão de que as equipes registrem suas perguntas tem um aspecto de memória e de organização, mas também é interessante por se constituir em um contexto significativo de produção escrita. Há uma função social muito clara para as perguntas que serão registradas.

A partir desses registros você pode, posteriormente, realizar um trabalho de análise e reescrita das perguntas. Nos parágrafos anteriores foram dadas sugestões sobre como provocar uma reflexão a respeito do seu **conteúdo**, mas é possível promover, também, uma análise a respeito da **forma como as perguntas foram escritas**. Sugere-se que você selecione algumas perguntas registradas pelas equipes - especialmente aquelas que contenham erros ortográficos e/ou problemas gramaticais em suas formulação. Elas deverão ser fotocopiadas e analisadas coletivamente visando à reescrita segundo as normas ortográficas e/ou gramaticais adequadas.

Para finalizar essa etapa, é essencial realizar uma discussão coletiva sobre o que as crianças aprenderam com o jogo. Será um momento de sistematização, para organizar o que foi aprendido e, também, para pensar em possíveis formas de se jogar melhor em uma próxima partida.

As crianças têm dificuldade para falar sobre o jogo e sobre as perguntas formuladas de forma genérica, assim, você pode escolher um determinado intervalo numérico e promover a discussão a partir daquele exemplo específico, como mostrado na imagem a seguir:

Veja alguns exemplos de questões que podem provocar discussão a partir desse intervalo numérico específico:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Quantos números fazem parte desse intervalo? O que todos eles têm em comum?	São 10 números, todos eles têm 3 algarismos, todos começam com 3 e terminam com 0.

Alguém poderia dar um exemplo de uma pergunta que não contribui para a investigação do número escolhido nesse intervalo?	Há várias possibilidades, entre elas estão: **é um número terminado em zero? Começa com três? É maior do que 300? É menor do que 200? É um número par?**
Por que essas perguntas não são boas para o intervalo em questão?	Espera-se que as crianças percebam que já possuem todas as informações contempladas nas perguntas, portanto, não seria possível eliminar nenhum dos números a partir dessas perguntas.
Quem pode dar um exemplo de uma BOA pergunta, ou seja, que auxilie na investigação?	As melhores perguntas para começar a investigação são aquelas que separam os números em dois grupos iguais, como: **é maior do que 350? O algarismo do meio é um número par?** Depois, com as opções reduzidas, outro tipo de perguntas podem ser formuladas.
Como podemos proceder para não esquecer quais números já foram eliminados?	As crianças costumam desenvolver seus próprios métodos de controle. Podem usar o quadro para riscar os números já eliminados ou para cobri-los com algum tipo de marcador. Quando o intervalo é pequeno, podem registrar os números em uma folha à parte e riscá-los, à medida que forem sendo eliminados.

Sugere-se finalizar essa etapa propondo o trabalho com o problema 8 apresentado no Caderno de Atividades do Estudante.

CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

PROBLEMA 1

1. COMPLETE O QUADRO ABAIXO COM OS NÚMEROS QUE ESTÃO FALTANDO:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

O desafio proposto aqui já foi explorado na primeira etapa dessa SD. Naquele contexto, as crianças trabalharam em equipes, sendo que cada uma ocupou-se de descobrir um único número escondido.

Agora, trabalhando individualmente, as crianças precisarão descobrir vários números que estão faltando no quadro.

Por meio desse problema, você poderá verificar se elas conseguiram abstrair as regras de combinação entre os algarismos (padrão). Lembre-se de que as crianças não precisam saber o nome

do número de memória nem saber ler esse número para que sejam capazes de usá-lo para completar a sequência de uma determinada linha ou coluna.

Caso você perceba que algumas crianças ainda estão com dificuldade para completar o quadro, sugere-se apresentar perguntas que as ajudem a identificar as regularidades. Veja alguns exemplos de perguntas relativas a um dos números omitidos na sétima linha do quadro (610):

- Você pode apontar a linha na qual está o número que precisa preencher?
- Há outros números nessa linha?
- Quantos símbolos (ou algarismos) têm cada número dessa linha?
- Quantos símbolos (ou algarismos) terá o número que está faltando?
- Alguns desses símbolos (ou algarismos) se repetem em todos os números dessa linha? Quais?
- É correto dizer que nessa linha todos os números começam com o algarismo 6?
- É correto dizer que nessa linha todos os números terminam com o algarismo 0?
- Já podemos saber qual é o primeiro e o último algarismo desse número. Como podemos descobrir qual é o algarismo do meio?
- É correto dizer que o algarismo do meio também se repete em todos os números dessa linha?
- Você pode apontar a coluna na qual está o número que você precisa preencher?
- Há outros números nessa coluna?
- O que se repete em todos os números dessa coluna?
- É correto eu dizer que nessa coluna os dois últimos algarismos são iguais?
- Isso lhe ajuda a descobrir qual é o algarismo do meio, nesse número?

PROBLEMA 2

A sequência apresentada nesse problema encontra-se na diagonal do quadro e, portanto, a relação que liga os números entre si, nessa série, é **+ 110.**

Sugira às crianças que usem o quadro apresentado no problema 1 para pintar - usando um lápis colorido - os números apresentados nessa tira. Destacando visualmente esses números no quadro, elas terão condições de antecipar a continuidade, mesmo que não sejam ainda capazes de abstrair a regra do **+ 110**. Nesse caso, a localização espacial dos números é que indicará a continuidade da sequência. Aproveite para trabalhar com a palavra **diagonal.** Não é necessário explorar sua definição mais precisa, podendo abordar seu uso corriqueiro, em situações do nosso cotidiano, relacionando-a com os conceitos de linhas e colunas.

2. LOCALIZE, NO QUADRO ACIMA, A SEQUÊNCIA APRESENTADA NA TIRA ABAIXO E COMPLETE-A:

0	110	220	330	440	550	660	770	880	990

CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE A SEQUÊNCIA DOS NÚMEROS APRESENTADOS ACIMA.

- QUAL É O SEGREDO DESSA SEQUÊNCIA?

PROBLEMA 3

3. USE UMA CALCULADORA E DESCUBRA QUAIS SÃO OS 5 PRÓXIMOS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA APRESENTADA NA ATIVIDADE ANTERIOR. REGISTRE-OS NA TIRA ABAIXO, DEPOIS COMPARE COM OS REGISTROS DE SEUS(SUAS) COLEGAS.

1100	1210	1320	1430	1540	1650

Para descobrir quais são os próximos números da sequência, as crianças terão que adicionar 110 ao último número da série e repetir esse procedimento a cada novo total obtido. Caso alguma criança não tenha sido capaz de abstrair a regra do + 110, sugira que use a calculadora para descobrir o segredo. Você pode ajudá-las, apresentando perguntas como as que seguem:

- Os números da série que você completou no problema 2 estão aumentando ou diminuindo?
- Você acha que eles aumentam de 10 em 10? Por quê?
- Você acha que eles aumentam de 100 em 100? Por quê?
- Quer testar em sua calculadora para verificar como ficaria a série se os números aumentassem de 100 em 100?
- O que aconteceu quando você adicionou 100?
- Você acha que deveria adicionar mais do que 100 ou menos do que 100 para obter os mesmos números daquela série?

Sugere-se o uso da calculadora nesse problema para que as crianças tenham a oportunidade de observar como a regularidade se mantém com a extensão da sequência que englobará números de 4 algarismos. Isso não seria possível para a

maior parte das crianças, porque precisariam operar com números de magnitude muito alta, com os quais, possivelmente, ainda não têm familiaridade. Não se espera que elas saibam ler esses números, mas elas podem reconhecê-los como números da "família do mil". Você pode, inclusive, desafiá-las posteriormente a descobrir, sem o uso da calculadora, qual seria o sétimo número da série. Isso seria feito pela observação do padrão na combinação dos algarismos na série registrada: **1100, 1210, 1320, 1430, 1540, 1650...**

Veja o que é possível observar sobre as regularidades da série:

- Todos se escrevem com quatro algarismos. Já é possível, então, marcar espacialmente a quantidade de algarismos do número em questão: **_ _ _ _**
- O **primeiro** e o **último** algarismos são sempre os mesmos, assim já é possível preencher os espaços correspondentes: **1 _ _ 0**
- O segundo algarismo em cada número é sempre **1 a mais** do que aquele que ocupa a mesma posição no número que o precede. Assim, se no último número o segundo algarismo era o **6**, nesse será o **7**: **17_0**
- O terceiro algarismo em cada número também é sempre **1 a mais** do que aquele que ocupa a mesma posição no número que o precede. Assim, se no último número o terceiro algarismo era o **5,** nesse será o **6**: **1760**

Lembre-se de que a melhor forma de ajudar seus(suas) estudantes a identificarem as regularidades mencionadas acima não é apresentando-as diretamente, mas propondo perguntas, como por exemplo:

- É possível saber quantos algarismos terá o próximo número? Por quê?
- Que tipo de registro poderíamos fazer para indicar a localização espacial de cada algarismo?
- Há algum algarismo que se repete em todos os números dessa série? Qual ou quais?
- Isso nos ajuda a descobrir qual será o próximo número da série? Como?
- Qual a posição ocupada pelos algarismos que a gente ainda precisa descobrir?
- Observar os algarismos que ocupam essas mesmas posições, nos números já registrados na série, nos dá alguma pista? Qual ou quais?

PROBLEMA 4

Por meio desse problema, as crianças poderão explorar regularidades de séries às quais se aplicam as seguintes adições: + 1; + 10; + 100; + 1000. Conhecendo o nome dos números de cada uma dessas séries, as crianças poderão antecipar como se leem números que fazem parte de qualquer um dos intervalos apresentados, por causa da propriedade aditiva do nosso sistema de numeração, a qual fica evidenciada na numeração falada.

4. OBSERVE AS SEQUÊNCIAS DE CADA TIRA ABAIXO:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000

CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE AS SEQUÊNCIAS:

A. EM QUE ELAS **DIFEREM**, UMA DA OUTRA?

B. EM QUE ELAS **SE PARECEM**?

C. PREENCHA A ÚLTIMA TIRA, DE MODO QUE ELA **MANTENHA O PADRÃO** QUE RELACIONA AS TRÊS PRIMEIRAS.

Algumas crianças podem ir além e já antecipar o que vem depois dessas séries: **dez mil, vinte mil, trinta mil... noventa mil; cem mil, duzentos mil, trezentos mil... novecentos mil; um milhão.**

As crianças gostam de recitar séries numéricas, sentem prazer com a sonoridade dos números enunciados. Proponha brincadeiras em roda nas quais elas sejam desafiadas a recitar as séries apresentadas acima. Cada criança diz um número da série para ver quem consegue “ir mais longe”. Elas aprendem muito com brincadeiras desse tipo, devido às regularidades presentes na numeração falada.

PROBLEMA 5

5. PESQUISE E DESCUBRA EM QUAL DAS TIRAS ACIMA VOCÊ PODERIA LOCALIZAR OS NÚMEROS QUE MAIS SE APROXIMAM:

A. DO NÚMERO TOTAL DE ESTUDANTES DA SUA ESCOLA. MARQUE ESSE NÚMERO COM UM **X**.

B. DA IDADE DO(A) SEU(SUA) PROFESSOR(A). **CIRCULE** ESSE NÚMERO.

C. DO ANO ATUAL. MARQUE ESSE NÚMERO COM UM △.

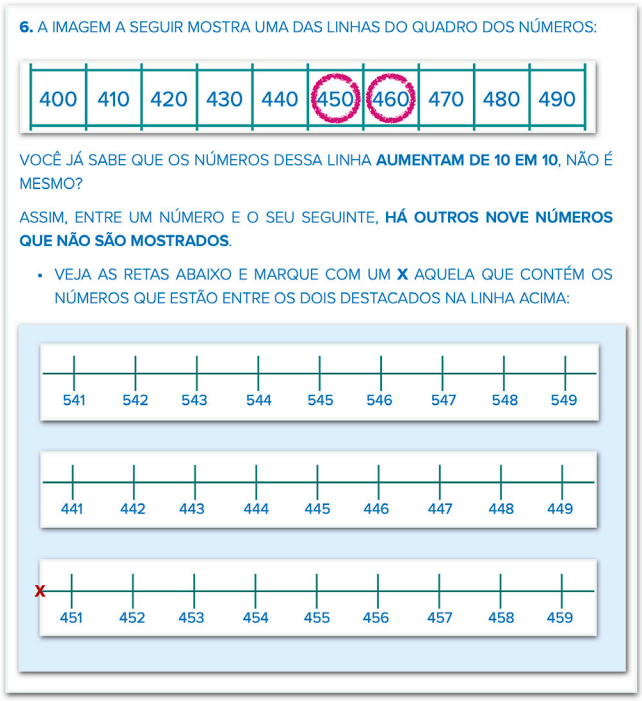
Converse com as crianças sobre o significado da palavra "**pesquise**", apresentada no enunciado. Pergunte o que significa **pesquisar** e que tipo de pesquisa elas devem fazer para obter os dados solicitados em cada item.

O número de estudantes pode ser obtido no local que mantém os registros escolares. Pergunte às crianças se elas sabem qual é o local da escola que “guarda" esse tipo de informação. Além de obter a informação numérica buscada, as crianças podem pesquisar, também, que outros tipos de informações a secretaria da escola “guarda" e por que precisa manter essas informações em seus registros.

O segundo item pode ser obtido diretamente com o(a) professor(a), e o terceiro trata-se de uma informação de uso diário, com a qual interagem quando registram a data.

Nos dois últimos a resposta pode estar na própria sala - você pode informá-las sobre sua idade; e o ano, caso não se lembrem de memória, pode ser consultado em um calendário.

PROBLEMA 6

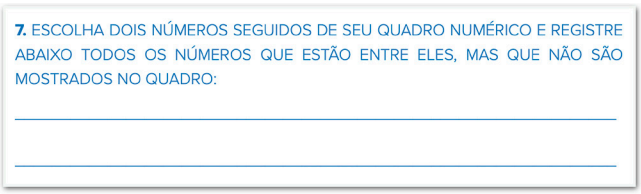


Os intervalos numéricos entre dois números desse quadro já foram explorados nas brincadeiras orais propostas na terceira etapa desta SD.

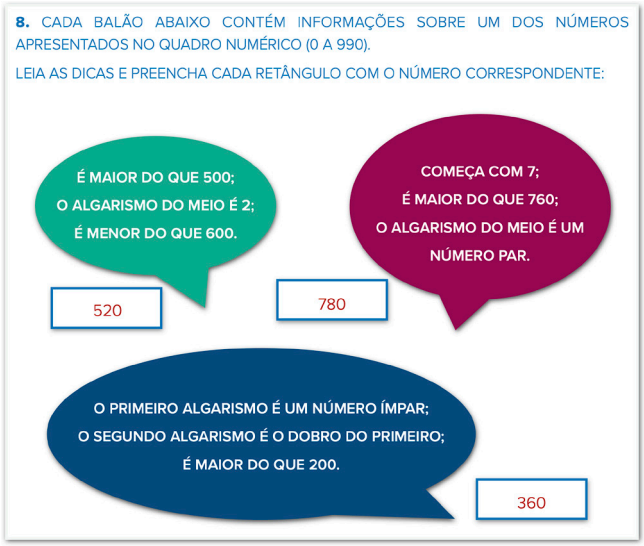
Ressalta-se, aqui, a importância desse tipo de atividade para que as crianças compreendam que há números ocultos no quadro, uma vez que ele apresenta uma série de 10 em 10.

Somente a terceira reta contém números que começam com os mesmos algarismos do número 450.

PROBLEMA 7



Aqui as próprias crianças poderão escolher o intervalo numérico a ser registrado. Promova uma socialização das respostas e peça que expliquem como pensaram para determinar quais eram os números escondidos.

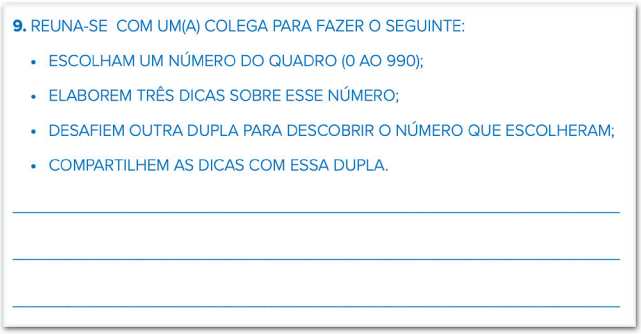


PROBLEMA 8

A brincadeira de adivinhação, proposta na última etapa dessa SD, é explorada de uma forma diferente nesse problema. É possível que algumas crianças necessitem de ajuda na leitura das dicas apresentadas em cada item. Nesse caso, faça a leitura junto à elas, estimulando-as a indicar, no quadro, os números que podem ser eliminados. Aproveite para retomar com as crianças

o conceito de números pares e ímpares. Na SD Tira Numérica III (Volume 4) são apresentadas sugestões para o trabalho com esses conceitos.

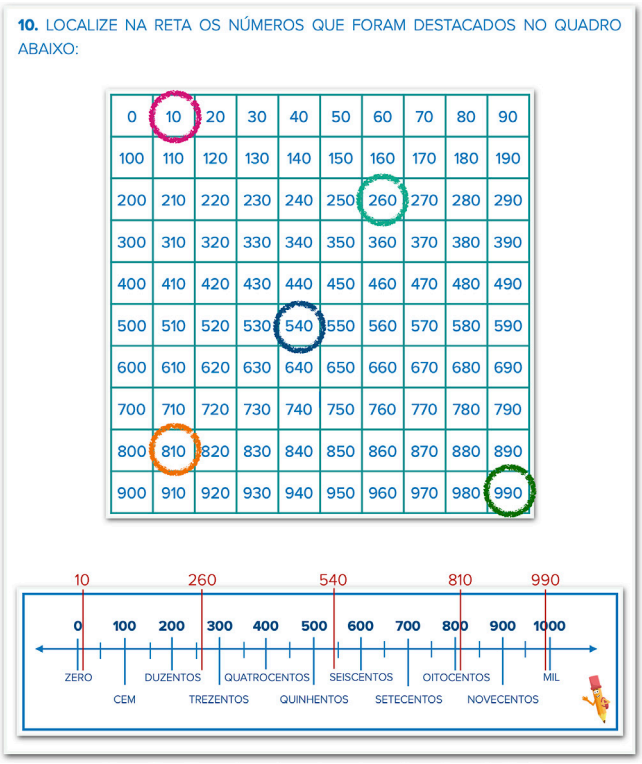
PROBLEMA 9


9. REUNA-SE COM UM(A) COLEGA PARA FAZER O SEGUINTE:

- ESCOLHAM UM NÚMERO DO QUADRO (0 AO 990);
- ELABOREM TRÊS DICAS SOBRE ESSE NÚMERO;
- DESAFIEM OUTRA DUPLA PARA DESCOBRIR O NÚMERO QUE ESCOLHERAM;
- COMPARTILHEM AS DICAS COM ESSA DUPLA.

Agora é a vez das próprias crianças escolherem um número do quadro e elaborarem 3 dicas a respeito dele. Caso tenham dificuldade para registrar as dicas, sugira que realizem a atividade oralmente. Você também pode designar algumas crianças da classe, que já escrevem bem, para ajudar nos registros das duplas que tenham dificuldade com a produção escrita.

PROBLEMA 10


10. LOCALIZE NA RETA OS NÚMEROS QUE FORAM DESTACADOS NO QUADRO ABAIXO:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Neste problema explora-se a relação entre o Quadro dos Números e a Reta Numérica (100 em 100).

Após a resolução do problema pelas crianças, reproduza a reta numérica, no quadro de giz, para promover a socialização das estratégias usadas na localização dos números destacados.

Na SD Jogo Juntando 100 Reais (Volume 1) são oferecidos modelos de duas Retas para recortar (10 em 10 e 100 em 100).

Sugere-se que essas retas sejam reproduzidas em tamanho grande e afixadas nas paredes da sala de aula, junto aos quadros numéricos, para serem consultadas pelas crianças sempre que necessário.

OUTRAS SUGESTÕES

Recomenda-se o trabalho com o jogo **Completando o Quadro dos Números** (Volume 2). Trata-se de um jogo desenvolvido a partir do Quadro dos Números (nas duas versões). No jogo, os(as) estudantes poderão observar mais regularidades e aprofundar os conhecimentos relacionados ao Sistema de Numeração Decimal, além de trabalhar com as relações de **+ 1; - 1; + 10; - 10**.

REFERÊNCIAS

ERMEL - INRP. **À descoberta dos números:** contar, cantar e calcular. Porto: Edições Asa, 1991. 365p. (Coleção Perspectivas Actuais/Educação).

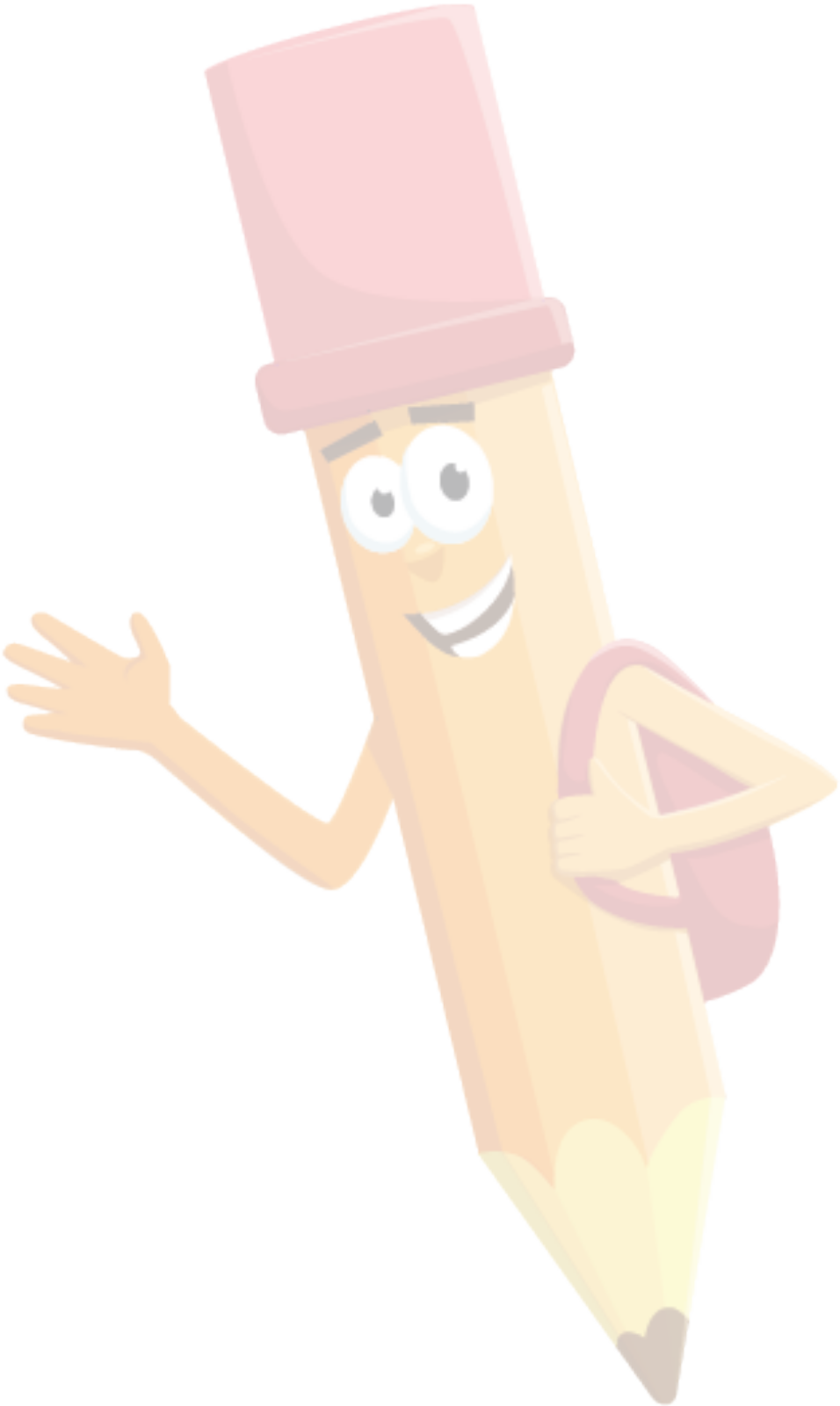
LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 43-76.

STAREPRAVO, A. R. **Matemática:** fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

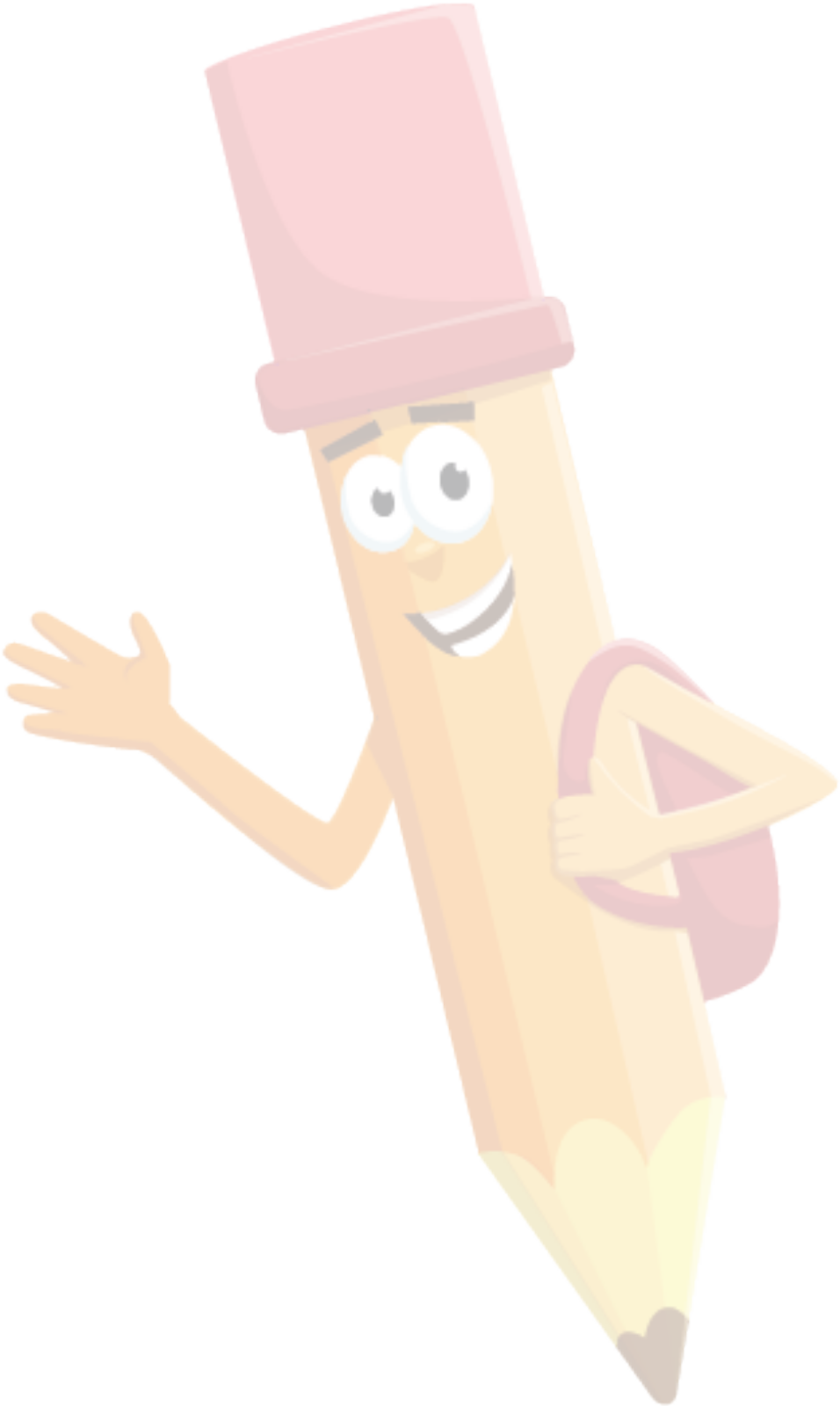
PARA RECORTAR

179	239	399	459	529	689	749	869	909	109
178	238	398	458	528	688	748	868	908	108
177	237	397	457	527	687	747	867	907	107
176	236	396	456	526	686	746	866	906	106
175	235	395	455	525	685	745	865	905	105
174	234	394	454	524	684	744	864	904	104
173	233	393	453	523	683	743	863	903	103
172	232	392	452	522	682	742	862	902	102
171	231	391	451	521	681	741	861	901	101

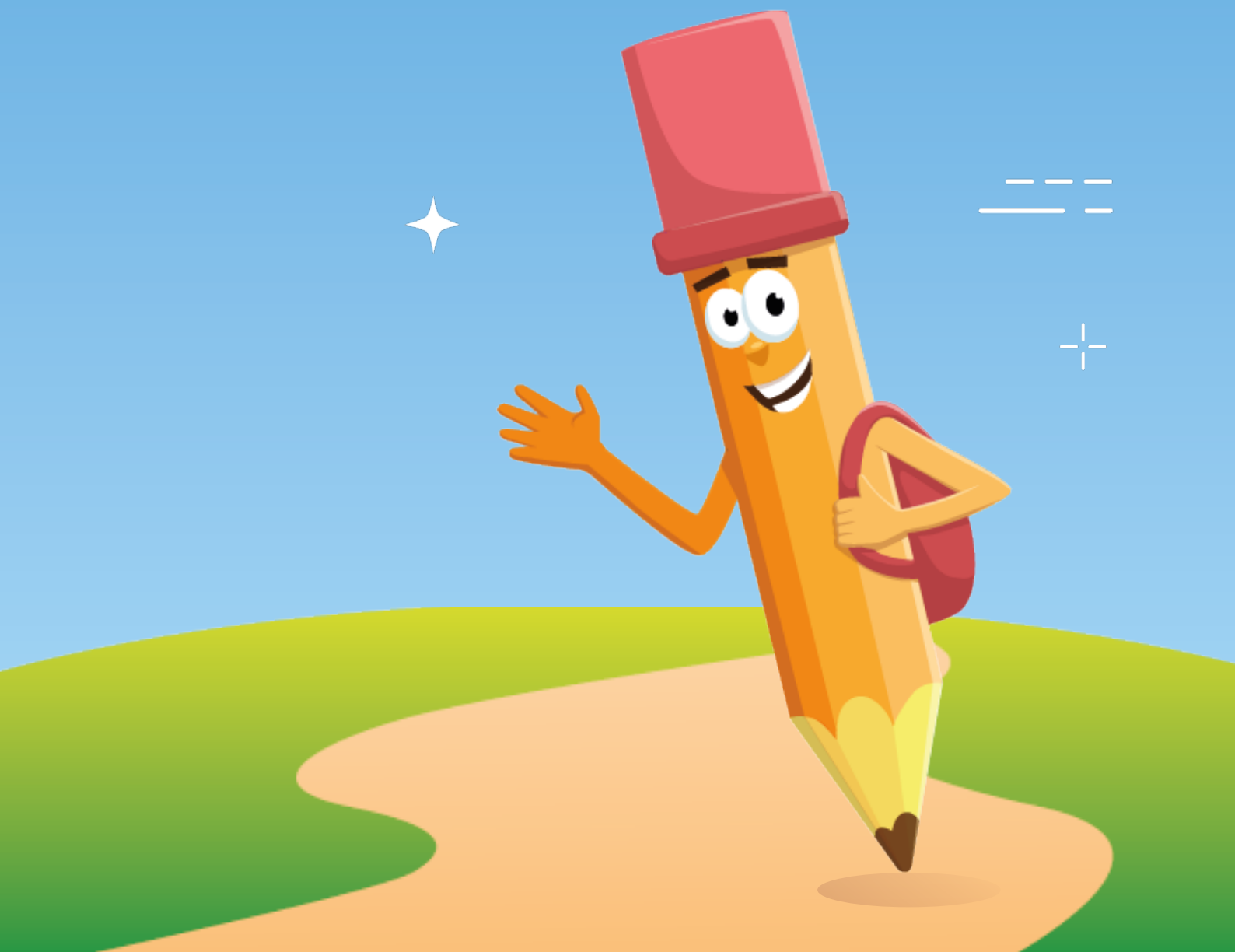


PARA RECORTAR

279	319	449	579	639	759	889	969	559	729
278	318	448	578	638	758	888	968	558	728
277	317	447	577	637	757	887	967	557	727
276	316	446	576	636	756	886	966	556	726
275	315	445	575	635	755	885	965	555	725
274	314	444	574	634	754	884	964	554	724
273	313	443	573	633	753	883	963	553	723
272	312	442	572	632	752	882	962	552	722
271	311	441	571	631	751	881	961	551	721



JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL



APRESENTAÇÃO

O elemento disparador dessa Sequência Didática[1] é um jogo apresentado por Cecília Parra (1996), no texto intitulado “Cálculo mental na escola primária”. No referido texto, a autora mostra a importância de se colocar os jogos - e atividades lúdicas em geral - como contexto de referência para a elaboração de problemas. Jogando e resolvendo problemas sobre os jogos, as crianças terão a oportunidade de progredir em seus conhecimentos.

Os jogos são, em geral, muito dinâmicos, portanto, exigem ações rápidas e funcionais que nem sempre precisam ser explicitadas aos(às) demais jogadores(as). A resolução de problemas oriundos do contexto de um jogo oferece espaço para a reflexão, para a análise de diferentes possibilidades, nem sempre percebidas durante uma partida.

Jogando **“O mais perto possível”,** as crianças terão a oportunidade de **mobilizar conhecimentos** relacionados ao princípio posicional do nosso sistema de numeração e de calcular a distância entre diferentes números. Resolvendo problemas relacionados ao jogo, terão a oportunidade de **refletir sobre as ações realizadas**, tornando-se, progressivamente, mais conscientes acerca dos conhecimentos mobilizados, ou seja, dos seus conhecimentos operatórios.

O princípio de posição torna nosso sistema de numeração muito eficiente por permitir a representação de qualquer número, por maior que seja, usando-se apenas 10 algarismos. Conforme apontado por Ifrah (1989):

> Por meio de seus dez algarismos de base (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0), nossa numeração escrita atual permite não apenas uma representação simples e perfeitamente racional de qualquer número (por maior que seja), mas ainda uma prática muito cômoda de todas as operações aritméticas. Assim, do ponto de vista intelectual, esse sistema é nitidamente superior a todas as numerações precedentes.
> Mas isso não se deve, de modo algum à natureza de sua base. Numerações equivalentes poderiam evidentemente ser construídas sobre as bases dois, oito, doze, vinte ou sessenta, com as mesmas vantagens que este sistema decimal. **A superioridade e a engenhosidade de nossa numeração moderna provêm na realidade da reunião do princípio de posição e do conceito denominado zero**. (IFRAH, 1989, p. 235, grifo nosso).

Investe-se demasiado tempo, nas aulas de Matemática, no trabalho com materiais de base, com foco no estudo das classes e ordens dos números; um exemplo disso é o Material Dourado. Usando esse recurso, pretende-se “materializar" os agrupamentos e, com isso, acaba por fazer desaparecer a posicionalidade. O uso de quadros de

[1] Destaca-se a contribuição de Larissa Guirao Bossoni na elaboração dessa Sequência Didática.

valor-lugar, combinados com palitos soltos e “enlaçados”, é igualmente limitado, uma vez que “a posição deixa de ser importante para se entender de que número se trata, já que, seja qual for a ordem em que forem colocados os ‘agrupamentos' e os ‘palitinhos soltos’, o total de elementos será sempre o mesmo.” (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 120).

Jogando "O Mais Perto Possível", as crianças irão trabalhar diretamente com a numeração escrita, compondo números a partir da combinação de algarismos. Assim, elas poderão testar diferentes possibilidades e comparar os resultados obtidos.

Além dos problemas enfrentados no decorrer do jogo, serão exploradas situações-problema por meio das quais as crianças terão a oportunidade de refletir sobre os conhecimentos operatórios mobilizados para jogar. Nesse contexto poderão, ainda, confrontar ideias, analisar possibilidades e desenvolver novas formas de ação.

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

Esse jogo poderá ser explorado por crianças do primeiro ao terceiro anos, com pequenas adaptações relacionadas ao número de fichas usado pelos(as) jogadores(as) e ao intervalo numérico usado - números até 100; números até 1000 etc. São apresentadas, nesse texto, sugestões para adaptação do jogo ao nível de conhecimento das crianças e, no Caderno de Atividades do Estudante, são propostos problemas relacionados às diferentes versões do mesmo jogo.

Crianças que ainda não dominam a escrita cifrada dos números que pertencem ao intervalo numérico explorado, poderão jogar, usando como apoio, portadores numéricos apresentados em outras SD’s desse material, como os Quadros dos Números (Volume 1 e 3) e as Retas Numéricas (Volume 1).

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática pretende-se contribuir para que a criança torne-se, progressivamente, capaz de:

- usar o princípio de posicionalidade do nosso sistema de numeração para produzir e comparar números;
- localizar números nas retas numéricas (10 em 10 e 100 em 100);
- realizar estimativas para aproximar-se de um número-alvo;
- construir estratégias para calcular a diferença entre dois números;
- resolver problemas de subtração com o significado de completar - problemas de comparação.

MATERIAS NECESSÁRIOS:

- fichas do jogo (anexadas ao Caderno de Atividades do Estudante);
- papel kraft ou cartolina;
- lápis, tesoura;
- Caderno de Atividades do Estudante.

REGRAS DO JOGO

MATERIAIS

- 30 fichas pequenas com os algarismos de 0 a 9
- 10 fichas grandes contendo os números-alvo - 10 a 100, somente as dezenas exatas
- Tabela para registro da pontuação[2]

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- 2 a 4 jogadores(as).

PREPARAÇÃO

- Organizar os grupos de participantes;
- Colocar as fichas numeradas de 0 a 9 em uma caixa ou saco opaco (de pano ou papel);
- Embaralhar as fichas grandes e deixá-las em um monte, com as faces numeradas para baixo.

OBJETIVO

- Compor um numeral que fique o mais próximo possível do número-alvo.

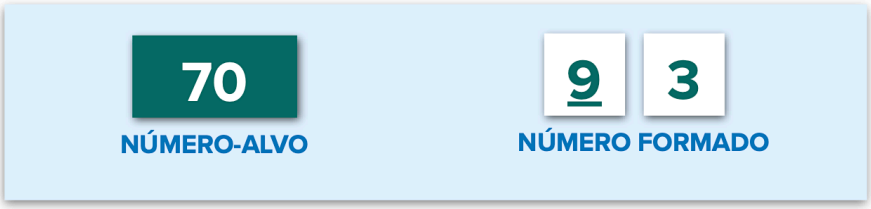
COMO JOGAR

- Sem visualizar os números, cada jogador(a) deverá pegar duas fichas pequenas (algarismos de 0 a 9).
- Um(a) jogador(a) deverá pegar uma ficha grande (número-alvo) e mostrá-la para os(as) demais jogadores(as).

[2] Todos os materiais arrolados foram anexados para recorte, ao Caderno de Atividades do Estudante.

- Organizando as suas fichas lado a lado, cada jogador(a) deverá:

  1. formar um número de 2 algarismos que fique o mais perto possível do número-alvo;
  2. registrar esse número na tabela de pontuação;
  3. calcular e registrar a diferença entre o número-alvo e o número formado naquela rodada, conforme mostrado nas imagens a seguir:



RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	70	93	23

- O(a) jogador(a) que formar o número mais próximo do alvo, vence a rodada.
- Para iniciar uma nova rodada, os(as) jogadores(as) deverão devolver as fichas usadas (pequenas e grandes) e misturá-las às demais, cada qual em seu respectivo grupo.
- A cada nova rodada repetem-se os mesmos procedimentos descritos anteriormente.
- Ao final de 5 rodadas, vencerá o jogo aquele(a) que tiver a menor diferença total.

COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES A RESPEITO DO JOGO

As fichas pequenas desse jogo são as mesmas usadas para jogar “Faça o Maior Número” que é o elemento disparador de uma SD apresentada no Volume 4. Assim, visando a uma maior durabilidade, sugere-se que essas fichas sejam coladas sobre cartolina ou papel cartão e posteriormente plastificadas.

No Caderno de Atividades do Estudante são apresentados dois conjuntos de fichas grandes:

- 10 a 100 (série de 10 em 10);
- 100 a 1000 (série de 100 em 100).

Para maior durabilidade, recomenda-se colar as fichas sobre cartolina ou papel cartão

e plastificá-las com papel *contact* antes de recortar. O segundo conjunto é indicado para o trabalho com crianças que já têm um domínio maior do campo numérico. Nesse caso, mantendo-se as mesmas regras, cada criança deverá pegar **três fichas pequenas** para formar, a cada rodada, **um número de 3 algarismos**, que fique o mais próximo possível do alvo.

Algumas crianças mostram resistência para formar números maiores que o alvo. Elas acreditam que o número mais perto possível de um outro deverá, necessariamente, ser menor do que ele. Caso você verifique isso em sua turma, explore com as crianças o conceito de diferença: o número mais perto possível é aquele que tem a menor diferença em relação ao número-alvo. Na SD Jogo do Zero (Volume 2), são apresentadas sugestões sobre como trabalhar com as crianças esse conceito.

Formar o melhor número possível, no contexto do jogo, implica pensar nas diferentes possibilidades de composição numérica a partir dos algarismos dos quais se dispõe. Com dois algarismos diferentes pode-se formar somente 2 números; com três algarismos diferentes já há a possibilidade de formar 6 números e com quatro algarismos diferentes é possível formar 24 números.

Assim, fica muito claro o princípio da posicionalidade, uma vez que, usando-se os mesmos algarismos, é possível fazer números diferentes, porque esses algarismos terão valores diferentes conforme a posição.

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRA ETAPA

Nessa primeira etapa, sugere-se a realização de uma partida coletiva do jogo, sem a utilização da tabela de pontuação. Jogando coletivamente, as crianças poderão discutir sobre suas hipóteses numéricas, comparar estratégias de cálculo e validá-las por meio da oralidade.

Organize a turma em equipes de 3 ou 4 crianças e apresente as regras do jogo. Nessa versão, cada equipe deverá pegar duas (ou três) fichas pequenas da caixa e usá-las para formar o número mais próximo possível do alvo (que será sorteado por você). Depois, usando canetinha e uma folha de papel (tamanho A4), as crianças devem registrar esse número de modo que todas as equipes possam visualizá-lo de longe.

Feito o registro, um(a) representante de cada equipe deverá sair do lugar levando o registro feito pela equipe. Essas crianças deverão se posicionar lado a lado, todas segurando o registro à frente do corpo, de modo que todos(as) na classe possam

visualizá-lo.

Veja, na imagem a seguir, um exemplo, tomando-se como número-alvo o **50**:

Fonte: Acervo da autora, 2022

A partir dessa situação, poderiam ser apresentados diferentes questionamentos que provocariam as crianças a pensar sobre os números formados e a decidir qual das equipes teria vencido a rodada. No quadro a seguir, são apresentados exemplos de perguntas que podem ser formuladas, tendo como base os registros numéricos mostrados na imagem acima:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Vocês acham que todas as equipes formaram o melhor número possível, usando as fichas que tinham? Por quê?	Com essa pergunta você fará com que as crianças analisem a outra possibilidade que cada equipe tinha para formar seu número. Na imagem acima, a primeira equipe poderia formar o número 28 e, dessa forma, se aproximaria mais do número-alvo.
Qual dos números está mais próximo do 50: **28** ou **82**? Como podemos descobrir isso?	É possível que as crianças digam que o 28 é quase 30 e que o 30 está mais perto do 50 do que o 80. Outras podem já quantificar essa diferença. Estimule-as a usar a contagem de 10 em 10 e, caso você perceba que estão com dificuldade para estimar e/ou quantificar a diferença entre os números, questione-as sobre a possibilidade de usar algum material de apoio para resolver o problema.
Visualizar a série numérica ajudaria a resolver o problema? Por quê? Onde podemos encontrar uma série até 82?	É importante que as crianças reconheçam o Quadro dos Números e as Retas Numéricas como um apoio para a resolução de problemas e que busquem, elas mesmas, esse tipo de ajuda, **somente quando não se sentirem capazes de resolver o problema sem o suporte material.** Incentive sempre a realização do cálculo mental.
Entre todos os números apresentados aqui, qual está mais próximo do 50? Como podemos saber isso?	Algumas crianças podem apontar o 54 como resposta, alegando que é "da família" do 50. O 47, entretanto, está mais perto. Em um caso como esse, no qual a diferença entre os números mencionados e o número-alvo é bem pequena, as crianças costumam recorrer à série oral, na contagem um a um.

No momento da discussão, as equipes podem modificar os números formados, se assim o desejarem, pois estarão se valendo das aprendizagens realizadas naquele momento para tentar obter um resultado melhor na rodada.

Realize algumas rodadas dessa versão, até perceber que todas as crianças compreenderam as regras do jogo. A cada nova rodada, você deverá sortear um novo número-alvo, e as equipes deverão trocar suas fichas.

Escolha uma das rodadas para propor um novo problema, que **deverá ser resolvido somente pelas crianças que estiverem em pé, segurando os registros dos números:**

> Como reorganizar essa fileira, de modo que os números fiquem em ordem de aproximação com o alvo, começando por aquele que ficou mais próximo, até chegar àquele que ficou mais distante?

O problema consiste em reorganizar a fileira na qual as crianças estão posicionadas, de maneira que ela inicie com o(a) estudante que segura o número que ficou mais próximo do alvo até chegar àquele(a) que tem o número que ficou mais distante.

Trata-se de ordenar os valores da diferença entre cada número e o alvo. Esses valores, entretanto, não são visíveis para as crianças, assim, é comum que coloquem os próprios números em ordem crescente.

Com os números mostrados anteriormente (e levando-se em consideração as modificações feitas de modo a se aproximar do número-alvo), a organização mais comumente feita pelas crianças é a seguinte: **28, 39, 47, 54, 71.**

Essa arrumação não atende à solicitação feita, uma vez que **28**, entre todos, não é o número que está mais próximo de **50**, nem o **39** é o número que possui a segunda menor diferença em relação ao **50**. Levando-se em conta os valores da diferença, a organização correta seria a seguinte:

ATENÇÃO: é essencial permitir que as crianças errem e que o erro não seja diretamente apontado e corrigido por você.

Sugere-se estipular um tempo para a resolução do problema, durante o qual as crianças que permaneceram sentadas não poderão opinar. Somente quando for apresentada uma solução, ou quando o tempo estipulado tiver se esgotado, é que essas crianças poderão falar, dizendo se concordam ou não com a organização apresentada.

É possível que, ao final do tempo estipulado, não haja um consenso entre as crianças que resolveram o problema. Nesse caso, as crianças desse grupo, que tiveram uma ideia diferente sobre como resolver o problema, devem ser as primeiras a falar,

explicando como haviam pensado a solução. Essa nova solução deve ser colocada em discussão, e os(as) colegas devem dizer se concordam ou não com a ideia apresentada.

Esse momento de discussão é muito rico do ponto de vista da aprendizagem, uma vez que as crianças são encorajadas a falar o que pensam e a defender seus pontos de vista perante o(a) professor(a) e os(as) colegas.

Algumas das crianças podem não compreender por que a organização correta não consiste em colocar os números registrados em ordem crescente. Caso isso ocorra, recomenda-se propor perguntas que as ajudem a pensar sobre a questão. Veja alguns exemplos:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Entre todos os números registrados, qual está mais perto do **50**? Como você sabe?	É provável que as crianças consigam perceber que o número mais próximo do **50** é o **47** (pois a diferença entre eles é 3), apesar de comumente organizarem os números em ordem crescente. Questioná-los(as) sobre qual lugar ele deve ocupar na organização é um modo de tornar observável que a organização não deve obedecer à ordem crescente, mas sim à de aproximação do número-alvo.
Se ele é o número que está mais próximo do **50**, onde ele deve ficar na organização proposta?	Evidenciar que o número **47** é aquele mais próximo do número-alvo permite aos(às) estudantes reorganizarem a ordem dos números por proximidade do número-alvo, em vez de colocar os próprios números em ordem crescente. Esse tipo de pergunta pode ajudar a compreender e dar sentido a essa organização.
Tirando o **47**, qual é o número que está mais próximo do **50**? Por quê?	Compreenderem que o **47** será o primeiro número, porque tem a menor diferença em relação ao 50, ajudará as crianças a pensarem na **diferença entre cada número e o alvo** para organizar essas diferenças da menor para a maior. Assim, terão condições de compreender que o próximo número será o **54**, uma vez que a diferença em relação ao número-alvo é **4**.
Qual foi o número que ficou mais distante do 50? Que posição ele deveria ocupar nessa nova organização?	O número mais distante do 50 é o 28, cuja diferença em relação ao alvo é 22. Essa diferença é muito próxima daquela que separa o 71 do 50, que é 21. De modo geral, as crianças têm mais facilidade para calcular uma diferença quando ela excede o número-alvo pensando "quanto passou dele". No caso do 28, deve-se pensar "quanto falta" para o 50. Em ambos os casos, as crianças podem resolver os problemas por meio de procedimentos aditivos - e geralmente o fazem - valendo-se dos seguintes raciocínios: **50 + ? = 71** e **28 + ? = 50**.

A Reta Numérica, conforme já comentado, pode ser um apoio importante para as crianças no cálculo da diferença entre os números. Contudo, reitera-se aqui que a sua utilização deve ser proposta apenas àquelas crianças que manifestarem

dificuldade para compreender as relações numéricas envolvidas. Muitas crianças são capazes de resolver o problema por meio de procedimentos aditivos e, portanto, não necessitam de um apoio material nesse processo. Insistir no seu uso pode prejudicar o desenvolvimento do cálculo mental.

Veja, no quadro a seguir, como o(a) professor(a) pode auxiliar os(as) estudantes a calcular mentalmente a diferença entre 39 e 50, apresentando-lhes boas perguntas:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
O **39** é menor do que o **50** ou maior? Como podemos saber?	É provável que as crianças já se manifestem, dizendo que é menor, porque o **39** vem antes do **50**. Peça que expliquem como sabem disso e promova uma conversa sobre a posicionalidade dos algarismos, pois apesar do **39** possuir um **9**, o **3** ocupa a posição do **30**, e este, vem antes do **50**.
Como podemos descobrir quanto falta ao **39** para chegar ao **50**?	Queremos que as crianças compreendam que descobrir quanto falta para chegar ao **50** corresponde encontrar a diferença entre ambos. Aqui poderão utilizar a ideia de completar, ou seja, partir do 39 para ver quanto falta **(39 + ? = 50)** ou subtrair o valor que formou do número-alvo **(50 - 39 = ?).** Ou, ainda, pensar no total menos o que eu não sei dá o número que tiraram na carta **(50 - ? = 39)**. Tornar observável essas relações do campo aditivo, ou seja, que as somas e a subtrações são complementares, contribui tanto para a compreensão das operações, quanto para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.
A Reta Numérica pode nos ajudar? Como? Qual delas será a mais apropriada nessa situação?	Buscar portadores numéricos já trabalhados promove um uso social e dá sentido aos instrumentos disponíveis em sala. Além disso, as crianças podem realizar conexões entre as diferentes SD's já exploradas, uma vez que elas se complementam. A reta de **10** em **10** evidencia a possibilidade de se utilizar outros tipos de contagem, além da unitária, e é a mais adequada, porque os números 39 e 50 fazem parte do intervalo numérico apresentado ali.

Dê tempo às crianças para pensarem sobre as questões apresentadas. Recomenda-se propor esse mesmo problema em uma nova rodada do jogo, para que as crianças tenham a oportunidade de usar o que aprenderam e aplicar os conhecimentos construídos a um outro conjunto de números.

Você pode organizar, junto às crianças, uma tabela, como essa mostrada ao lado, para o registro das diferenças entre os números de cada equipe e o número-alvo. Dessa forma, elas poderão visualizar os valores numéricos que foram colocados em ordem crescente (segunda coluna).

NÚMEROS FORMADOS	DIFERENÇA EM RELAÇÃO AO ALVO
47	3
54	4
39	11
71	21
28	22

Ainda em relação ao último problema proposto, é interessante **observar como as crianças procedem em caso de empate**, ou seja, como se organizam na fileira quando duas equipes registram números, cuja diferença em relação ao alvo é a mesma.

No exemplo dado, se alguma equipe tivesse formado o número **53**, por exemplo, a diferença seria 3, que é a mesma diferença que o 47 tem em relação ao 50. Em um caso como esse, essa igualdade das diferenças gera uma perturbação, ou seja, um novo problema a ser resolvido. Os números não podem ficar lado a lado, uma vez que, nesse caso, isso indicaria uma relação de ordem entre eles. É possível que as crianças pensem em ficar uma na frente da outra, a de trás com os braços levantados para que seu número não fique coberto pelo corpo do(a) colega[3].

Sugere-se que sejam realizadas 5 rodadas dessa versão coletiva. Ao final delas, promova uma discussão sobre como determinar qual foi a equipe vencedora. É possível que, nesse momento, elas façam uma comparação entre a quantidade de rodadas que cada equipe venceu, sem pensar em termos de quantificação da diferença total. Questione-as sobre essa possibilidade, sugerindo que leiam, nas regras do jogo - ou lendo-as você mesmo(a), em voz alta. Pergunte o que significa ter a **menor diferença total** e como poderiam proceder para obter esse número. Lembre-se de incentivar o uso do cálculo mental e que este, conforme proposto no Caderno de Orientações Gerais (Bloco 3), não exclui o registro.

TERCEIRA ETAPA

Depois da realização de uma partida coletiva (ou mais de uma), as crianças podem jogar nos pequenos grupos. Nesse caso, cada grupo deverá usar dois conjuntos de fichas (pequenas e grandes) e as tabelas de registros - uma para cada jogador(a).

Caso considere mais apropriado, você pode sugerir que cada equipe use somente o conjunto das fichas pequenas e você mesmo(a) fará o sorteio dos números-alvo de cada rodada, que será o mesmo para todas as equipes. A partida, entretanto, não será coletiva, porque cada criança formará o seu próprio número a partir do conjunto de fichas de sua equipe.

Elas deverão comparar o número formado apenas com aqueles formados pelos(as) colegas de sua própria equipe e, ao final da partida, descobrir o(a) vencedor(a) do jogo naquele pequeno grupo.

---

[3] Essa solução foi apresentada por crianças de um quinto ano, com as quais a autora desse material trabalhou o Jogo "O Mais Perto Possível", em sua versão com três fichas e números-alvo até 1000.

Enquanto as crianças jogam, circule entre as equipes e observe como elas estão jogando; que estratégias usam para formar os números que mais se aproximam do alvo; como procedem para determinar a diferença entre o número formado e o alvo. Auxilie seus(suas) estudantes quando perceber que estão com dificuldade, mas lembre-se de que "**mostrar como se faz"** não ajuda a aprender, apenas garante *performance*. Descobrir um modo de fazer é aprender sobre o objeto de conhecimento em questão, assim, em vez de dar respostas, proponha perguntas que estimulem as crianças a pensarem sobre possibilidades para a sua ação. É fundamental que elas possam escolher como agir.

A organização dos pequenos grupos pode variar de um dia para o outro, pois a homogeneidade ou heterogeneidade desses grupos, em relação às possibilidades cognitivas das crianças, terá sempre seus "prós e contras". Grupos formados somente por crianças que têm autonomia de trabalho e conseguem resolver os problemas com pouca intervenção, permitem que você, professor(a), tenha maior disponibilidade para atender àqueles que necessitam de um maior apoio docente. Por outro lado, quando colocam-se crianças com diferentes níveis de conhecimento em um mesmo grupo, aquelas que sabem mais podem ajudar as que têm mais dificuldade, desde que não resolvam os problemas no lugar delas.

Esse jogo pode ser proposto em dias alternados, inclusive várias vezes ao longo do ano, não limitando seu uso a um período curto de tempo - o da realização dessa Sequência Didática. Essa é uma orientação que vale para outras SD's, uma vez que **os jogos se constituem, também, em um contexto muito rico de repetição, no qual as crianças poderão também praticar e aperfeiçoar suas habilidades de cálculo e resolução de problemas**.

No caso desse jogo, ele deve ser retomado posteriormente, para que as crianças tenham a oportunidade de jogar com um campo numérico ampliado - números-alvo até 1000 ou até 10 000 e com a utilização de 3 ou 4 fichas por jogador(a).

Lembre-se de alternar a realização de diferentes partidas com a resolução de problemas envolvendo o jogo. No Caderno de Atividades do Estudante, são propostos variados problemas por meio dos quais as crianças poderão refletir acerca do modo de jogar e das estratégias e procedimentos que mobilizam durante o jogo.

QUARTA ETAPA

Propõe-se aqui a exploração das estratégias de cálculo das crianças para determinar a diferença entre os números formados em cada rodada e o alvo. Caso seus(suas) estudantes já tenham sido ensinados a realizar cálculos por meio dos algoritmos

convencionais - as “contas armadas”- essa será uma excelente oportunidade para mostrar que há outras formas de se calcular e que elas podem ser mais interessantes para os(as) estudantes, uma vez que permitirão que eles(as) próprios(as) validem os resultados obtidos.[4]

Para isso, promova uma discussão sobre os diferentes procedimentos usados pelas crianças para determinar a diferença entre os números formados e os números-alvo. É essencial que elas sejam ouvidas e que todos os procedimentos sejam valorizados, mesmo que pareçam demorados e “pouco econômicos” para você.

Seu papel, como professor(a), não é o de apresentar algoritmos que garantam a *performance* dos(as) estudantes, **mas também não é o de “algoritmizar" diferentes procedimentos de cálculo.** Chama-se a atenção, aqui, para uma prática que pode ser vista em muitas escolas - e para a qual os livros didáticos acabam por contribuir - que consiste em apresentar diferentes formas de realizar cálculos e treiná-las até que todos(as) sejam capazes de repeti-las corretamente. O que se propõe aqui, nesse material de Matemática, é diferente: **incentiva-se a elaboração de procedimentos pelas próprias crianças.**

Cabe a você, como professor(a), promover a socialização dos diferentes procedimentos elaborados pelas crianças e ajudá-las a evoluir a partir deles. Se uma criança se vale da contagem unitária para determinar a diferença entre dois números, avançará quando passar a contar de 10 em 10 e/ou quando passar a usar o arredondamento e/ou a decomposição.

A diferença entre o número-alvo e aquele formado em cada rodada é, em geral, mais visível quando este último é um número maior que o alvo, uma vez que é possível decompor o número em questão em duas ou mais parcelas, sendo a primeira o próprio número-alvo. Vejamos um exemplo:

Número-alvo: **60**

Número formado: **89**

Diferença: **29 (60 + 29** ou **60 + 20 + 9** ou **60 + 10 + 10 + 9)**

[4] Quando os algoritmos convencionais são apresentados precocemente, as crianças não compreendem o seu funcionamento, sendo incapazes de validar os resultados. Por isso é tão comum uma criança terminar “a conta” e perguntar: “está certo professor(a)?"

Recomenda-se propor uma discussão na turma sobre esta questão, perguntando em qual situação acham mais fácil calcular a diferença: quando o número formado é menor do que o alvo ou quando é maior. As crianças podem explicar as estratégias que utilizam em cada situação.

Quando o número formado é menor do que o alvo, o procedimento mais usado consiste em contar quanto falta ao primeiro para chegar ao segundo. Se o número-alvo for o 60 e o número formado pela criança for **32,** é muito comum contar, um a um, quanto falta de 32 para 60. Como os dedos serão insuficientes para registrar os números contados, ela pode usar lápis e papel, registrando uma marca (risquinho, bolinha etc.) para cada número recitado. O avanço se dará quando se der conta de que essa contagem não precisa, necessariamente, ser de "um em um."

Como a relação matemática envolvida é a ideia de completar (**32 + ? = 60**), fazer isso por agrupamentos pode ser uma ótima estratégia. Veja algumas perguntas que você pode fazer às crianças e que as ajudarão a pensar na possibilidade de usar o cálculo no lugar da contagem unitária:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Qual é o primeiro número redondo depois de **32**?	É provável que as crianças usem seus conhecimentos sobre a série "falada" para identificar o **40** como resposta a essa questão. Entretanto, caso perceba que elas não conseguem, ainda, fazer essa identificação, sugira que usem a Reta Numérica como apoio. Nesse caso, deve ser a Reta de 10 em 10, pois os números intermediários entre duas dezenas exatas não devem estar disponíveis para visualização.
Quanto é necessário acrescentar ao **32** para se chegar ao **40**?	Essa pergunta pode trazer algumas possibilidades de respostas: as crianças poderão realizar sobrecontagem, ou seja, conservar o **32** e ir somando de **1** em **1** até chegar ao **40** ou até mesmo pensar na composição aditiva do **10: 2** + **8** = **10.** Ao decompor os números, os(as) estudantes evidenciam as propriedades do Sistema de Numeração Decimal e utilizam resultados já conhecidos para encontrar outros, que não conhecem de memória. Para isso, entretanto, **os procedimentos precisam ser pensados pelas próprias crianças** e não apenas repetidos depois de serem apresentados por você.
Qual é o próximo número redondo depois do **40**? E depois?	Ao realizar esse tipo de pergunta, você incentiva a contagem de **10** em **10.** Por isso, em várias das SD's desse material, recomenda-se que sejam propostas brincadeiras nas quais as crianças recitem números, especialmente de 10 em 10, 100 em 100 etc.

Estratégias de arredondamento também são bastante utilizadas pelas crianças e podem ser colocadas em discussão para mostrar que é possível usar resultados já conhecidos de memória para encontrar outros, desconhecidos.

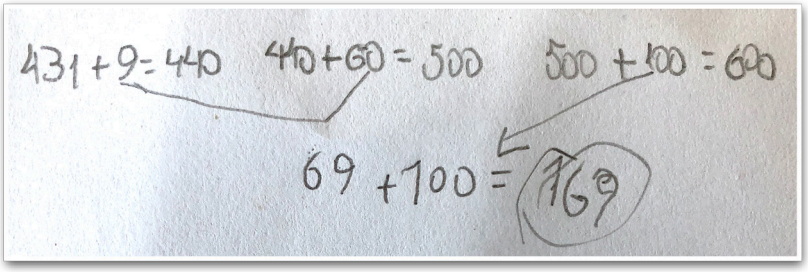
Para incentivar as crianças a usarem esse tipo de estratégia, você pode formular perguntas como as mostradas a seguir:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Se o número formado fosse 30, ficaria mais fácil calcular a diferença até o alvo (60)? Por quê?	Trabalhar com números redondos é sempre mais fácil para as crianças. Nesse caso específico, por se tratar de um dobro, fica mais fácil ainda: **60 = 30 + 30**, assim a diferença entre ambos é de 30. Esse pode ser um argumento usado pelas crianças para explicar por que é mais fácil calcular a diferença entre 30 e 60 do que entre 32 e 60. Outro argumento é a possibilidade de se usar somente a contagem de 10 em 10.
Você disse que é necessário acrescentar mais 30 ao 30 que você já tinha para chegar ao 60. E o **32**, ele está mais perto ou mais distante do 60 do que o 30? Como você pode saber isso?	Como o 32 tem 2 a mais do que o 30, então ele está mais próximo do 60. Assim, se do 30 para 60 faltam 30. Do 32 faltarão dois a menos, ou seja 28.

Jogando com apenas duas fichas, as distâncias entre os números será sempre pequena, e isso poderá favorecer o uso da contagem um a um, tornando-a uma estratégia viável para as crianças. Dessa forma, **ampliar o campo numérico para alvos de 100 a 1000 e oferecer 3 fichas para cada jogador(a), será um incentivo fundamental para promover avanços dos procedimentos de contagem para o uso do cálculo.**

Se a criança tem como alvo o número **600** e forma um número como **431,** por exemplo, ficará inviável usar a contagem de um em um para determinar a diferença entre ambos. Também não será necessário conhecer o algoritmo da subtração e saber efetuá-lo para determinar a diferença em questão.

As crianças são capazes de usar estratégias aditivas em casos como esses, como mostrado na imagem a seguir:



Fonte: Acervo da autora, 2017

A estratégia aditiva, ou seja, aquela por meio da qual vai se completando um número aos poucos, até se chegar ao alvo, é, de modo geral, a preferida entre as crianças. É raro que usem, espontaneamente, a subtração para calcular a diferença entre dois números nesse jogo. Contudo, mesmo usando estratégias aditivas, elas estão trabalhando com a ideia de subtração, uma vez que adição e subtração pertencem a um mesmo campo conceitual, o das estruturas aditivas (VERGNAUD, 2009). Vemos aqui, conforme já mencionado no Caderno de Orientações Gerais, um exemplo de conhecimento operatório.[5]

Você pode questionar as crianças sobre a possibilidade de se utilizar outra estratégia para calcular a diferença, entretanto, não é necessário que elas usem a operação de subtração nesse momento, uma vez que os procedimentos aditivos dão conta de resolver o problema. **Quando o objetivo da educação é o desenvolvimento da autonomia, não basta ter eficácia na sua ação, é necessário compreendê-la,** o contrário se resume a treinar as crianças para darem as respostas certas**.** Usar a subtração nesse momento pode significar apenas repetir um procedimento ensinado pelo(a) professor(a) sem compreender o porquê ele funciona. Quando isso acontece, a criança não é capaz de mobilizar os procedimentos ensinados para resolver problemas do mesmo tipo em novos contextos.

Recomenda-se conversar com as crianças sobre o significado da palavra diferença e sobre sua aplicação no campo numérico. Na **SD Jogo do Zero** (Volume 2), são apresentadas orientações específicas a respeito do trabalho com o conceito de diferença e com a possibilidade de quantificá-la.

Embora seja raro, é possível que algumas crianças já usem espontaneamente a subtração e, nesse caso, deve-se colocar essa estratégia de solução em discussão. Mas o foco deve estar na estratégia em si e não nos procedimentos específicos de cálculo. Explicando: focar mais no porquê a subtração funciona nessa situação do que nos procedimentos usados para efetuar a operação em si.

Depois da exploração das estratégias usadas pelas crianças - as quais serão, em sua maioria, aditivas - você pode **problematizar a possibilidade de se utilizar a subtração.** Registre, no quadro de giz, os procedimentos de cálculo usados por uma criança para comparar os dois números (procedimentos aditivos). Na imagem, a seguir, é apresentado como exemplo, o procedimento mostrado na página anterior:

[5] No Bloco 3 do Caderno de Orientações Gerais, p. 73.

Fonte: Acervo da autora, 2020

Converse com as crianças sobre os procedimentos usados, apontando para suas vantagens em relação à contagem unitária - a qual demandaria um tempo muito grande e implicaria o risco da criança “se perder” nessa contagem.

Conforme mencionado anteriormente, a possibilidade de se utilizar a subtração deve ser **problematizada** para as crianças. Para isso, você pode sugerir o uso de uma calculadora, conforme mostrado a seguir:

> Para descobrir a **diferença** entre **600** e **431** o(a) colega calculou quanto deveria acrescentar ao 431 para chegar ao 600, certo? Agora, eu quero mostrar uma coisa muito interessante para vocês. Para isso, eu gostaria que vocês pegassem suas calculadoras e fizessem a seguinte subtração: **600 - 431.** Façam isso e depois me contem o que vocês descobriram.

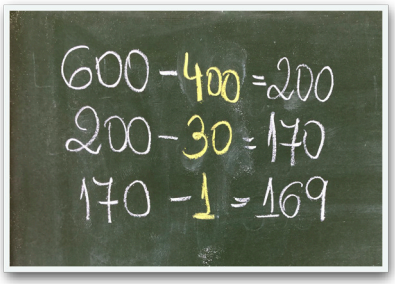
As crianças ficam muito surpresas quando descobrem que o resultado é igual àquele obtido pelas adições sucessivas (e/ou pela contagem). Nesse caso, sugira que façam o mesmo para cada diferença registrada em sua própria tabela de jogo, ou seja, oriente seus(suas) estudantes a **usarem uma calculadora para conferir as diferenças que registraram em suas tabelas em cada uma das rodadas.** Não importa se jogaram usando apenas duas fichas em cada rodada, ou três fichas.

O fato de trabalhar com a subtração não significa que as crianças não possam mais usar o complemento como estratégia de cálculo, mas, conforme apontado por Parra (1996), é importante que elas reconheçam a subtração como uma ferramenta útil, identificando situações nas quais a sua utilização pode ser mais viável que a ideia aditiva (complemento).

Reconhecer que a subtração pode ser usada para resolver um problema, entretanto, não é o mesmo que saber efetuá-la, e o inverso também é verdadeiro, pois muitas são as crianças que sabem armar e efetuar uma "conta de menos”, mas não são capazes de identificar os problemas para os quais essa operação seria uma solução

adequada. Um forte indício disso é a pergunta tão frequentemente apresentada pelas crianças nas aulas de Matemática: *"É de mais ou de menos professor(a)?"*

Quando não são ensinadas a operar por meio do algoritmo convencional, as crianças inventam seus próprios procedimentos de cálculo para a subtração. É comum que comecem pelas ordens mais elevadas dos números, como mostrado no registro abaixo:



Essa é uma estratégia de cálculo muito eficiente quando o minuendo é um número redondo (terminado em zero). Isso ocorrerá repetidamente no contexto desse jogo, uma vez que a comparação se dará, invariavelmente, com o número-alvo - e este será sempre formado por centenas e/ou por dezenas exatas.

Quando minuendo e subtraendo não são números redondos, o desafio é maior, e as crianças precisam desenvolver outros tipos de procedimentos para calcular restos e/ou diferenças. Na **SD Jogo Chegue ao Zero** (Volume 4), são apresentadas orientações para o trabalho com esse tipo de subtração, e mostrados diferentes exemplos de procedimentos elaborados por crianças, bem como sugestões acerca de como você, professor(a), pode auxiliá-las nesse processo. Além disso, no texto da SD acima mencionada, são explicitadas as razões pelas quais pesquisadores, em diferentes partes do mundo, criticam fortemente a precocidade com a qual os algoritmos convencionais são ensinados nas escolas (ver, por exemplo, CARRAHER, CARRAHER & SCHLIEMANN, 1995; KAMII & LIVINGSTON, 1995; LERNER & SADOVSKY, 1996; PARRA, 1996; VERGNAUD, 2009; BOELER, 2018).

É essencial que as crianças tenham a oportunidade de elaborar seus próprios procedimentos de cálculo, que sejam incentivadas a usar o cálculo mental e que os algoritmos convencionais sejam apresentados somente quando elas já estiverem muito seguras sobre os seus próprios procedimentos. Infelizmente, na maior parte das escolas, ainda há total prevalência dos algoritmos convencionais sobre o cálculo mental. Conforme apontado por Saiz (1996), isso prejudica muito o desenvolvimento da autonomia dos(as) estudantes:

> O algoritmo clássico não aparece na escola como o último passo de um processo de evolução de procedimentos. No caso do fracasso em sua utilização, os alunos não podem apoiar-se em procedimentos mais

> primitivos, porque se produziu um “curto circuito” entre suas próprias representações e procedimentos e o algoritmo padronizado.
> Os alunos não têm clara a relação entre este algoritmo de resolução e outros mais simples, aprendidos anteriormente, que poderiam ser usados como controle. O único recurso de controle à disposição dos alunos é “acreditar" que é assim que se executa o algoritmo. (SAIZ, 1996, p. 188).

CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

Os problemas apresentados no Caderno de Atividades do Estudante são semelhantes àqueles já enfrentados pelas crianças durante o jogo. Nesse novo contexto, entretanto, elas terão mais tempo para pensar e para analisar diferentes possibilidades, o que nem sempre ocorre no jogo, em função da dinâmica própria dessa atividade que requer mais rapidez.

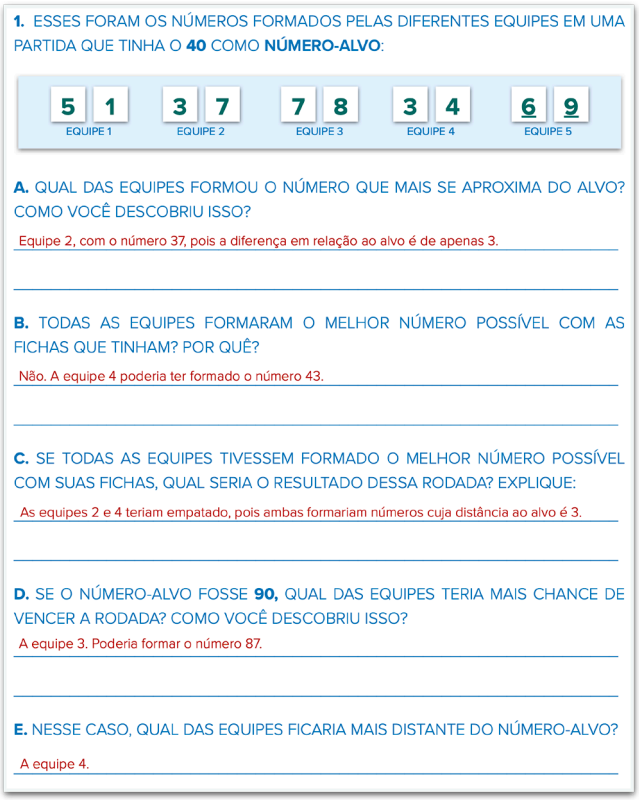
Vale ressaltar, entretanto, que as atividades propostas no Caderno de Atividades do Estudante não devem ser tratadas como exercícios de fixação, mas como problemas por meio dos quais as crianças poderão aprender, também, coisas novas. Não se trata de treinar, mas de mobilizar o que já se sabe para enfrentar o novo e, quando esse saber se mostrar insuficiente, transformá-lo, reorganizá-lo, reelaborá-lo. É essencial que as crianças intercalem a resolução de problemas com a realização de novas partidas e que **O Mais Perto Possível** seja retomado ao longo do ano letivo, em diferentes momentos, pois as novas aprendizagens que as crianças forem realizando, provocadas por outros jogos e desafios, certamente as habilitarão, também, para jogar melhor esse jogo, em função da melhor compreensão que passarão a ter sobre o nosso sistema de numeração.

PROBLEMA 1

Esse problema pede aos(às) estudantes uma análise dos números formados por cinco equipes diferentes em uma partida do jogo na qual foram usados números-alvo até o 100.

Para responder ao **item A** é necessário comparar cada um dos números com o alvo e identificar aquele que tem a menor diferença em relação ao 40. Isso pode ser feito por meio de estimativa ou do cálculo exato. Como há um número (37), cuja diferença em relação ao 40 é muito pequena (3), é possível que as crianças sejam capazes de responder a essa questão usando apenas a estimativa, ou seja, identificando números cuja diferença em relação ao 40 é maior do que 3, mesmo sem realizar o cálculo exato.

Para responder ao **item B**, é possível que as crianças precisem inverter a ordem dos



1. ESSES FORAM OS NÚMEROS FORMADOS PELAS DIFERENTES EQUIPES EM UMA PARTIDA QUE TINHA O **40** COMO **NÚMERO-ALVO**:

EQUIPE 1	EQUIPE 2	EQUIPE 3	EQUIPE 4	EQUIPE 5
5 1	3 7	7 8	3 4	6 9

A. QUAL DAS EQUIPES FORMOU O NÚMERO QUE MAIS SE APROXIMA DO ALVO? COMO VOCÊ DESCOBRIU ISSO?

Equipe 2, com o número 37, pois a diferença em relação ao alvo é de apenas 3.

B. TODAS AS EQUIPES FORMARAM O MELHOR NÚMERO POSSÍVEL COM AS FICHAS QUE TINHAM? POR QUÊ?

Não. A equipe 4 poderia ter formado o número 43.

C. SE TODAS AS EQUIPES TIVESSEM FORMADO O MELHOR NÚMERO POSSÍVEL COM SUAS FICHAS, QUAL SERIA O RESULTADO DESSA RODADA? EXPLIQUE:

As equipes 2 e 4 teriam empatado, pois ambas formariam números cuja distância ao alvo é 3.

D. SE O NÚMERO-ALVO FOSSE **90,** QUAL DAS EQUIPES TERIA MAIS CHANCE DE VENCER A RODADA? COMO VOCÊ DESCOBRIU ISSO?

A equipe 3. Poderia formar o número 87.

E. NESSE CASO, QUAL DAS EQUIPES FICARIA MAIS DISTANTE DO NÚMERO-ALVO?

A equipe 4.

algarismos de cada número e realizar, novamente, a comparação de cada um com o 40. Entretanto, como há uma equipe que tem o algarismo **4**, as crianças poderão já ter identificado a possibilidade de formar o 43, quando trabalharam com o item A.

Se a equipe 4 tivesse formado o número 43 haveria empate nessa rodada, pois a diferença entre 40 e 43 é a mesma que entre 37 e 40. Espera-se, no item C, que as crianças identifiquem que os dois números, **37** e **43,** estão equidistantes do 40.

No item **D,** com o número-alvo diferente, a equipe 3 venceria, porque poderia formar 87, cuja diferença em relação ao 90 é de apenas 3. A equipe que ficaria mais distante do alvo seria a 4, com o número 43.

Todas as questões propostas nesse primeiro problema já foram, de alguma forma, vivenciadas pelas crianças durante o jogo, entretanto, nesse novo contexto, elas poderão comparar suas respostas e discutir sobre as possíveis divergências. Lembre-se de **nunca apontar diretamente os erros**. Em vez disso, procure problematizá-los e deixar que a validação das respostas venha dos(as) próprios(as) colegas. As crianças não devem trabalhar com o problema 2, sem que tenham socializado as respostas dos itens apresentados aqui e, principalmente, discutido sobre **como pensaram** para chegar a essas respostas.

Crianças que ainda não estão alfabetizadas podem trabalhar com essas questões na oralidade. Nesse caso, você poderá fazer a leitura das questões em voz alta, enquanto elas o(a) acompanham em seus próprios Cadernos. Sugere-se que você escolha uma criança diferente para apresentar (oralmente) a resposta de cada questão e convide as demais a dizer se concordam ou não com a ideia do(a) colega, sempre apresentando argumentos para essa validação.

A Reta Numérica de 10 em 10 pode ser um apoio importante para crianças que ainda não sabem recitar a sequência até 100 e/ou não dominam a escrita cifrada dos números dessa série. Lembre-se, entretanto, de que esse recurso deverá ser

oferecido apenas às crianças que estiverem com dificuldade para responder às questões sem esse apoio visual.

PROBLEMA 2

Assim como no problema anterior, aqui há mais de uma questão a ser respondida. Propõe-se, inicialmente, que as crianças mostrem os dois números que cada menina poderia formar. Depois, com o apoio da Reta Numérica, elas deverão:

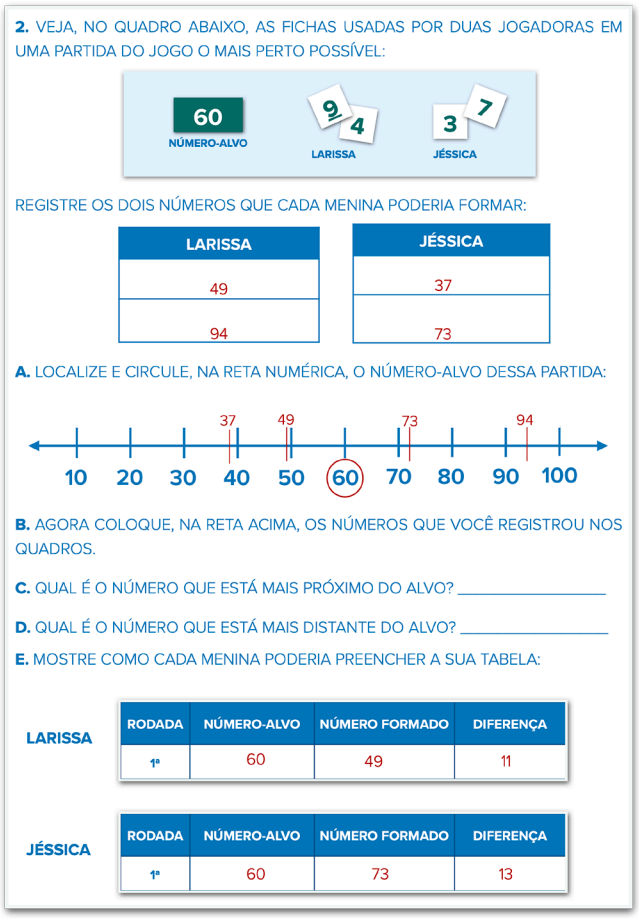
A. localizar o número-alvo na reta;

B. localizar os 4 números possíveis na reta;

C. identificar o número que mais se aproximou do alvo;

D. identificar o número que ficou mais distante do alvo;

E. preencher as tabelas com os dados referentes à jogada de cada menina.



2. VEJA, NO QUADRO ABAIXO, AS FICHAS USADAS POR DUAS JOGADORAS EM UMA PARTIDA DO JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL:

60 NÚMERO-ALVO

9 4 LARISSA

3 7 JÉSSICA

REGISTRE OS DOIS NÚMEROS QUE CADA MENINA PODERIA FORMAR:

LARISSA
49
94

JÉSSICA
37
73

A. LOCALIZE E CIRCULE, NA RETA NUMÉRICA, O NÚMERO-ALVO DESSA PARTIDA:

B. AGORA COLOQUE, NA RETA ACIMA, OS NÚMEROS QUE VOCÊ REGISTROU NOS QUADROS.

C. QUAL É O NÚMERO QUE ESTÁ MAIS PRÓXIMO DO ALVO? _____

D. QUAL É O NÚMERO QUE ESTÁ MAIS DISTANTE DO ALVO? _____

E. MOSTRE COMO CADA MENINA PODERIA PREENCHER A SUA TABELA:

LARISSA

RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	60	49	11

JÉSSICA

RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	60	73	13

No **item A**, observe se, além de identificar o intervalo ao qual cada número pertence, as crianças são capazes de identificar, também, a posição aproximada que o número ocuparia nesse intervalo. Por exemplo: além de identificar que o 49 fica entre o 40 e o 50, reconhecem que está muito mais próximo do 50 do que do 40?

No **item E**, observe se as crianças preenchem as tabelas com o melhor número de cada jogadora.

PROBLEMA 3

Nesse problema, as crianças devem ordenar os números de acordo com a sua proximidade em relação ao alvo. Esse tipo de ordenação já foi proposto na primeira etapa dessa SD, em uma partida coletiva do jogo. Conforme já mencionado anteriormente, o desafio consiste em colocar os valores correspondentes às diferenças entre cada número formado e o alvo em ordem crescente.

3. ORGANIZE OS NÚMEROS ABAIXO DE ACORDO COM A DISTÂNCIA EM RELAÇÃO AO NÚMERO-ALVO. COMECE POR AQUELE QUE FICOU MAIS PRÓXIMO DO **30** ATÉ CHEGAR ÀQUELE QUE FICOU MAIS DISTANTE.

30 | 19 | 27 | 37 | 40 | 56

27, 37, 40, 19, 56.

Caso as crianças tenham dificuldade para realizar essa ordenação, sugere-se que utilizem a Reta Numérica como apoio.

PROBLEMA 4

Nesse problema, as crianças deverão observar os dados já preenchidos em cada rodada e, com base nessas informações, inferir aqueles que estão faltando. A mudança no lugar da incógnita - que pode estar na primeira, na segunda ou na terceira colunas - e os diferentes valores numéricos colocarão desafios diferentes às crianças a cada linha. Na primeira e na terceira linhas, as crianças deverão descobrir o valor da diferença entre os números formados e o alvo - assim como fizeram ao preencher suas próprias tabelas no jogo. Contudo, nas demais linhas, colocam-se novos problemas: conhecendo o valor do alvo e da diferença, devem descobrir qual foi o número formado; conhecendo o valor do número formado e da diferença, devem descobrir o alvo.

4. COMPLETE A TABELA COM AS INFORMAÇÕES QUE ESTÃO FALTANDO:

JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL			
RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	30	25	5
2ª	80	70 ou 90	10
3ª	10	37	27
4ª	20	42	22
5ª	60	73	13

USE O ESPAÇO ABAIXO PARA REGISTRAR SUAS ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO.

Na segunda e na quarta linhas, há duas possibilidades diferentes de resposta, uma vez que a diferença pode indicar tanto o valor que faltou para chegar ao alvo, quanto o valor que passou dele.

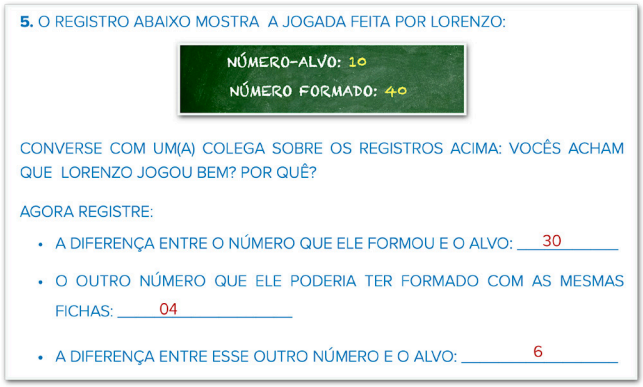
Descobrir o número-alvo pode representar um desafio maior para as crianças. Elas terão de levar em conta as duas possibilidades diferentes para a diferença: o 13 indica o valor que passou do alvo? Ou o 13 indica a quantidade que faltou para o alvo? A resposta a essa questão só poderá ser obtida levando-se em conta o conjunto de números que compõe os alvos: **números redondos**. Assim, embora o número 86 tenha uma diferença de 13 em relação ao 73, ele não pode ser a resposta, uma vez que os números-alvo são sempre dezenas exatas. No contexto do jogo, a resposta é, necessariamente, 60.

Incentive o uso de estratégias de cálculo mental, lembrando que este não exclui o registro e também não se trata de "armar a conta de cabeça", mas se trata de um

cálculo pensado, refletido, que coloca em jogo o conhecimento que os(as) estudantes têm sobre as operações e sobre o nosso sistema de numeração.

Conforme já mencionado anteriormente, a decomposição e o arredondamento são, em geral, os procedimentos mais utilizados. Circule entre as crianças enquanto elas resolvem o problema e peça que expliquem as estratégias e procedimentos de cálculo que estão utilizando.

PROBLEMA 5



5. O REGISTRO ABAIXO MOSTRA A JOGADA FEITA POR LORENZO:

NÚMERO-ALVO: 10
NÚMERO FORMADO: 40

CONVERSE COM UM(A) COLEGA SOBRE OS REGISTROS ACIMA: VOCÊS ACHAM QUE LORENZO JOGOU BEM? POR QUÊ?

AGORA REGISTRE:

- A DIFERENÇA ENTRE O NÚMERO QUE ELE FORMOU E O ALVO: 30
- O OUTRO NÚMERO QUE ELE PODERIA TER FORMADO COM AS MESMAS FICHAS: 04
- A DIFERENÇA ENTRE ESSE OUTRO NÚMERO E O ALVO: 6

Embora não seja usual, qualquer número pode ser escrito começando com zero e isso não altera o seu valor. Nas datas, quando são usadas barras, é muito comum utilizar o zero antes dos números menores do que 10. Dessa forma, Lorenzo poderia ter formado o número quatro usando as duas fichas (04).

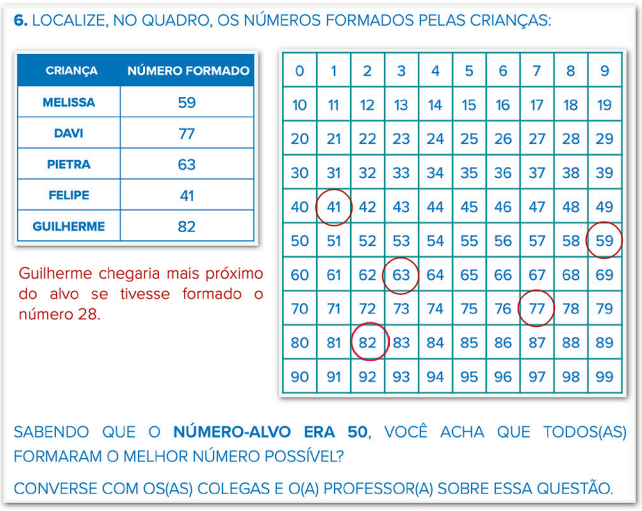
Quando tiram uma ficha com o zero, as crianças, de modo geral, desconsideram a possibilidade de iniciar o número com essa ficha, ou seja, colocá-la à esquerda do número. Promova uma discussão em classe sobre essa questão.

Há, inclusive, uma expressão na Língua Portuguesa, que tem sua raiz nessa relação numérica: “ser um zero à esquerda”, significa não fazer nenhuma diferença para algo. Em uma partida de futebol, por exemplo, dizer que um(a) jogador(a) “foi um zero à esquerda”, quer dizer que ele(a) não fez diferença alguma na partida, não contribuiu em nada para o melhor desempenho do time.

PROBLEMA 6

Esse problema explora a comparação entre os números formados e o alvo, com o apoio do Quadro dos Números. Trata-se de uma boa oportunidade para discutir sobre as vantagens de se utilizar a contagem de 10 em 10 nesse tipo de comparação.

No caso do número formado por Guilherme, por exemplo, a diferença em relação ao alvo pode ser obtida por meio da seguinte contagem: 60, 70, 80...



6. LOCALIZE, NO QUADRO, OS NÚMEROS FORMADOS PELAS CRIANÇAS:

CRIANÇA	NÚMERO FORMADO
MELISSA	59
DAVI	77
PIETRA	63
FELIPE	41
GUILHERME	82

Guilherme chegaria mais próximo do alvo se tivesse formado o número 28.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

SABENDO QUE O **NÚMERO-ALVO ERA 50**, VOCÊ ACHA QUE TODOS(AS) FORMARAM O MELHOR NÚMERO POSSÍVEL?

CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE ESSA QUESTÃO.

81, 82 (+ 10 + 10 + 10 + 1 + 1). Da mesma forma, a contagem de 10 em 10 pode ser usada para comparar o outro número que Guilherme poderia ter formado (28) com o alvo: 38, 48, depois 49, 50 (+ 10 + 10 + 1 + 1).

PROBLEMA 7

7. EM OUTRA VERSÃO DO JOGO **O MAIS PERTO POSSÍVEL**, OS ALVOS SÃO **NÚMEROS DE 100 A 1000** E CADA JOGADOR DEVE USAR **3 FICHAS** PARA COMPOR SEUS NÚMEROS.

VEJA, NA IMAGEM, AS FICHAS QUE MIGUEL TINHA NA PRIMEIRA RODADA:

QUANTOS NÚMEROS DIFERENTES É POSSÍVEL FORMAR COM ESSAS FICHAS? REGISTRE-OS NO QUADRO ABAIXO:

268, 286, 628, 682, 826, 862.

- LOCALIZE, NA RETA, ABAIXO TODOS OS NÚMEROS QUE VOCÊ FORMOU:

A. QUAL DOS NÚMEROS FICA MAIS PRÓXIMO DO 400? 286

B. QUAL DOS NÚMEROS FICA MAIS DISTANTE DO 400? 862

C. PREENCHA A TABELA ABAIXO CONSIDERANDO **A MELHOR JOGADA** QUE MIGUEL PODE FAZER COM SUAS FICHAS:

RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	400	286	114

As questões propostas nesse problema são semelhantes àquelas apresentadas no Problema 2, entretanto a situação aqui é mais complexa, por envolver números de 3 algarismos. Portanto, deverá ser proposto apenas às crianças que já tiveram experiência com a segunda versão do jogo.

Reitera-se aqui a importância de se estimular o uso do cálculo mental e de promover uma discussão sobre as estratégias mobilizadas pelas crianças para responder às questões propostas.

PROBLEMA 8

No **item A** fica muito claro o uso do princípio posicional do nosso sistema de numeração, uma vez que mudando-se um algarismo de lugar é possível obter um número melhor em relação ao alvo. Tanto jogando, quanto resolvendo problemas sobre o jogo, as crianças estarão, o tempo todo, usando o conceito de ordem em um número (unidade, dezena e centena), mesmo que não utilizem essa nomenclatura.

Incentive o uso do cálculo mental no

8. VEJA OS NÚMEROS FORMADOS POR DIFERENTES EQUIPES NA PRIMEIRA RODADA DE UMA PARTIDA COLETIVA DO JOGO:

RESPONDA ÀS QUESTÕES A SEGUIR DE ACORDO COM OS NÚMEROS MOSTRADOS NO QUADRO:

A. TODAS AS EQUIPES FIZERAM O MELHOR NÚMERO POSSÍVEL COM AS FICHAS QUE TINHAM? JUSTIFIQUE:

Não. A equipe 4 poderia ter formado o número 476, assim ficaria mais próxima do alvo. A diferença seria de 24.

B. QUAL DAS EQUIPES VENCEU ESSA RODADA? A QUE DISTÂNCIA FICOU DO ALVO?

A equipe 4 venceu, ficando a 33 de distância do alvo.

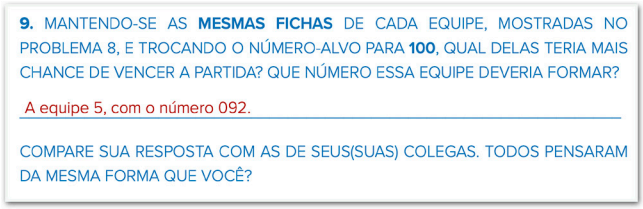
C. COM A AJUDA DE UM(A) COLEGA FAÇA UMA LISTA COLOCANDO OS NÚMEROS DE CADA EQUIPE EM ORDEM DE APROXIMAÇÃO DO 500.

COMECE POR AQUELE QUE MAIS SE APROXIMOU DO NÚMERO-ALVO ATÉ CHEGAR ÀQUELE QUE FICOU MAIS DISTANTE. 467, 538, 392, 290, 719, 198.

trabalho com os itens B e C. Se considerar necessário, solicite às crianças que usem a Reta dos Números (100 em 100) como apoio para resolver os problemas propostos.

Sugere-se que você registre, no quadro de giz, a solução apresentada por uma dupla para o item C e coloque-a em discussão. Peça à dupla escolhida que explique como pensou e pergunte se todos(as) concordam com a ordenação feita pelos(as) colegas. A discussão será mais rica se a solução apresentada no quadro tiver algum erro. É comum, inclusive, que os(as) próprios(as) autores(as) identifiquem o(s) erro(s), no momento em que forem explicar aos(às) colegas como pensaram para chegar à solução apresentada.

PROBLEMA 9



9. MANTENDO-SE AS **MESMAS FICHAS** DE CADA EQUIPE, MOSTRADAS NO PROBLEMA 8, E TROCANDO O NÚMERO-ALVO PARA **100**, QUAL DELAS TERIA MAIS CHANCE DE VENCER A PARTIDA? QUE NÚMERO ESSA EQUIPE DEVERIA FORMAR?

A equipe 5, com o número 092.

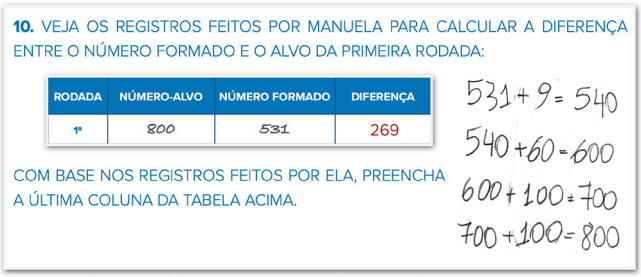
COMPARE SUA RESPOSTA COM AS DE SEUS(SUAS) COLEGAS. TODOS PENSARAM DA MESMA FORMA QUE VOCÊ?

Por meio desse problema, pretende-se evidenciar a posicionalidade do nosso sistema de numeração.

Note que a produção dos números, nesse contexto, está diretamente relacionada à comparação. Assim, produzir e comparar são ações indissociáveis e complementares nesse problema. Para decidir qual número deverá ser formado, é preciso calcular a sua diferença em relação ao alvo.

PROBLEMA 10

Apresenta-se aqui uma estratégia bastante utilizada pelas crianças para calcular a diferença entre dois números, e que já foi explorada na quarta etapa dessa SD.



10. VEJA OS REGISTROS FEITOS POR MANUELA PARA CALCULAR A DIFERENÇA ENTRE O NÚMERO FORMADO E O ALVO DA PRIMEIRA RODADA:

RODADA	NÚMERO-ALVO	NÚMERO FORMADO	DIFERENÇA
1ª	800	531	269

COM BASE NOS REGISTROS FEITOS POR ELA, PREENCHA A ÚLTIMA COLUNA DA TABELA ACIMA.

531 + 9 = 540
540 + 60 = 600
600 + 100 = 700
700 + 100 = 800

A estratégia de Manuela consiste em descobrir quanto é necessário acrescentar ao 531 para chegar ao 800. A relação numérica em questão pode ser assim representada: **531 + ? = 800.** Para isso, a menina recorre ao arredondamento:

- acrescenta 9 ao 531 e obtém 540;
- acrescenta 60 ao 540 e obtém 600;
- acrescenta 100 ao 600 e obtém 700;
- acrescenta 100 ao 700 e obtém o 800.

Para determinar a diferença entre 531 e 800 é preciso descobrir quanto ela acrescentou ao todo, ou seja, é necessário somar 9 + 60 + 100 + 100.

A discussão coletiva sobre essa estratégia de cálculo é essencial para que as crianças compreendam as relações numéricas envolvidas. É importante, também, pedir às crianças que apontem outras formas de se chegar ao mesmo resultado. A contagem de 100 em 100 também é uma possibilidade: 631, 731, 831. Contando de 100 em 100 o resultado passará de 800, assim a diferença pode ser pensada como **100 + 100 + 100 - 31.**

Vale ressaltar que essas estratégias não devem ser ensinadas às crianças como uma alternativa aos algoritmos convencionais. A ideia aqui é trabalhar com as estratégias apresentadas pelas próprias crianças. Caso ninguém pense na possibilidade apresentada no parágrafo anterior, você pode problematizá-la da seguinte forma:

Eu pensei em uma estratégia diferente para descobrir a diferença entre **531** e **800**. Vejam como eu fiz: **100 + 100 + 100** - **31** (colocar o registro no quadro).

Alguém consegue explicar como eu pensei? Será que procedendo dessa forma eu vou conseguir determinar a diferença entre os dois números? Por quê?

Lembre-se de que, ao contrário do que diz o senso comum, **o papel do(a) professor(a) não é o de "explicar a matéria"** para seus(suas) estudantes. Cabe a você, como professor(a), problematizar, instigar o pensamento das crianças para que elas mesmas formulem as explicações.

> A tarefa do educador consiste então, a todo momento, em mostrar mistérios, mostrar situações da natureza que, mesmo que já estejam descritas pela ciência, não o estão para a criança (aluno). De modo que ele se surpreenda frente a algo e trate de lhe encontrar uma explicação. (Trecho da Entrevista de Muñoz no documentário La Educación Prohibida - Arquivos Abiertos)[6].

PROBLEMA 11

As questões propostas aqui são semelhantes àquelas apresentadas no Problema 4: observando os números já registrados, a criança deverá inferir os números que faltam em cada rodada.

---

[6] Essa citação já foi apresentada no Caderno de Orientações Gerais (p. 43) e é retomada aqui para reforçar a ideia de que são as próprias crianças que devem formular as explicações nas aulas de Matemática, pois é dessa forma que se aprende.
Disponível em https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/cedoc/detalhe/lep-archivos-abiertos-06-entrevista-com-carlos-calvo-munoz,523536ee-2d93-4746-a681-cea4c414a38f

11. COMPLETE A TABELA COM AS INFORMAÇÕES QUE ESTÃO FALTANDO:

JOGO O MAIS PERTO POSSÍVEL			
RODADA	**NÚMERO-ALVO**	**NÚMERO FORMADO**	**DIFERENÇA**
1ª	200	165	35
2ª	400	187	213
3ª	700	544	156
4ª	900	601	299
5ª	700	687	13

Na primeira, na segunda e na quinta rodadas, o problema é o mesmo proposto pelo jogo: comparar o número formado com o alvo, para determinar a diferença entre ambos.

Na terceira rodada, o problema é diferente, uma vez que são dados o número formado e a diferença e, a partir desses dados, as crianças deverão descobrir qual era o alvo. Para resolver esse problema, elas costumam trabalhar por tentativa e erro, ou seja, escolhem um número do conjunto de alvos e verificam se a distância entre ele e 544 corresponde a 156. Em geral, o número é escolhido em função do valor da diferença. Como ela é menor do que 200, eliminam-se números cuja distância do 544 seja maior do que 200 (por exemplo 100, 200, 300, 800 e 900).

Caso você perceba que as crianças não conseguem pensar em nenhuma estratégia para descobrir o número-alvo, faça perguntas que as ajudem a pensar sobre a situação, como as mostradas a seguir:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
O número formado está muito distante do alvo? Como podemos saber isso?	Com essa pergunta você ajuda a criança a interpretar o significado dos números apresentados na rodada. O número 156 indica a distância que o 544 está do número-alvo.
Você gostaria de usar a Reta Numérica para localizar o número formado nessa terceira rodada?	É importante que as crianças identifiquem os recursos que podem lhes ser úteis na resolução de problemas e que se sintam seguras ao utilizá-los, uma vez que isso em nada diminui a sua capacidade. Saber onde procurar apoio, quando se tem dificuldade para resolver um problema é, em si, uma habilidade essencial. Recursos existem para serem utilizados.
Agora que você localizou o 544 na Reta, você acha que o alvo pode ser qualquer um dos números já marcados nessa Reta (110 a 1000)? Por quê?	Por meio dessa pergunta, você ajudará a criança a delimitar um intervalo dentro da Reta no qual pode encontrar o alvo. Como a diferença é menor do que 200, então, tomando-se como referência o 500 - número redondo mais próximo de 544 - conclui-se que os alvos estão entre 300 e 700.

Por meio de perguntas como essas, as crianças serão capazes de escolher um número e testar se a distância entre ele e o 544 corresponde a 156, e isso pode ser feito tanto por meio de estimativa, quanto do cálculo exato.

Para determinar o número formado na quarta rodada, é comum a utilização do arredondamento da diferença, uma vez que o 299 está muito próximo do 300. Se a diferença fosse 300, então a busca seria por um número que tem 300 a mais ou 300 a menos do que o 900. Como o maior número-alvo é 1000, então, necessariamente, será 300 a menos do que 900, ou seja, o número formado nessa quarta rodada está muito próximo de 600. As crianças costumam ficar em dúvida se o número será 599 ou 601. Caso verifique isso em sua turma, sugira que as crianças testem as duas possibilidades.

OUTRAS SUGESTÕES

Recomenda-se o trabalho com o jogo **Faça o Maior Número**, apresentado no Volume 4 deste material. É um jogo bastante parecido com **O Mais Perto Possível**, mas como não tem um número-alvo, requer a comparação direta entre os números formados pelos(as) jogadores(as).

REFERÊNCIAS

IFRAH, G. **Os números:** história de uma grande invenção. 3ª ed. São Paulo: Globo, 1989.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

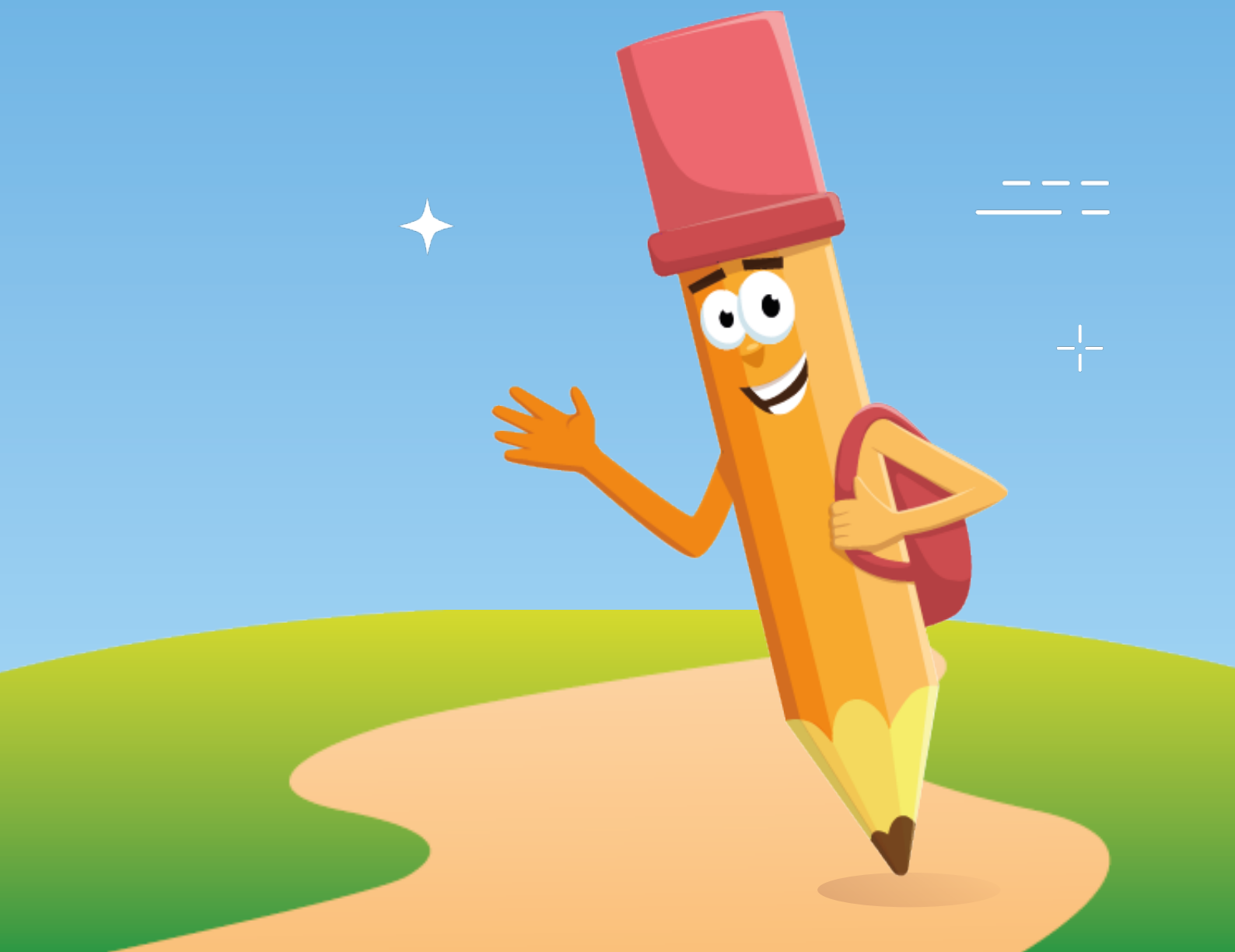
SALVADOR. Secretaria Municipal de Educação. **Nossa Rede:** Cadernos de Matemática. Salvador: Instituto Chapada de Educação e Pesquisa, 2016. (Coleção em 40 volumes).

STAREPRAVO, A. R. **Jogando com a matemática:** números e operações. Curitiba: Aymará, 2009. (Coleção Mundo das Ideias).

STAREPRAVO, A. R. **Matemática:** fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

TIRA NUMÉRICA II



APRESENTAÇÃO

A Tira Numérica já foi apresentada nesse material como um instrumento que pode fazer parte da rotina de trabalho diário com a Matemática[1] e, também, como elemento disparador da **SD Tira Numérica** (Volume 1).

Fonte: Acervo da autora, 2017

Nessa Sequência Didática, retoma-se o trabalho com a Tira Numérica. Inicialmente são propostos diferentes problemas envolvendo o número de crianças da turma ou a reunião de crianças de diferentes turmas. Pretende-se, por meio deles, incentivar a elaboração de estratégias pessoais para resolver problemas de adição e subtração, envolvendo as ideias de **composição**, **transformação** e **comparação.** Propõe-se, também, um trabalho de **formulação de problemas pelas próprias crianças**.

Depois, explorando a composição do número total de estudantes da classe, as crianças serão incentivadas a **pensar em diferentes formas de se escrever um mesmo número** por meio de notações aditivas e subtrativas. Essas notações serão usadas para provocar a observação de regularidades e padrões e para discutir sobre relações de igualdade entre diferentes notações.

As crianças serão também desafiadas a investigar quais são os números da Tira Numérica que permitem a decomposição em dois grupos iguais. Com essa investigação poderão **explorar noções relativas à ideia de metade e dobro e diferenciar números pares e ímpares**.

Finalmente, na última etapa, são propostos jogos de adivinhação nos quais as crianças terão a oportunidade de usar o que aprenderam para formular perguntas e desenvolver boas estratégias para reduzir um conjunto de números.

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

As situações-problema propostas nessa Sequência Didática se apresentam como **um desdobramento da SD Tira Numérica** do Caderno de Atividades do Estudante (Volume 1). Ela foi pensada para desafiar as crianças que já têm um maior domínio da

[1] Caderno de Orientações Gerais - Bloco 2 e Caderno de Atividades do Estudante (Volume 1) - SD Tira Numérica.

série numérica até 100, e/ou como uma continuação do trabalho proposto na primeira SD.

Por envolver um contexto muito familiar, que é o conjunto de estudantes da classe, os problemas se constituem em situações bastante concretas que podem ser exploradas por crianças com diferentes níveis de conhecimentos matemáticos. Dessa forma, é indicada para primeiro, segundo e terceiro anos.

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática pretende-se contribuir para que a criança torne-se, progressivamente, capaz de:

- elaborar estratégias de solução para resolver problemas de estrutura aditiva, envolvendo os diferentes significados da adição e subtração (composição, transformação e comparação), e com variação no lugar da incógnita;
- elaborar problemas de estrutura aditiva;
- compor e decompor números naturais, com suporte da Reta Numérica;
- compreender que um mesmo número pode ser designado de diferentes formas;
- identificar regularidades em notações aditivas para encontrar outras adições que resultem em um mesmo número total;
- identificar regularidades em notações subtrativas para encontrar outras subtrações que resultem em uma mesma diferença;
- compreender a ideia de igualdade para produzir diferentes notações aditivas e/ou subtrativas para um mesmo número;
- identificar os números da Tira Numérica com os quais é possível obter dois conjuntos equitativos;
- explorar o conceito de metade e dobro a partir de notações aditivas;
- identificar, na Tira, números pares e ímpares, relacionando-os com os conceitos de metades e dobros.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

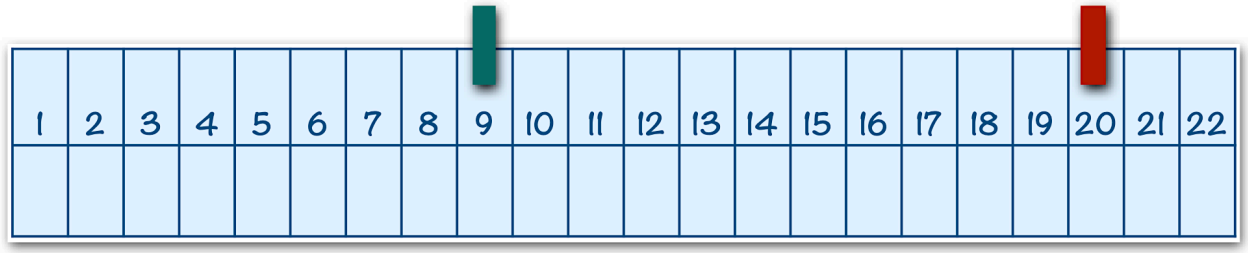
- Tira Numérica (tamanho grande e individual);
- papel kraft ou cartolina;
- canetas tipo pincel atômico;
- lápis grafite, lápis de cor, cola e tesoura;
- Caderno de Atividades do Estudante.

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRA ETAPA

Nessa etapa serão exploradas situações-problema envolvendo o número de estudantes da classe. Sugere-se iniciar conversando sobre a composição do número total de crianças da turma por dois grupos distintos: meninos e meninas, conforme proposto na SD Tira Numérica (Volume 1).

Usando a Tira Numérica grande, de uso coletivo, proponha questões que levem as crianças a pensar sobre a relação entre as seguintes informações: número de meninos, número de meninas e número total. Por exemplo:



O grampo verde marca o número de meninas de uma turma, e o grampo vermelho marca o número total de crianças. Com essas duas informações é possível descobrir quantas crianças dessa turma são meninos? Como podemos proceder?

A intenção aqui é a de que as crianças relacionem as informações das quais dispõem - número total de crianças e número de meninas - para encontrar aquela que lhes falta: o número de meninos. **Não se espera uma resposta numérica, mas a explicitação dos possíveis procedimentos para obtê-la.** Assim, se as crianças responderem que o número de meninos é 11, **peça que expliquem como chegaram a esse número.**

É importante escutar as ideias das crianças e valorizar as diferentes formas de pensar. Se para nós, como adultos, a subtração aparece como o melhor procedimento,

dificilmente o será para as crianças. É esperado que usem procedimentos aditivos, contando quanto falta do 9 até chegar ao 20 e isso pode ser feito de duas formas distintas:

- por meio da contagem direta (usando os dedos, a própria Tira ou, ainda, registrando “risquinhos" - ou outro tipo de marca - no papel);
- por meio do cálculo mental, levando-se em conta, por exemplo, que se 10 + 10 = 20, então 9 + 11 = 20.

Depois dessa discussão inicial, usando a Tira Numérica, proponha um novo problema por meio de um enunciado verbal, que pode ser registrado no quadro ou em um cartaz:

> Em uma turma há 24 crianças no total. Dez dessas crianças são meninas. Quantas crianças dessa turma são meninos?

A ideia aqui é deixar as crianças formularem suas próprias estratégias para resolver o problema. Não diga como devem proceder, pois as crianças podem usar diferentes procedimentos. Em vez de dar dicas, você pode fazer perguntas, como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Que informações você já tem sobre essa turma?	Observe se as crianças conseguem identificar o número total e o número de meninas da classe. Caso elas não se lembrem desses números, sugira que leiam o enunciado ou faça você essa leitura em voz alta.
Ajudaria se você registrasse esses números?	A criança pode registrar os números em uma folha de papel, no caderno ou mesmo na Tira Numérica individual.
Qual é a informação que não temos e que gostaríamos de descobrir?	Com essa questão, bem como com as anteriores, queremos dar oportunidade às crianças de identificar o que elas precisam descobrir e de quais informações já dispõem para ajudá-la na busca da resposta.

Veja alguns exemplos de procedimentos que podem ser mobilizados pelas crianças para resolver esse problema:

- desenhar 10 risquinhos (ou outro tipo de marca). Depois continuar desenhando risquinhos - separados espacialmente dos primeiros - contando-os na sequência do 10, até chegar ao 24. Contar os risquinhos desenhados na segunda etapa (excluindo os 10 iniciais);

- marcar o número 10 na Tira Numérica e contar - a partir daí - quantos números faltam para chegar ao 24;
- desenhar 24 risquinhos (ou outra marca) e riscar ou separar 10 deles, contando quantos sobraram;
- guardar o 10 na memória e contar - a partir dele - até 24, levantando um dedo para cada número contado ou marcando cada número em um papel;
- decompor o 24 em 10 + 14, usando o cálculo mental.

Ainda que um problema desse tipo seja, em geral, classificado como sendo de subtração, **a maioria das crianças recorrerá a procedimentos aditivos para resolvê-lo.** O essencial aqui é que a criança seja capaz de mobilizar um procedimento e explicar como pensou.

É fundamental promover uma discussão coletiva sobre as diferentes soluções apresentadas pelas crianças. Elas podem registrar na lousa os seus procedimentos ou contar para os(as) colegas como pensaram (usando, ou não, a Tira Numérica como apoio).

Lembre-se de que as soluções erradas devem também ser colocadas em discussão, para que as crianças possam identificar erros e corrigi-los a partir da mediação dos(as) colegas e do(a) professor(a).

Veja outros tipos de problemas que podem ser propostos a partir da Tira Numérica:

Em uma turma há 22 crianças no total. Hoje faltaram 4 crianças. Em que número da Tira Numérica deverá ser colocado o grampo que marca a quantidade de crianças presentes na sala?
Em nossa classe há 21 crianças (por exemplo). Na turma do segundo ano há 4 crianças a mais que na nossa turma. Quantas crianças há naquela turma?
Em nossa turma há 21 crianças (por exemplo). Na turma do terceiro ano há 5 crianças a menos que na nossa. Quantas crianças há naquela turma?
Em nossa turma há 21 crianças (por exemplo), e na turma do quarto ano há 22 crianças. Quantas crianças há nas duas turmas juntas?

O objetivo com esse trabalho é o de dar a oportunidade às crianças para discutirem sobre os diferentes procedimentos que podem ser utilizados para resolver os problemas. Não se trata de “treinar" procedimentos ensinados anteriormente, mas de

elaborar procedimentos de solução, conforme a imagem mental que cada criança constrói da situação em questão.

Na escola, de modo geral, as crianças têm pouca oportunidade de trabalhar com a Matemática na oralidade. Os chamados "problemas matemáticos" são apresentados sempre por escrito e devem ser resolvidos, também por escrito, e de acordo com um modelo pré-estabelecido de solução (sentença matemática; cálculo; resposta)[2]. Nessa perspectiva, **aquilo que costuma ser chamado - na escola - de "problema matemático" trata-se, na realidade, de exercício de fixação.**

Resolver problemas é essencial para se aprender Matemática, assim, os problemas que as crianças enfrentam é que moldam suas aprendizagens. Os registros são importantes somente na medida em que servem como apoio ao pensamento, quando ajudam no controle da solução, quando organizam e estruturam melhor o pensamento e quando auxiliam na memória de curto prazo. Há muitos problemas que podem ser resolvidos sem o apoio de nenhum registro. Trabalhando com os problemas de forma oral, com questões relacionadas às suas próprias vivências, as crianças tendem a usar mais aquilo que já sabem, adaptando esses saberes às novas situações, pois se encontram em um contexto menos formal. Além disso, aprendem a explicar como pensaram para chegar à solução apresentada.

No Caderno de Atividades do Estudante, são apresentados problemas semelhantes aos que foram propostos aqui, para que as crianças resolvam sozinhas ou em duplas e, nesse contexto, possivelmente se utilizarão de registros.

Os problemas sugeridos nessa etapa são de **estrutura aditiva** e se enquadram em três categorias diferentes, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009):

CATEGORIA	DESCRIÇÃO	EXEMPLOS
COMPOSIÇÃO	Dois estados (E_1 e E_2) são combinados para obter um terceiro (E_3).	• Em uma turma há 15 meninos e 9 meninas, quantas crianças há ao todo? • Em uma turma há 22 crianças. 14 dessas crianças têm 7 anos e o restante têm 8 anos. Quantas crianças têm 8 anos?

[2] No Caderno de Orientações Gerais - item 3.3 - é apresentado um texto sobre o papel da resolução de problemas na aprendizagem de Matemática. Recomenda-se que você faça a leitura do referido texto, intitulado: A Resolução de Problemas como Eixo Norteador do Trabalho com a Matemática.

TRANSFORMAÇÃO	Um estado inicial (E_1) sofre uma transformação (T), que pode ser positiva (+) ou negativa (-) para chegar a um estado final (Ef).	• 16 crianças estavam brincando no pátio, 7 delas voltaram para a sala. Quantas ainda ficaram no pátio? • Pedro levou dinheiro para comprar lanche na escola. Ele gastou 5 reais e ainda ficou com 13 reais. Quanto ele levou de dinheiro? • Em um teatro há 150 cadeiras fixas. Hoje foram colocadas algumas cadeiras móveis e o teatro ficou com 172 cadeiras. Quantas cadeiras foram colocadas? • Luana tinha algumas figurinhas, ganhou 9 figurinhas novas e agora tem 30. Quantas figurinhas ela tinha antes?
COMPARAÇÃO	Dois estados são colocados em comparação para se quantificar a diferença entre eles.	• Enzo tem 25 reais. Valentina tem 31 reais. Quem tem mais dinheiro? Quantos reais a mais? • Lucas é 11 anos mais novo que Elis. Elis tem 21 anos. Qual é a idade de Lucas?

Foram apresentados alguns exemplos de cada categoria de problemas. Há vários outros, em função do lugar da incógnita no problema, ou seja, do elemento desconhecido. Como você deve ter percebido, nem sempre é tão fácil identificar a operação a ser utilizada. Os dois primeiros problemas que exemplificam a categoria "transformação", na tabela acima, são do mesmo tipo: **transformação negativa.** No primeiro, entretanto, é muito mais fácil de se identificar a "operação correspondente" (**16 - 7 = ?**) do que no segundo, cuja incógnita está no início (**? - 5 = 13**). Nesse último caso, antes de determinar a operação a ser realizada, seria necessário compreender que Pedro tinha, no início, uma quantia maior do que 13.

Dessa forma, o esquema pré-estabelecido para solução de problemas anteriormente mencionados (Sentença Matemática; Cálculo; Resposta) não funciona aqui. O referido esquema **só dá conta de uma gama muito restrita de problemas e a sua utilização acaba por prejudicar o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático das crianças.**

Para encerrar essa etapa, sugere-se trabalhar com os problemas **1** a **5** do Caderno de Atividades do Estudante. É fundamental que se proponha um problema de cada vez, passando para o seguinte somente depois que todas as crianças tiverem resolvido e comparado suas soluções. Lembre-se de que esses problemas **não são exercícios de fixação** e, portanto, não se deve esperar que as crianças identifiquem a "operação correspondente". Ao contrário, espera-se que elaborem procedimentos pessoais de solução.

SEGUNDA ETAPA

Proponha às crianças a realização de uma pesquisa sobre o número de crianças de cada uma das turmas da sua escola. É importante que elas mesmas decidam COMO a pesquisa será feita: **elas irão até as turmas e realizarão as contagens? Perguntarão aos(às) professores(as) ou às crianças de cada turma o número total de estudantes? Conseguirão essas informações na secretaria da escola? Como farão o registro das informações obtidas?**

As informações obtidas podem ser registradas em folhas de papel A4, de forma a ocupar toda a área de uma folha, de modo que os números possam ser lidos de longe. É importante que se registre, também, a que se refere cada número, ou seja, qual é a turma correspondente.

Faça uma roda com todos(as) sentados(as) no chão e coloque as folhas com os registros numéricos no centro dessa roda. A partir deles será realizada uma atividade de **formulação de perguntas.**

Comece provocando uma discussão coletiva sobre quais perguntas poderiam ser feitas com base nos registros numéricos coletados. É esperado que formulem perguntas como: **qual é o maior número? Qual é o menor número?** Ou, ainda, perguntas relacionadas ao contexto no qual os números foram coletados: **qual é a maior turma? Em qual das turmas há menos crianças?**

Explore as perguntas apresentadas, acolhendo as ideias das crianças e auxiliando-as na formulação, quando necessário. Proponha você também algumas perguntas, mostrando às crianças novas possibilidades de colocar os números em relação, como por exemplo:

- Todos esses números podem ser marcados em nossa Tira Numérica? Por quê?
- Há mais crianças no segundo ano A ou terceiro ano B (por exemplo)? Quantas a mais? Como vocês descobriram?
- Na turma do quinto ano há 25 crianças (por exemplo). Quantas poderiam ser meninas e quantos poderiam ser meninos?

Incentive-as a formular novas perguntas. Você pode ajudá-las sugerindo que usem **comparações** em suas perguntas, ou que pensem em diferentes composições para o número total de crianças de cada turma.

Você também poderá fazer o registro das perguntas em papel pardo ou cartolina e depois distribuí-las entre as crianças da classe para serem respondidas (crianças mais velhas podem fazer os registros elas mesmas). Caso seus(suas) estudantes ainda não estejam alfabetizados, o trabalho deverá ser realizado, na íntegra, de forma coletiva.

Não corrija eventuais erros das perguntas, mesmo que não seja possível respondê-las, por conta de problemas em sua formulação. É essencial que **as próprias crianças percebam os erros** e que sugiram as correções no momento em que forem trabalhar com as perguntas formuladas pelos(as) colegas.[3]

Nessa atividade, as crianças precisarão recorrer aos registros numéricos coletados anteriormente. Assim, você pode ajudá-las na construção de um quadro e/ou um gráfico para organizar as informações coletadas e registradas, anteriormente, em folhas de papel. Aproveite para promover uma discussão coletiva sobre as informações que precisariam aparecer nos enunciados, caso eles não dispusessem do gráfico e/ou quadro para responder às perguntas formuladas.

Se um enunciado pergunta, por exemplo, **"em qual turma há mais crianças: no primeiro ano A ou no primeiro ano B?"** Para respondê-la é necessário saber o número de crianças em cada turma. Essa informação poderá fazer parte do texto de enunciado ou estar disponível em uma tabela, gráfico ou gravura que acompanha o texto.

Para concluir essa etapa, sugira o trabalho com os problemas 6 e 7 do Caderno de Atividades do Estudante (ver orientações nas páginas 144 e 145).

Quando têm a oportunidade de pensar sobre a formulação de problemas, as crianças também passam a interpretar os enunciados, diferenciando, inclusive, dados que são essenciais para a solução, daqueles que são irrelevantes.

TERCEIRA ETAPA

Nessa etapa serão exploradas diferentes formas de se escrever um mesmo número. Sugere-se começar pela composição aditiva do número total de estudantes da sua turma, com base na classificação em meninos e meninas (ou outro critério que permita a separação das crianças em dois grupos).

Tomando como exemplo uma turma em que há **20 crianças** no total, sendo **14 meninos** e **6 meninas**, poderiam ser propostas questões como as que seguem:

---

[3] Esse é um trabalho que deverá ser realizado em dias diferentes. Em um dia trabalha-se com a formulação das perguntas e, em outro, trabalha-se com a leitura dessas perguntas e apresentação das respostas.

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Em nossa turma há **14** meninos e **6** meninas e isso dá um total de **20** crianças. Será que existem outras turmas compostas por 20 crianças no total, mas com um número diferente de meninos e meninas?	A ideia aqui é deixar as crianças pensarem em outras composições possíveis para o 20. Em geral, a primeira ideia levantada pelas crianças é 10 meninos e 10 meninas. Registre no quadro ou em uma folha de papel pardo ou cartolina, usando números e sinais matemáticos nas duas composições diferentes: **14 + 6** e **10 + 10**.
Alguém pode mostrar outra possibilidade de compor o 20 pela soma de dois números?	Chame duas ou três crianças para registrarem suas ideias. Você pode propor essa atividade como um desafio a ser resolvido em duplas ou trios e entregar uma folha em branco para as crianças registrarem suas ideias. Se perceber que alguns grupos estão tendo dificuldade para resolver esse problema, ajude-os propondo algumas questões como as que seguem: **se fossem 19 meninos, quantas teriam que ser as meninas para a sala ter, no total, 20 estudantes? E se fossem 18 meninos?**
Que tal construirmos um cartaz coletivo com diferentes composições que resultam em 20? Só podemos usar números e sinais matemáticos.	Ao apresentar essa proposta, você estará ampliando a questão anterior, desvinculando-a do contexto concreto no qual se originou (o número de meninos e de meninas da classe). As possibilidades agora aumentam, passando a ser, inclusive, infinitas. Você poderá se surpreender com as ideias das crianças.

Em uma proposta como essa - na qual o enunciado é bastante aberto - é esperado que as próprias crianças desvinculem sua produção da situação concreta (número de meninos e meninas) e passem a operar de forma mais abstrata, recorrendo inclusive à subtração (por exemplo 22 - 2; 30 - 10; 40 - 20). Podem pensar também em adições de mais de uma parcela, como 5 + 5 + 5 + 5, por exemplo. Nesse caso, estimule a discussão sobre essas diferentes formas de se escrever o número 20.

O cartaz poderá ser preenchido aos poucos (ao longo de uma semana ou até de um mês). Sempre que uma criança descobrir uma nova forma de compor o número 20 pela soma de duas ou mais parcelas (ou mesmo usando outras operações), poderá apresentá-la aos(às) colegas e fazer o registro no quadro - desde que todos(as) concordem com a ideia apresentada.

Vale ressaltar que as crianças não precisam conhecer, a priori, os sinais da adição ou da subtração, pois eles podem ser justamente introduzidos nesse momento, como um recurso útil para a produção dos registros que lhes foram solicitados.

A imagem, a seguir, mostra os registros feitos por crianças de um primeiro ano, às quais foi apresentado esse desafio:

Fonte: Acervo da autora, 2017

Caso algumas crianças tenham dificuldade para pensar em outras formas de compor o número total solicitado, coloque à disposição delas materiais de apoio, tais como: Tira Numérica - na qual poderão recorrer à *sobrecontagem*[4]; réplicas de cédulas e moedas de real; calculadora. Note que, nesse caso, a calculadora não dará a resposta, uma vez que conhecendo o resultado, a criança deve descobrir diferentes operações que resultariam nele. Será necessário antecipar uma possível composição, para depois, usando a calculadora, testá-la e verificar se corresponde ao resultado esperado. Como dispõe da calculadora, a criança fará isso de forma mais rápida e assim poderá pensar em uma quantidade maior de composições e, ainda, usar números mais altos, com os quais teria dificuldade de operar sem o apoio dessa ferramenta.[5]

Sugere-se que **atividades desse tipo sejam incorporadas à rotina da classe.** Você pode propor essa atividade uma vez por semana, no início da aula ou logo depois do recreio. É interessante variar as formas de registro e a organização da classe a cada semana. Veja algumas possibilidades:

---

[4] Contar a partir de um determinado número, sem precisar recitar a série desde o início.

[5] Para compreender melhor o papel da calculadora como apoio para o desenvolvimento do cálculo mental e realização de estimativas, recomenda-se a leitura da SD Brincando com a Calculadora (Volume 2).

- diferentes equipes deverão registrar, cada uma em um cartaz, a maior quantidade de composições para determinado número (todas trabalhando com o mesmo número), depois deverão comparar seus registros;
- em duplas, as crianças escreverão um número no centro de uma folha e deverão trocar essa folha com outra dupla para que registrem diferentes composições possíveis para o número escolhido pelos(as) colegas;
- você registrará um número no quadro de giz e chamará uma criança de cada vez, para mostrar uma forma de se reescrever o mesmo número, usando apenas números e sinais matemáticos. Não é permitido repetir registros;
- propõe-se o trabalho com um número de magnitude mais alta do que aqueles com os quais as crianças estão familiarizadas, o 1000, por exemplo. Nesse caso, sugere-se que realizem a atividade usando a calculadora.

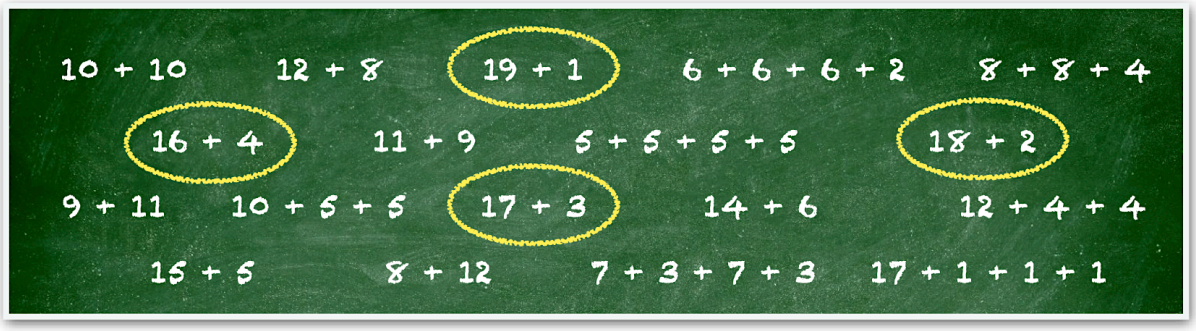
Posteriormente, a partir do quarto ano, as crianças passarão a utilizar outras operações aritméticas como a multiplicação e a divisão ou, ainda, a partir do quinto ano, a escrita fracionária. Saber decompor um número de diferentes formas ou, dito de outra maneira, **ser capaz de designar um mesmo número de diferentes formas, é fundamental para o desenvolvimento do cálculo mental.**

Esse tipo de atividade é sempre muito bem aceita pelas crianças, que a encaram como uma brincadeira, uma vez que se trata de um problema aberto que permite uma variedade muito grande de soluções.

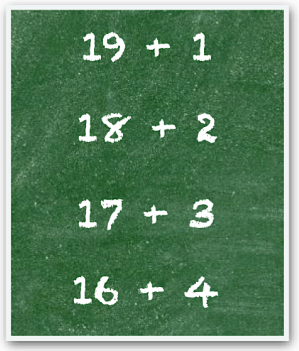
No Caderno de Atividades do Estudante, foram apresentados dois problemas (8 e 9) que envolvem esse tipo de decomposição.

QUARTA ETAPA

Nessa etapa serão exploradas as regularidades nas notações aditivas e subtrativas. Você pode usar os registros produzidos pelas crianças na proposta anterior (a partir do número de crianças da sua turma) e registrá-los no quadro de giz. Veja alguns exemplos de notações aditivas para o número **20**:



Você pode destacar algumas das notações e registrá-las novamente na seguinte ordem:



Diga às crianças que você usou um segredo para ordenar as adições. Desafie-as a **descobrir esse segredo** para poderem antecipar a próxima adição dessa série. A partir dessa proposta elas irão perceber como descobrir uma quantidade maior de notações aditivas para um mesmo número: **para se manter a igualdade, a cada vez que se diminui 1 na primeira parcela, deve-se aumentar 1 na segunda parcela**.[6]

É importante combinar com as crianças a seguinte regra: "quem descobrir qual é o segredo não deverá revelá-lo, e sim, deverá registrar a próxima adição da lista." Entregue o giz a essa criança e peça a ela que faça o registro. Quer esteja correto (15 + 5), quer não esteja, **evite validá-lo como certo ou errado.** Em vez disso, **pergunte às demais crianças se elas concordam com o registro do(a) colega.** Se alguém discordar, deverá explicar o porquê da discordância e mostrar qual é o registro que faria no lugar daquele.

As ideias das crianças devem sempre ser colocadas em discussão para que elas possam desenvolver a habilidade de validar, ou não, as respostas de seus pares, evitando um julgamento que venha sempre do(a) adulto(a).

Escolha sempre uma criança diferente para fazer o registro. À medida que forem registrando novas adições, o padrão ficará mais evidente e, portanto, será mais fácil identificá-lo **(14 + 6; 13 + 7; 12 + 8; 11 + 9; 10 + 10 etc.)**.

Quando se esgotarem as possibilidades para o registro dessas notações aditivas, conforme o padrão estabelecido (ou seja, até o 1 + 19), peça às crianças que expliquem qual é o segredo (ou seja, o padrão observado).

Nesse momento, você poderá propor que elas pensem em uma situação concreta para essas notações, evocando novamente a composição do número total de uma

[6] As crianças serão capazes de usar esse conhecimento muito antes de serem capazes de formulá-lo, tal qual apresentado aqui. A ideia é justamente explorar esse conhecimento em nível operatório (de uso) e não em nível predicativo (de formulação).

turma. Se fossem 20 crianças no total, poderíamos ter 19 meninos e 1 menina, por exemplo, ou 18 meninos e 2 meninas. A ideia é que elas percebam que **a cada menino que diminuímos é necessário aumentar uma menina para que o número total permaneça o mesmo.**

Vale ressaltar que **essa relação não deve ser apresentada às crianças, mas descoberta por elas mesmas.** E o objetivo dessa proposta é justamente o de propiciar essa descoberta.

Depois desse momento de trabalho coletivo, as crianças poderão formar duplas para tentar descobrir o maior número possível de adições de duas parcelas que resultem em um número predeterminado por você, cuja magnitude deverá estar de acordo com as possibilidades cognitivas de cada dupla. **Lembre-se de que a calculadora pode ser um apoio importante para esse trabalho.**

Enquanto trabalham com o problema, circule entre as crianças e observe se elas estão usando a ideia explorada na discussão anterior para encontrar o maior número possível de pares de números. Se observar que alguma dupla está com dificuldade para usar as regularidades na busca das adições, faça perguntas que as auxiliem a identificar essas regularidades.

Se o número fosse 36, por exemplo, e as crianças tivessem começado com 30 + 6, você poderia propor questões como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
30 + 6 é igual a 36. Pois se vocês tivessem 30 ainda faltariam 6 para completar 36 certo? E se vocês tivessem 31, estariam mais perto ou mais distantes do 36?	Você pode propor as questões da forma como sugeridas aqui ou solicitar que as crianças pensem nos números como valores monetários (30 reais mais 6 reais são 36 reais). A referência ao dinheiro pode ajudar as crianças, porque coloca esses números em uma situação concreta para elas, ainda que não manipulem as cédulas (se considerar necessário, coloque cédulas à disposição). Outro recurso pode ser a própria Tira Numérica estendida. Marque o número 30 e peça às crianças que contem quanto ainda falta para chegar ao 36. Depois marque o 31 e pergunte se ficaram mais próximas ou mais distantes do 36.
Se 30 + 6 = 36, 31 mais quanto será igual a 36?	As crianças devem compreender que quanto mais próximo um número estiver do 36, menos deverão acrescentar a esse número para obter o 36.
30 + 6 = 31 + 5 = 36 E 29 mais quanto vai dar 36? 29 + ? = 36	As crianças devem compreender que o 29 tem um a menos que o 30. Como ao 30 faltam 6 para chegar a 36, então ao 29 faltará um a mais para chegar ao 36. Essa relação pode ser observada na Tira Numérica, mas lembre que o seu papel não é o de mostrá-la às crianças, mas de provocar essa descoberta.

Após cada dupla concluir seus registros, fazendo o que considera a maior quantidade possível de notações aditivas de duas parcelas, podem comparar seus registros e conversar sobre como pensaram para encontrar as adições. Nesse momento de socialização, possíveis erros são, em geral, identificados pelas crianças e corrigidos por elas mesmas, o que é muito positivo para o desenvolvimento da autonomia.

Finalmente, você pode propor um desafio semelhante, dessa vez sugerindo que usem notações subtrativas. Para o número 36, teríamos: **37 - 1; 38 - 2; 39 - 3; 40 - 4; 41 - 5 etc.**

É possível que as crianças "desistam" do desafio após registrarem algumas notações, alegando que **as possibilidade são infinitas**. Essa é uma ideia para ser discutida com a classe:

- Como podemos saber se as possibilidades são infinitas?
- O que é o infinito?

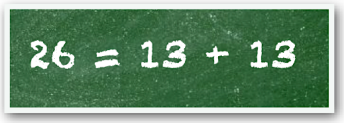
A ideia de infinito é fascinante para as crianças. Trata-se de um conceito complexo, mas que pode - e deve - ser explorado de forma lúdica com a turma.

QUINTA ETAPA

Nessa etapa serão explorados os conceitos de **dobros** e **metades** e de **números pares e ímpares.** Você pode iniciar retomando a discussão sugerida nas propostas anteriores, sobre a composição da turma em dois grupos distintos (meninos e meninas, adultos e crianças, crianças nascidas no ano x ou no ano y etc.). Depois proponha, oralmente, o seguinte problema (ou outro similar):

Em uma turma com 26 crianças, é possível que haja o mesmo número de meninas e meninos? Como podemos ter certeza disso?

Peça às crianças que expliquem como pensaram para chegar à resposta apresentada. É esperado que elas recorram à adição para justificar sua resposta, alegando que **26** pode ser escrito como **13 + 13**. Você pode registrar no quadro essa relação de igualdade:



Chame a atenção para o fato de que **com 26 crianças é possível formar dois grupos iguais** (quantitativamente) e que o número 26 pode ser escrito pela soma de dois números iguais.

Pergunte aos(às) estudantes que outros números podem ser escritos pela soma de dois números iguais. Registre no quadro (ou em uma folha de papel grande) dois ou três exemplos apresentados pela turma, sempre pedindo que expliquem como pensaram. Também pergunte às demais crianças da turma se concordam com os números apresentados pelos(as) colegas.

Depois disso, proponha uma **atividade de investigação,** que poderá ser realizada individualmente ou em pequenos grupos (de até 4 crianças). **Desafie-as a encontrar, na Tira Numérica, todos os números que podem ser registrados pela soma de dois números iguais** (como o 26 e os outros exemplos explorados).

Você pode promover uma discussão a respeito dos números identificados pelas equipes, pedindo que expliquem como procederam para identificá-los na Tira Numérica.

Nesse momento é possível que algumas crianças já mencionem as ideias de **metade** e/ou **dobro**. Aproveite então para conversar com elas sobre esses conceitos, perguntando em que outras situações podem utilizá-los. Você pode propor algumas questões como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
13 é a metade de 26, pois com 26 podemos formar dois grupos iguais, cada um com 13 elementos. Agora, como podemos obter a metade de uma folha de papel?	A ideia aqui é levar as crianças a pensarem na metade de um todo contínuo. Caso elas falem que é necessário dividir a folha em duas partes, pergunte se você poderia fazer essa divisão em qualquer lugar da folha. Se elas disserem que precisa ser bem no meio, pergunte como podemos saber onde é o meio. Escute com atenção as explicações das crianças e faça novas perguntas, caso considere necessário.
E uma maçã, como podemos obter a metade dela?	Essas questões são importantes para verificar se as crianças compreendem que para se obter a metade **é necessário dividir o inteiro em duas partes iguais**. É mais fácil determinar a metade exata de uma folha de papel retangular do que de uma maçã, mas podemos pensar por aproximação.

A Mãe do André cortou uma maçã em duas partes e deu um pedaço para ele e outro para o Rafael, seu irmão. O Rafael reclamou dizendo: ***a minha metade é bem menor do que a metade do André.*** Qual é o erro dessa história?	Esse tipo de questão pode ser proposta de **forma lúdica, como um desafio**. São perguntas que instigam e provocam as crianças a usar argumentos para defender suas ideias. Nesse caso, o **erro está no uso da palavra metade**. Se o pedaço do Rafael era bem maior que o do André, então a mãe deles pode ter dividido a maçã em dois pedaços, porém como não eram iguais, cada pedaço não correspondia à metade da maçã.
Três irmãos pegaram uma maçã e um deles sugeriu: ***vamos dividir essa maçã em três metades? Aí cada um come uma metade.*** O que vocês acham dessa idéia?	Por meio dessa questão você pode observar se as crianças compreendem que, ao dividir uma maçã ao meio, obtém-se dois pedaços. Caso a divisão resulte em três pedaços, cada pedaço não será a metade, pois **uma mesma maçã só pode ter duas metades.** Aproveite para explorar a ideia de que dividindo uma maçã em três pedaços, cada pedaço será menor do que a metade.
Uma pessoa disse que comeu três metades de maçã. Isso é possível?	Muitas crianças dirão que é impossível, pois pensarão em uma única maçã. Caso ninguém considere a possibilidade de ter comido uma maçã inteira e mais a metade de outra maçã, diga-lhes que se trata de um enigma e que isso é possível sim. Nesse caso, registre o enigma e **desafie-as a desvendar o mistério, prestando muita atenção no enunciado**. Quem descobrir não deve contar para as demais, somente para você, ou registrar no papel para que as outras crianças tenham tempo de pensar mais. Uma dica que pode ser dada é sublinhar, no registro, a seguinte parte da pergunta: três metades de maçã. Mas só faça isso depois que as crianças tentarem descobrir a resposta sem nenhuma dica. Três metades **de** maçã é diferente de três metades **da** maçã ou três metades **de uma** maçã.

Retome, então, a igualdade **26 = 13 + 13** e pergunte às crianças qual é a relação entre o número 13 e o 26. Veja se todos(as) são capazes de i**dentificar o 13 como metade de 26** e, também, **o 26 como dobro de 13.** Proponha uma discussão sobre essa **relação de dobro e metade** entre os números que eles identificaram na Tira Numérica.

No Caderno de Atividades do Estudante é apresentada uma **Tira Numérica para recortar.** Nela, as crianças deverão colorir os números que identificaram na primeira atividade, ou seja, **todos aqueles que são possíveis de se escrever pela soma de dois números iguais.** Além de pintar, solicite que elas registrem as adições correspondentes.

Pergunte se elas sabem que nome se dá a esses números pintados, com os quais é possível formar dois grupos iguais. É esperado que algumas crianças já os identifiquem como **números pares.**

Converse sobre o significado da palavra **par** e sobre o seu uso em nosso dia a dia, propondo questões como as que seguem:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Em que situações usamos a palavra **par** ou **pares** em nosso dia a dia?	As crianças, provavelmente, lembrarão de elementos do nosso vestuário como meias, sapatos, luvas ou acessórios como brincos ou fones de ouvido. Registre os exemplos mencionados e pergunte como elas poderiam explicar para uma criança mais nova o que é um par.
Quando disputamos par ou ímpar com os dedos, como podemos saber se o número total de dedos é par ou é ímpar?	Escute o que as crianças dizem e pergunte quantos pares de dedos podemos formar com uma mão, depois, com duas mãos. Converse com as crianças sobre essa ideia: com uma mão formamos dois pares de dedos e fica sobrando um dedo sozinho - **5 é um número ímpar.** Com duas mãos formamos 5 pares e não fica sobrando dedo sem par - **10 é um número par.**
Com 7 dedos, quantos pares de dedos é possível formar?	Estimule as crianças a brincarem com a formação de pares com os dedos das mãos, usando as quantidades de 1 a 10. É importante destacar que, nesse caso, formam-se três pares, mas resta um dedo.
Nós já vimos que os números pares podem ser escritos pela adição de dois números iguais, como o **10** que é **5 + 5** ou o **12** que é **6 + 6**. Uma criança me disse que **um número par pode ser sempre escrito pela soma de números 2**. Vocês concordam com ela?	Para responder a essa pergunta, as crianças poderão escolher alguns números pares da sua Tira Numérica e tentar escrevê-los pela soma de números 2. Depois podem tentar fazer o mesmo com alguns números ímpares e comparar os resultados. Explore essa relação: • **5 + 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2** - em dois grupos de 5 há a mesma quantidade que em 5 grupos de 2. • **6 + 6 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2** - em dois grupos de 6 há a mesma quantidade que em 6 grupos de 2. Você também pode sugerir que utilizem a **calculadora** para fazer essa verificação.

Além dos números presentes na Tira Numérica, você pode apresentar outros - que viriam na sequência e perguntar às crianças como procederiam para descobrir se **são pares ou ímpares**. Caso elas recorram à notação aditiva dos números para verificar se é possível escrevê-los pela soma de duas parcelas iguais, pergunte se conseguem identificar uma regularidade nos números pintados. Certamente elas serão capazes de identificar a **alternância um a um entre pares e ímpares.**

Foi anexado, ao Caderno de Atividades do Estudante, um Quadro dos Números para recortar. Peça às crianças que usem duas cores diferentes de lápis coloridos para pintar, ali, os números pares e os números ímpares.

Após terem colorido todo o quadro, pergunte o que há em comum entre os números pares. Como eles estarão sempre em colunas alternadas, as crianças poderão concluir que os números pares são sempre terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8 e, portanto, os ímpares serão sempre terminados em 1, 3, 5, 7 e 9.

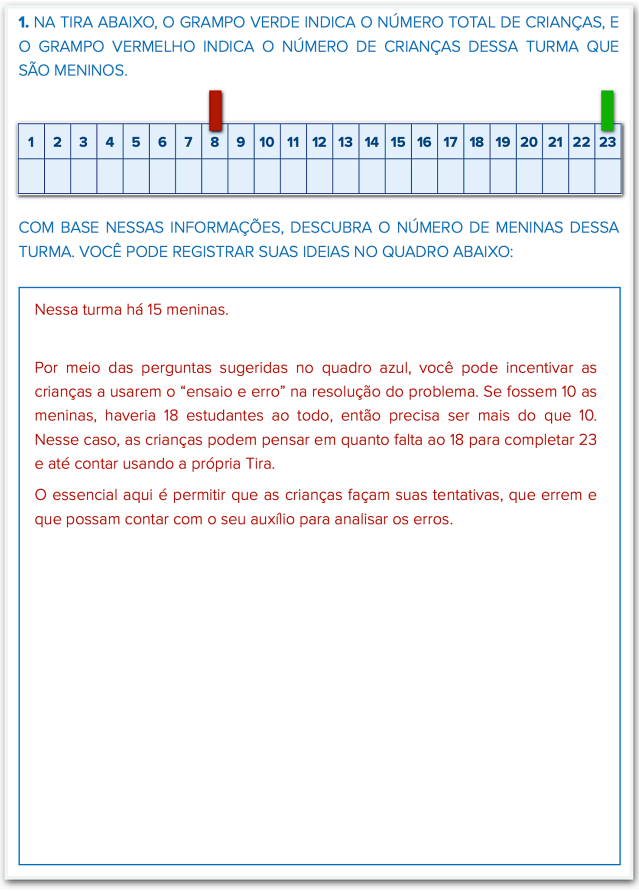
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

Os problemas apresentados no Caderno de Atividades do Estudante são complementares às propostas sugeridas em cada etapa dessa SD, portanto, só farão sentido para estudantes que vivenciaram cada uma dessas etapas.

Não se trata, entretanto, de uma lista de exercícios com objetivo de treinar o que foi aprendido anteriormente. Cada problema é, de alguma forma, uma situação nova. Assim, não se espera que as crianças "acertem", mas que tentem encontrar soluções que façam sentido. O erro deve ser visto como uma hipótese inteligente, ainda que não se confirme. Lembre-se de que é a partir dos erros e da análise que fazem deles que as crianças aprendem.

É fundamental que sejam trabalhados um de cada vez e que você nunca mostre às crianças como resolvê-los. Não se espera que "armem contas" para resolvê-los. Circule entre as crianças enquanto resolvem cada problema e faça perguntas que as auxiliem a construir uma estratégia de solução. Sugira que comparem as soluções com as de seus(suas) colegas e promova uma discussão acerca das diferentes estratégias usadas.

PROBLEMA 1



Esse é um problema de composição no qual dois estados se combinam para formar um terceiro. Nesse caso, são conhecidos o número total de crianças e o número de meninos. Pergunta-se sobre o número de meninas.

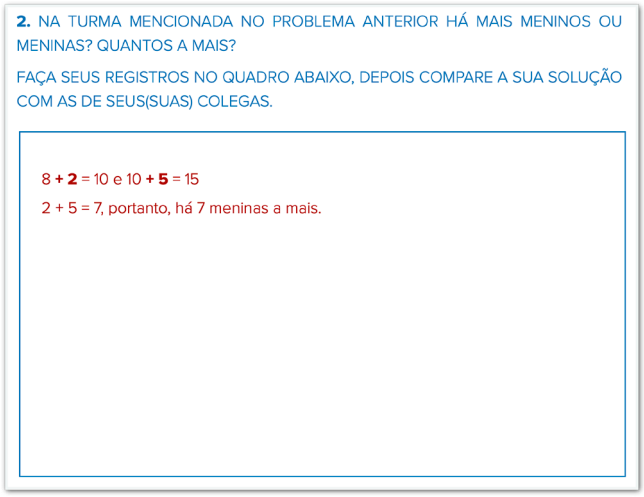
Para encontrar a resposta, as crianças usam a ideia de complemento, ou seja, buscam o número que adicionado ao 8 resultará em 23 (8 + ? = 23). Isso pode ser feito por meio do cálculo mental ou pela contagem unitária (com ou sem registro).

Caso você perceba que alguma criança não sabe por onde começar, proponha perguntas que a ajude a pensar sobre a situação proposta:

- Você acha que há mais meninas do que meninos nessa turma? Por quê?
- Poderiam ser 10 as meninas dessa classe? Por quê?

PROBLEMA 2

Esse é um problema de comparação. Trata-se de encontrar a diferença entre o número de meninos e o de meninas: 15 tem quanto a mais do que 8? Ou, ainda: 8 tem quanto a menos do que 15?


2. NA TURMA MENCIONADA NO PROBLEMA ANTERIOR HÁ MAIS MENINOS OU MENINAS? QUANTOS A MAIS?

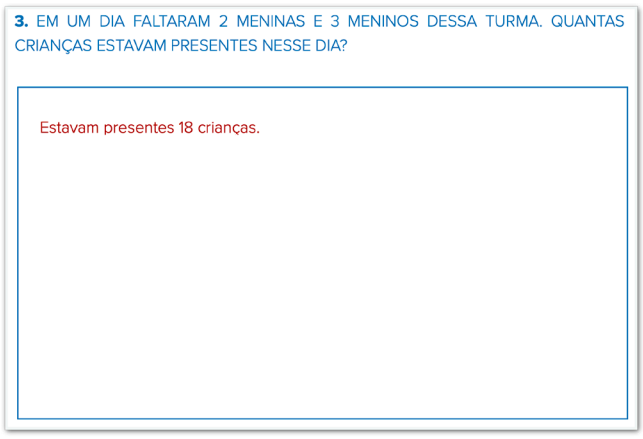
FAÇA SEUS REGISTROS NO QUADRO ABAIXO, DEPOIS COMPARE A SUA SOLUÇÃO COM AS DE SEUS(SUAS) COLEGAS.

8 + **2** = 10 e 10 + **5** = 15

2 + 5 = 7, portanto, há 7 meninas a mais.

Em geral, as crianças resolvem esse problema buscando o complemento: quanto falta ao 8 para chegar até 15. Podem fazer isso por meio da contagem unitária, ou usando a adição, conforme mostrado na imagem acima (em vermelho).

PROBLEMA 3


3. EM UM DIA FALTARAM 2 MENINAS E 3 MENINOS DESSA TURMA. QUANTAS CRIANÇAS ESTAVAM PRESENTES NESSE DIA?

Estavam presentes 18 crianças.

Esse é um problema de transformação. Do total de 23 crianças, 5 não estão presentes.

É possível encontrar a resposta tirando primeiro 2 de 23 e, depois, tirando 3 de 21, ou tirando 5, de uma só vez, de 23.

Observe se as crianças conseguem fazer isso usando cálculo mental ou se realizam a contagem de "trás para frente". É possível que algumas crianças sintam a necessidade de representar cada criança (por meio de risquinhos, por exemplo) e depois riscar a quantidade correspondente aos que faltaram. Caso verifique esse tipo de procedimento de solução, questione as crianças sobre a possibilidade de usar a própria Tira Numérica como apoio, em vez do desenho.

PROBLEMA 4

A estrutura verbal do texto desse problema difere daquela usada, em geral, nos problemas escolares, nos quais é informado, comumente, o número total de estudantes, o número de crianças que faltaram e, então, pergunta-se sobre a quantidade de estudantes presentes. Exemplo: *Na turma de Ana há 23 crianças, hoje*

faltaram 5, quantas crianças estão presentes?

Esse tipo de problema pode ser representado matematicamente da seguinte forma: **23 - 5 = ?**

Aqui, entretanto, se faz uma referência ao total de estudantes (sem informar a quantidade). Informa-se quantos faltaram e quantos estão presentes. Pede-se a quantificação do total mencionado no início.

4. DO TOTAL DE ESTUDANTES DA TURMA DE ANA, HOJE FALTARAM 5. ESTAVAM PRESENTES 18. QUANTOS ESTUDANTES HÁ, AO TODO, NESSA TURMA?

Ao todo, nessa turma, há 23 estudantes.

Matematicamente, esse problema poderia ser representado da seguinte forma: **? - 5 = 18.** Esse tipo de problema, por conta de sua estrutura verbal, é mais complexo e, dificilmente, poderia ser identificado de forma simples, como sendo de "adição" ou de subtração". Trata-se de pensar sobre a situação. Em primeiro lugar, é necessário compreender que, se faltaram 5 e ainda há 18, então, o total deve ser, necessariamente, maior do que 18. Ajude as crianças, propondo perguntas como estas: **Você acha que nessa turma tem mais do que 18 crianças ou menos? Por quê?**

PROBLEMA 5

5. NA TURMA DE JULIA HÁ 21 ESTUDANTES. SÃO 4 CRIANÇAS A MENOS QUE NA TURMA DE PEDRO. QUANTAS CRIANÇAS HÁ NA TURMA DE PEDRO?

Na turma de Pedro há 25 crianças.

Para chegar a esse valor, as crianças precisarão responder à seguinte pergunta:

21 é 4 a menos do que qual número?

Ou precisarão inverter a relação apresentada: se na turma de Júlia há 4 crianças a menos que na de Pedro, então, na turma de Pedro há 4 crianças a mais do que na turma de Júlia.

Esse é um problema de comparação, como o Problema 2. Aqui, entretanto, a incógnita não está, como lá, no valor da comparação, pois ele já é dado: **4 a menos.** Sabendo que na turma de Júlia há 21 crianças, e que esse número é 4 a menos do que a turma de Pedro, pergunta-se quantas crianças há na tuma de Pedro.

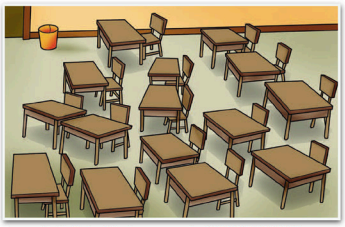
Antes de apresentar uma resposta numérica, é fundamental que as crianças sejam capazes de inferir **em qual das turmas há mais crianças**. Se na turma de Júlia há 4 crianças a menos que na turma de Pedro, então a turma de Pedro terá, necessariamente, mais crianças. Nesse caso, 4 a mais.

PROBLEMA 6

Na imagem são mostradas apenas 15 carteiras. Assim, ao comparar o número de carteiras com o número de estudantes, as crianças poderão concluir que há mais estudantes que carteiras, portanto, faltam carteiras na imagem.

Você pode desafiar ainda mais os(as) seus(suas) estudantes, perguntando **quantas carteiras estão faltando na**

6. A IMAGEM ABAIXO É DE UMA SALA NA QUAL ESTUDAM 26 CRIANÇAS. VOCÊ ACHA QUE NESSA IMAGEM APARECEM TODAS AS CARTEIRAS DA SALA? POR QUÊ?



Fonte: Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

Estão faltando 11 carteiras.

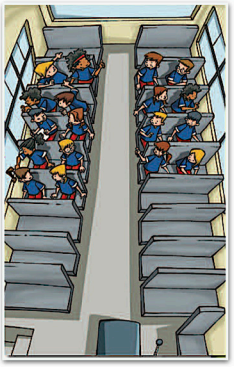
imagem. Embora se trate de um problema reconhecido pelos(as) adultos(as), em geral, como sendo de subtração, as crianças costumam resolvê-lo usando procedimentos aditivos. Podem desenhar as carteiras que faltam - uma a uma até completar 26 - ou podem calcular qual é o número que adicionado a 15 resulta em 26 (11).

PROBLEMA 7

7. TODA A TURMA DO JOÃO VAI AO ZOOLÓGICO. ALGUMAS CRIANÇAS JÁ ESTÃO DENTRO DO ÔNIBUS.

OLHANDO PARA A IMAGEM AO LADO, E SABENDO QUE AINDA FALTAM ENTRAR 8 CRIANÇAS NO ÔNIBUS, É POSSÍVEL DESCOBRIR QUANTAS CRIANÇAS HÁ, AO TODO, NESSA TURMA? COMO? São 26 crianças ao todo.

- CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE AS QUESTÕES APRESENTADAS.



Fonte: Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

Assim como no problema anterior, parte das informações, aqui, estão presentes na imagem.

O total de estudantes de uma turma é apresentado, nesse problema, como a composição de dois grupos distintos: **aqueles que estão dentro do ônibus e aqueles que ainda não entraram.** Não é informada a quantidade referente ao primeiro grupo, entretanto, ela pode ser inferida com base na imagem. Adicionando-se os valores correspondentes a cada grupo, as crianças poderão descobrir o número total de estudantes da turma em questão. É essencial acolher e valorizar todas as ideias apresentadas por seus(suas) estudantes, ainda que não correspondam ao modo mais rápido e/ou econômico de resolver um problema. Com o tempo, e por meio da sua mediação, eles(as) desenvolverão outros tipos de procedimentos, avançando na compreensão e na habilidade de resolver problemas.

PROBLEMA 8

Esse problema explora o mesmo tipo de atividade proposta na terceira etapa dessa SD. Há inúmeras possibilidades diferentes de solução, na imagem foram apresentadas apenas algumas.

8. USANDO APENAS ALGARISMOS E SINAIS MATEMÁTICOS, MOSTRE CINCO FORMAS DIFERENTES DE ESCREVER OS NÚMEROS DE CADA QUADRO.

- SE ACHAR NECESSÁRIO, USE UMA CALCULADORA.

15	23	30
10 + 5	20 + 3	10 + 10 + 10
9 + 6	15 + 8	15 + 15
5 + 5 + 5	30 - 7	25 + 5
12 + 3	25 - 2	40 - 10
20 - 5	10 + 10 + 2 + 1	6 x 5

A depender do repertório das crianças, poderão ser utilizadas, também, notações de multiplicação e de divisão. Você pode desafiá-las a investigar essas possibilidades usando a calculadora, assim, mesmo crianças que ainda não dominam, formalmente, as operações de multiplicação, poderão levantar e testar hipóteses a respeito dessas operações nesse contexto.

PROBLEMA 9

Assim como no problema anterior, explora-se a composição aditiva dos números. Contudo, nesse problema já são apresentadas algumas notações que devem ser apenas completadas pelas crianças. Nesse sentido, trata-se de um problema mais fechado que o anterior. Para determinar o número que falta em cada linha, as crianças possivelmente usarão a subtração em sua ideia de completar.

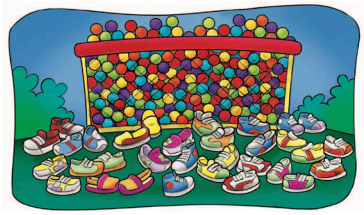
9. NO QUADRO A SEGUIR FORAM REGISTRADAS DIFERENTES FORMAS DE SE ESCREVER O NÚMERO **26;** MAS EM CADA UMA DELAS UM NÚMERO FOI APAGADO. DESCUBRA QUAL É ESSE NÚMERO E REGISTRE-O.

26
21 + 5
10 + 10 + 6
5 + 5 + 10 + 3 + 3
30 - 4
25 + 1
7 + 19

Promova a socialização das respostas, para que as crianças tenham a oportunidade de explicar como pensaram para encontrar o número que falta em cada adição.

PROBLEMA 10

10. SE VOCÊ JÁ BRINCOU EM UMA PISCINA DE BOLINHAS, SABE QUE PARA ENTRAR É PRECISO TIRAR OS SAPATOS.



Fonte: Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

DE ACORDO COM A ILUSTRAÇÃO ACIMA, QUANTAS CRIANÇAS ENTRARAM NESSA PISCINA? EXPLIQUE COMO VOCÊ DESCOBRIU:

16 crianças

Explora-se aqui a formação de pares: cada par de sapato corresponde a uma criança.

É possível que seus(suas) estudantes precisem marcar graficamente cada par de sapato para realizar, mais adiante, a contagem.

Promova uma discussão para que as crianças socializem seus modos de solução.

PROBLEMA 11

Neste problema, as crianças irão trabalhar com o conceito de metade no contexto do jogo de pingue-pongue. É esperado que recorram à representação gráfica do número de estudantes (por meio de risquinhos ou bolinhas, por exemplo), para estabelecimento da relação "dois para um". Caso você perceba que estão com dificuldade para resolver o problema, não mostre como

11. PARA JOGAR PINGUE-PONGUE É NECESSÁRIO DISPOR DE:

UMA MESA COM REDE | UMA BOLINHA | DOIS JOGADORES | DUAS RAQUETES

Fonte: Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

EM UM CAMPEONATO HAVIA 18 JOGADORES E **TODOS ESTAVAM JOGANDO AO MESMO TEMPO.** REGISTRE A QUANTIDADE DE MATERIAIS QUE ELES USARAM:

MESAS COM REDE: 9

RAQUETES: 18

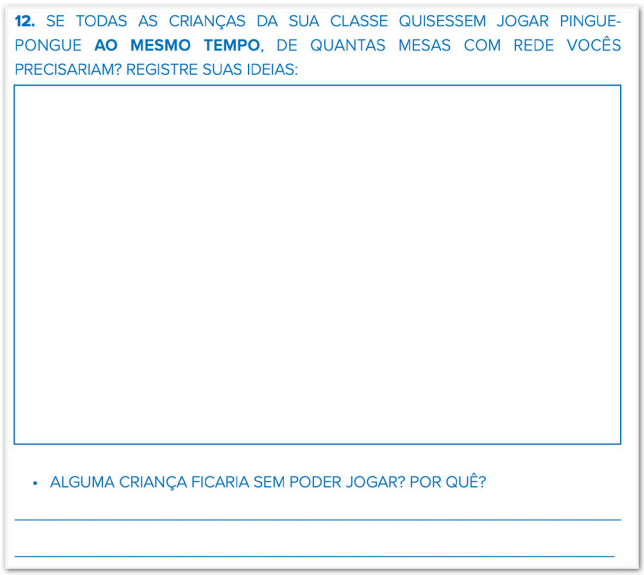
BOLINHAS: 9

resolvê-lo. Você poderá auxiliá-las por meio de perguntas como as que seguem:

- Você acha que terá mais mesas com rede ou mais jogadores(as)? Por quê?
- Ajudaria se você desenhasse? O que você desenharia?
- Você acha que terá mais raquetes ou mais jogadores(as)? Por quê?
- E bolinhas? Precisa de uma para cada jogador(a)? Por quê?

Ao socializar com os(as) colegas como pensaram para responder às questões postas pelo problema, as crianças precisarão explicitar as relações numéricas envolvidas. Assim, mesmo que o tenham resolvido por meio de desenho, terão a oportunidade de relacionar seus procedimentos aos conceitos de dobro e de metade.

PROBLEMA 12


12. SE TODAS AS CRIANÇAS DA SUA CLASSE QUISESSEM JOGAR PINGUE-PONGUE **AO MESMO TEMPO**, DE QUANTAS MESAS COM REDE VOCÊS PRECISARIAM? REGISTRE SUAS IDEIAS:

- ALGUMA CRIANÇA FICARIA SEM PODER JOGAR? POR QUÊ?

Para resolver esse problema, as crianças deverão determinar quantas duplas (ou pares) é possível formar com as crianças da própria turma. Isso poderá ser feito através de desenhos ou marcas no papel e, também, por meio do cálculo mental.

Algumas crianças poderão utilizar o resultado obtido no problema anterior como ponto de partida. Se 18 crianças formam 9 pares, 20 formariam 10 pares, 22 formariam 11 pares etc.

Caso ninguém faça esse tipo de relação, provoque as crianças por meio de perguntas como as que seguem:

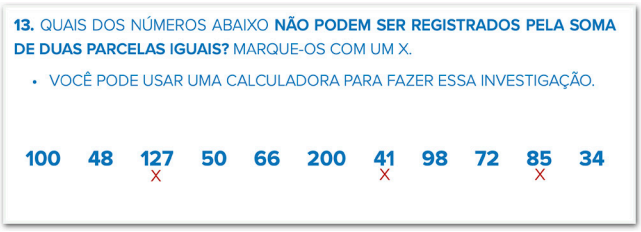
- No problema 11, você descobriu que seriam necessárias 9 mesas. Essa informação pode lhe ajudar a descobrir quantas mesas seriam necessárias para a nossa turma? Por quê?
- Você acha que 9 mesas seriam suficientes para todas as crianças da nossa turma jogarem? Por quê?

Caso haja um número ímpar de crianças na classe, uma ficaria sem jogar. É possível, entretanto, que algumas crianças proponham a utilização de uma mesa a mais,

justificando que um(a) estudante poderia jogar com você, professor(a). Assim, se a turma tiver 25 estudantes, por exemplo, a utilização de 13 mesas pode estar correta, desde que acompanhada de uma justificativa que aponte nessa direção.

PROBLEMA 13

Trata-se, aqui, de identificar os números ímpares. Algumas crianças poderão fazer essa relação, enquanto outras precisarão investigar a possibilidade de escrever cada número pela soma de duas parcelas iguais.


13. QUAIS DOS NÚMEROS ABAIXO **NÃO PODEM SER REGISTRADOS PELA SOMA DE DUAS PARCELAS IGUAIS?** MARQUE-OS COM UM X.

- VOCÊ PODE USAR UMA CALCULADORA PARA FAZER ESSA INVESTIGAÇÃO.

100	48	127	50	66	200	41	98	72	85	34
		X				X			X	

No momento da socialização das soluções, promova uma discussão coletiva sobre as estratégias usadas. Aproveite para questionar as crianças sobre o que há em comum entre todos os números marcados (todos são ímpares).

OUTRAS SUGESTÕES

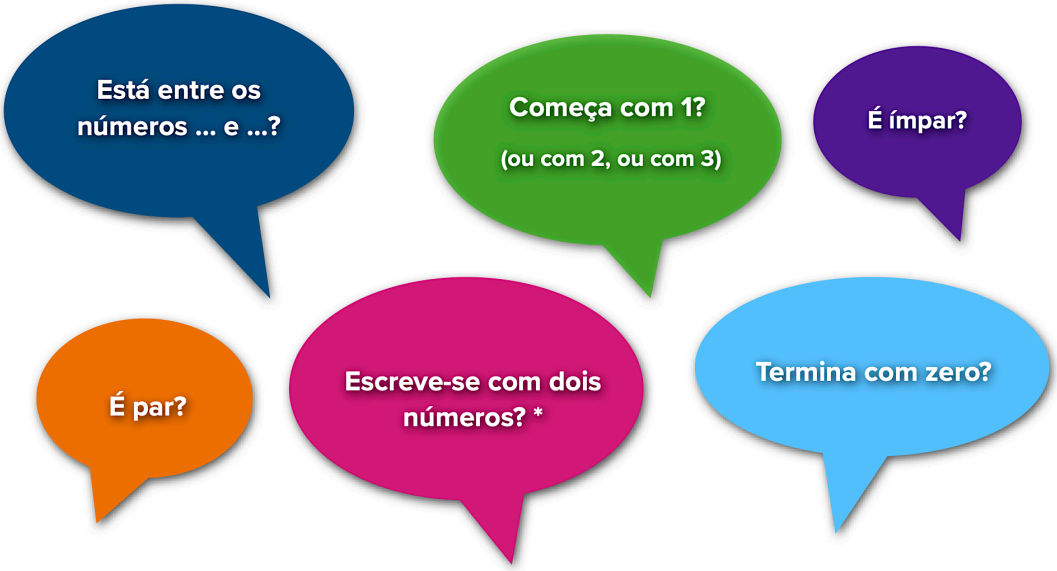
Sugere-se a realização de um **Jogo de Adivinhação** a partir da Tira Numérica. A estrutura desse jogo é semelhante à do Jogo **Cara a Cara,** da Estrela. Por meio desse jogo as crianças poderão:

- elaborar perguntas sobre a série numérica;
- relacionar diferentes informações a respeito da série numérica e usá-las para avançar no jogo;
- ampliar o vocabulário relativo à escrita dos números.

Para jogar, escolha um número da Tira Numérica, registre-o em um pedaço de papel, sem que as crianças o vejam; desafie-as a descobrirem qual foi o número escolhido. As crianças deverão formular perguntas, para as quais você só poderá apresentar dois tipos de resposta:

SIM ou **NÃO**

A princípio, as crianças costumam formular apenas perguntas que iniciam com: **"é maior que?"**; **"É menor que?"**. Aos poucos avançam para outras, como as que seguem:



* As crianças costumam usar a palavra "números" quando se referem aos algarismos.

A exploração desse jogo pode ser uma ótima oportunidade para introduzir o termo "algarismos", ampliando assim o vocabulário das crianças.

Note que a complexidade das perguntas depende do nível de conhecimento que as crianças têm a respeito dos números. Estudantes do primeiro ano perguntarão, em geral, se é maior ou menor que um determinado número, se vem antes ou depois de outro número etc. Aos poucos começarão usar os conceitos de **par** e **ímpar** e até mesmo de **múltiplos,** por exemplo.

É essencial que, ao final de algumas rodadas do jogo, você organize uma roda para conversar com as crianças sobre as perguntas elaboradas. Assim, elas terão a oportunidade de fazer uma análise e identificar o tipo de pergunta que lhes permite eliminar uma quantidade maior de números. Converse também sobre a importância de **ouvirem as perguntas formuladas por outras crianças e, também, as respostas,** pois elas definirão quais serão as perguntas mais adequadas a serem feitas na sequência do jogo.

As crianças poderão usar as Tiras Numéricas Individuais durante o jogo como apoio para elaborar as perguntas e, também, para identificar os números eliminados a cada nova resposta (colocando um marcador sobre esses números, por exemplo). Poderão, igualmente, confeccionar fichas com os números da Tira, dispondo-as uma ao lado da outra (ou em mais de uma fileira) para virá-las à medida que alguns números forem sendo eliminados por meio das perguntas e respostas.

REFERÊNCIAS

ERMEL - INRP. **À descoberta dos números:** contar, cantar e calcular. Porto: Edições Asa, 1991. 365p. (Coleção Perspectivas Actuais/Educação).

PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 43-76.

STAREPRAVO, A. R. **Matemática**: fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

JOGO BATALHA DUPLA

APRESENTAÇÃO

Batalha Dupla é um jogo de cartas muito semelhante a outro jogo que é, em geral, já conhecido pelas crianças: o Rouba Monte. Jogando Batalha Dupla, elas farão comparações entre diferentes valores numéricos, como no Rouba Monte, entretanto, o valor a ser comparado será obtido sempre **pela soma dos valores de duas cartas.**

Fonte: Acervo da autora, 2022

Os primeiros procedimentos desenvolvidos pelas crianças para resolver problemas aritméticos se apoiam na contagem, que é realizada, em geral, de um em um. Trata-se de um procedimento eficaz e com o qual elas se sentem seguras - sobretudo quando os números envolvidos são de magnitude baixa. Por meio do jogo e da resolução de problemas envolvendo situações relacionadas ao mesmo, **pretende-se fazer as crianças avançarem dos procedimentos de contagem para os procedimentos do cálculo mental.**

Ao realizarem cálculos, as crianças usam resultados já conhecidos de memória e reconstroem outros, por meio do estabelecimento de novas relações numéricas. Dessa forma, dispor de um conjunto de resultados memorizados é essencial para o desenvolvimento de procedimentos de cálculos mais complexos. Além de propiciar a construção de um repertório de resultados envolvendo somas de números até 10, pretende-se, por meio das atividades desenvolvidas nessa SD, ajudar as crianças a utilizarem esses resultados como âncoras, ou seja, como um conhecimento a partir do qual poderão fazer novas elaborações.

Nesse sentido, o trabalho com o cálculo mental, além de contribuir para a resolução de problemas do cotidiano, favorece a percepção que a criança terá de si mesma como um sujeito ativo, isto é, como alguém que é capaz de aprender por meio de sua própria ação. Isso é muito diferente de “mostrar como se faz” para que a criança reproduza exaustivamente os mesmos procedimentos até memorizá-los. Infelizmente, essa tem sido uma prática recorrente em muitas escolas, o que tem gerado, em

muitos(as) estudantes, um forte sentimento de alienação em relação à Matemática. Segundo Parra (2006):

> [...] frente a uma situação, e a partir da análise dos dados, os alunos devem buscar os procedimentos que lhes pareçam mais úteis, discutir suas escolhas e analisar sua pertinência e sua validade, acreditamos que, através disso, inserimos no âmbito do cálculo o que constitui o desafio central de toda a didática: **que os alunos possam articular o que sabem com o que têm que aprender.**
> Para que os alunos possam confiar em seus procedimentos, devem ter oportunidade de articulá-los com as situações de trabalho que lhes são propostas e, ao mesmo tempo, para que avancem na construção de seus conhecimentos, devem participar de sessões de análise e reflexão, nas quais sejam alcançadas novas produções. (PARRA, p. 204-205, grifo nosso).

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

O Jogo Batalha Dupla pode ser proposto a crianças de diferentes faixas etárias e com diferentes habilidades cognitivas. Aquelas que ainda não possuem um repertório memorizado de somas poderão jogar recorrendo à contagem unitária, enquanto as demais usarão procedimentos de cálculo e terão a oportunidade de compará-los com aqueles usados pelos(as) colegas.

Além de construir um repertório de resultados memorizados, as crianças serão desafiadas a realizar somas com grande quantidade de números, o que propiciará o trabalho com agrupamentos de 10.

A soma das cartas a cada rodada, coloca problemas de estrutura aditiva, do tipo composição: dois valores se combinam (carta 1 e carta 2) para compor um terceiro valor (soma). No jogo, serão sempre conhecidos os valores da carta 1 e da carta 2 e se buscará o total. Contudo, nos problemas elaborados a partir do jogo, novos desafios serão apresentados, variando-se o lugar da incógnita, por exemplo.

Assim, serão apresentados desafios envolvendo, também, a subtração, os quais poderão ser explorados oralmente e nas atividades propostas no Caderno de Atividades do Estudante.

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática pretende-se contribuir para que a criança se torne, progressivamente, capaz de:

- efetuar adições de dois números criando estratégias pessoais de cálculo;
- comparar quantidades observando características do sistema de numeração decimal;

- reconhecer os resultados de adições que já tem disponíveis de memória e aprender a usá-los para resolver outras adições;
- avançar nas estratégias de cálculo mental, fazendo a utilização de âncoras, tais como a composição aditiva do 10 e o conhecimento de memória de dobros.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

- baralho comum;
- lápis de cor;
- Caderno de Atividades do Estudante.

REGRAS DO JOGO BATALHA DUPLA

MATERIAIS

- 1 baralho comum, sem as cartas figuradas (o Ás terá valor de 1)

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- 2 jogadores(as).

PREPARAÇÃO

- Retirar as cartas figuradas. O Ás permanecerá com valor 1.
- Embaralhar as cartas e dividi-las igualmente entre os(as) jogadores(as). Cada um(a) ficará com um monte e deverá deixá-lo à sua frente, com as faces numeradas para baixo.

OBJETIVO

- Obter a maior quantidade de cartas durante a partida.

MODO DE JOGAR

- Os(as) jogadores(as) deverão abrir cada um(a) e, ao mesmo tempo, as duas primeiras cartas de seu monte.
- Cada jogador(a) deverá determinar a soma das duas cartas que abriu.
- Aquele(a) que obtiver a maior soma ficará com as quatro cartas e deverá guardá-las em um monte à parte. Veja um exemplo:

CARTAS DE ANA

CARTAS DE CLARA

- No exemplo, Clara ficaria com as quatro cartas, porque a soma das suas próprias cartas (11) é maior do que soma das duas cartas de Ana (7).
- Quando houver empate, os(as) jogadores(as) deverão:
    1. separar as cartas abertas;
    2. abrir, cada um(a), duas novas cartas de seu monte;
    3. comparar a soma das cartas de cada um(a).
- Aquele(a) que tiver a maior soma nesse segundo conjunto, ficará com as oito cartas. Veja um exemplo:

CARTAS DA RODADA NA QUAL OCORREU O EMPATE

- No exemplo, a soma das cartas de Ana (9) é maior do que a soma das cartas de Clara (7). Portanto, Ana ficaria com as oito cartas.

CARTAS OBTIDAS POR ANA

- O jogo termina quando acabarem as cartas do monte inicial de cada jogador(a).
- O(a) vencedor(a) será aquele(a) que tiver obtido a maior quantidade de cartas durante a partida.

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRA ETAPA

Converse com as crianças a respeito do jogo. Sugere-se começar perguntando se elas conhecem o jogo "Rouba Monte". Em caso afirmativo, estimule-as a falar sobre as suas regras. Depois de ouvi-las, você pode apresentar o "Batalha Dupla" como uma variação do primeiro jogo.

Sugere-se organizar uma roda, com todos(as) sentados(as) no chão e convidar duas crianças para realizarem uma partida no centro da roda, enquanto você apresenta apenas os três primeiros comandos relativos ao "modo de jogar", apresentado na página 154. Com esses comandos, as crianças poderão começar a partida e, a cada nova dupla de cartas viradas pelos(as) jogadores(as), você pode propor perguntas, como as que seguem:

- Vocês dois(duas) concordam a respeito de quem venceu a rodada?
- Como vocês pensaram para determinar o(a) vencedor(a)?
- E agora, como devem proceder para continuar a partida?

Outras perguntas podem ser dirigidas para aquelas crianças que estão observando os(as) colegas jogarem:

- Vocês acham que os(as) colegas jogaram bem? Por quê?
- Alguém pensou em uma forma diferente para determinar o(a) vencedor(a) da rodada? Como?
- Como vocês acham que a partida vai terminar?
- Como faremos para determinar o(a) vencedor(a)?

No texto de apresentação das regras do jogo, é sugerida uma solução para o caso de empate nas jogadas: abrir mais duas cartas e somar o valor destas. Entretanto, em vez de oferecer essa informação aos(às) estudantes, você pode problematizar a possibilidade de empate. Pergunte sobre como procederiam em caso de empate (caso isso não ocorra na partida que será realizada no centro da roda). É uma ótima oportunidade para promover a discussão com toda a classe, observando como resolvem uma situação que foge ao padrão das jogadas em geral.

Outra questão que pode ser problematizada, diz respeito à necessidade - ou não - de se efetuar a soma das cartas de cada jogador(a) para determinar o(a) vencedor(a) da rodada. A depender dos valores de cada carta, as crianças conseguem saber

quem venceu, comparando as cartas de forma direta. Veja, no quadro a seguir, sugestões de perguntas que podem provocar o pensamento das crianças a respeito das situações mencionadas:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
É possível determinar o(a) vencedor(a) de uma rodada sem efetuar a soma das cartas? Como?	Ouça e acolha as ideias das crianças, sem validá-las. Pergunte às demais se concordam ou não com as ideias apresentadas. Se as duas cartas de um(a) jogador(a) tiverem valores mais altos que as do(a) outro(a) jogador(a), é impossível que a soma seja menor. Essa ideia, embora seja compreendida pelas crianças, pode não ser fácil de se formular, tal qual apresentada aqui. É mais provável que usem exemplos concretos de situações nas quais isso poderia ocorrer.
É possível ocorrer empate em uma rodada? Por quê?	As crianças costumam identificar facilmente a possibilidade de ocorrer empate. Verifique, entretanto, se consideram apenas essa ocorrência mediante cartas de mesmo valor para os dois jogadores, ou se reconhecem que valores diferentes podem resultar em uma mesma soma.
Como vocês agiriam em caso de empate na rodada?	As crianças podem apresentar diferentes sugestões: • ambos(as) ganham e, nesse caso, cada um(a) fica com as próprias cartas; • nenhum(a) dos(as) dois(duas) ganha, e as cartas são devolvidas ao monte de cada um(a), embaralhando-as com as demais; • nenhum(a) dos(as) dois(duas) ganha, e acumulam-se essas cartas para a próxima rodada. Caso todos(as) os(as) estudantes concordem com uma solução diferente daquela apresentada no texto de regras desse material, você pode utilizá-la como padrão.

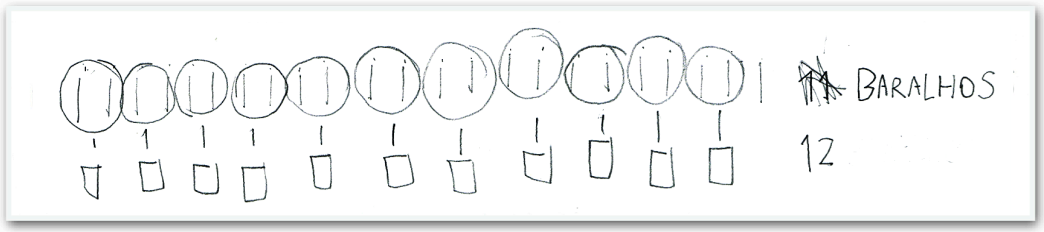
Finalize essa primeira etapa perguntando às crianças se compreenderam as regras e se alguém ainda gostaria de fazer alguma pergunta a respeito do modo de jogar. Anuncie que, na próxima etapa, todas irão jogar e que, para isso, precisarão formar duplas com um(a) colega.

Aproveite para questioná-las em relação à quantidade de baralhos que serão necessários para que todas as duplas joguem ao mesmo tempo. Proponha-lhes, **oralmente**, o seguinte problema:

> Cada dupla de crianças da nossa turma vai precisar de um baralho para jogar. Quantos baralhos vamos utilizar ao todo, para que todos(as) joguem ao mesmo tempo?

Algumas crianças podem antecipar que o número de baralhos corresponderá à metade da quantidade de crianças. Outras, entretanto, precisarão representar graficamente a situação e usar esse registro para determinar a quantidade de

baralhos. Ofereça-lhes, então, lápis e papel para resolverem o problema. Veja um exemplo de solução, desenvolvida por Rafael, um menino de 8 anos, para esse problema:



Fonte: Acervo da autora, 2017

Rafael representou cada criança da sua turma por meio de um "palitinho". Depois, ele agrupou esses palitinhos de dois em dois e, abaixo de cada dupla, ele desenhou um retângulo (baralho). Então, contou o número de retângulos desenhados e registrou **11** como resultado. Explicou que uma criança ficaria sem jogar porque "faltava-lhe um par". Questionado sobre como resolver o problema dessa criança, Rafael disse que ela poderia jogar com a professora, então riscou o primeiro resultado e escreveu **12**, explicando que seria necessário mais um baralho.

Note que essa é uma autêntica situação de resolução de problema, uma vez que a criança não dispõe de um algoritmo que relacione, de imediato, os dados e a incógnita. Ela busca uma solução representando a situação graficamente, conforme a imagem mental que tem a respeito dela. O registro é, nesse caso, constitutivo do pensamento, ou seja, não serve apenas para comunicar uma solução identificada a priori, mas se constitui como parte do processo de solução.

Promova, em sua classe, uma discussão sobre as diferentes ideias apresentadas pelas crianças para resolver o problema. É essencial que elas tenham a oportunidade de explicar como construíram as soluções e de compará-las com as de seus(suas) colegas. Novas problematizações podem ser apresentadas (oralmente) nesse momento, tais como:

- E se, em vez de duplas, jogássemos em trios. Nesse caso usaríamos uma quantidade maior ou menor de baralhos? Por quê?
- E se jogássemos dois contra dois, cada 4 crianças usando um baralho, quantos baralhos usaríamos ao todo? Como vocês podem descobrir isso?

As crianças podem - e devem - resolver problemas de divisão desde a Educação Infantil. Elas não precisam conhecer a linguagem matemática formal relacionada a essa operação, tampouco saber usar o algoritmo da divisão. Pelo contrário, espera-se

que desenvolvam com confiança estratégias pessoais que as ajudem no enfrentamento de situações novas.

SEGUNDA ETAPA

É hora de jogar. Cada dupla, com seu baralho, pode realizar uma partida. Sugere-se que usem o Caderno de Atividades do Estudante para consultar o texto de regras, sempre que necessário. Isso vale, também, para as crianças que ainda não estão alfabetizadas, pois mesmo que não consigam ler sozinhas o texto, poderão observar você fazendo a leitura em seus próprios materiais.

Circule entre as crianças enquanto jogam e observe como procedem para determinar o(a) vencedor(a) em cada rodada. Sempre que julgar adequado, faça intervenções que possam ajudá-las a calcular mentalmente, usando resultados que já conhecem de memória (como os dobros e os "fatos numéricos" do 10).

Conforme já mencionado no quadro apresentado na página 157, é esperado que as crianças consigam determinar o(a) vencedor(a), em algumas rodadas, sem realizar a adição, simplesmente comparando os valores de cada uma de suas cartas com os valores das cartas do(a) outro(a) jogador(a). Quando um(a) estudante recorre a essa estratégia, ele(a) está operando sobre o conhecimento que possui a respeito dos números e das propriedades das operações, portanto, não deve ser desencorajado(a). Pelo contrário, quando isso ocorrer, você pode convidá-lo(a) a mostrar sua estratégia aos(às) colegas e a explicar a lógica usada. Veja um exemplo de situação na qual isso poderia ocorrer:

Sofia poderia concluir que tem um total maior do que o de Larissa sem precisar somar suas cartas, simplesmente comparando-as uma a uma. Como as duas cartas de Larissa são maiores que as duas cartas de Sofia, a soma terá de ser, necessariamente, maior. Quando isso ocorrer, você poderá solicitar aos(às) estudantes que **determinem a diferença entre os valores das cartas de cada um(a).** No exemplo acima, a soma das duas cartas de Sofia é equivalente ao valor de apenas uma das cartas de Larissa (8), portanto, ela tem 7 pontos a mais que a colega.

O Problema 1, apresentado no Caderno de Atividades do Estudante, explora esse tipo de estratégia. A partir dele, você poderá propor uma discussão com a classe

toda a respeito da necessidade ou não de se realizar a soma das cartas em cada rodada.

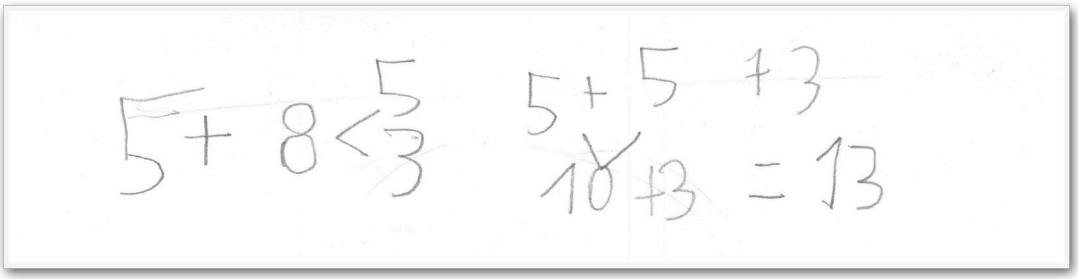
Para determinar o(a) vencedor(a) de cada rodada, muitos(as) recorrerão à contagem unitária, usando os dedos ou o próprio conjunto de naipes das cartas para contar. Observando casos como estes, você pode propor questões que levem as crianças a refletirem sobre a possibilidade de se utilizar o cálculo.

Mas atenção: **avalie se a sua intervenção não irá atrapalhar o andamento do jogo**. A partida deve fluir, e as crianças devem jogar pelo prazer que essa atividade lhes dá, portanto, esse tipo de intervenção deverá ser feita somente se você perceber que a contagem nos dedos está atrapalhando o andamento do jogo, que as rodadas estão muito demoradas.

O tipo de questão a ser proposta deve ajudar as crianças a se tornarem conscientes dos resultados que já conhecem de memória - como os dobros, por exemplo, e de como podem usar esses resultados para encontrar outros, de forma mais rápida. Veja, no quadro a seguir, uma possibilidade de intervenção, tomando-se como exemplo, a soma de cartas nos valores 5 e 6:

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Você sabe, de memória, quanto é **5 + 5**?	As crianças decoram os dobros muito antes de conhecer outros resultados de memória. Dificilmente uma criança não sabe de memória, quanto é 5 + 5, uma vez que corresponde aos dedos de cada mão.
E **5 + 6**, você acha que pode também resultar em 10? Por quê?	Com essa questão, você provoca a criança a pensar na desigualdade das duas adições. Se um dos números permanece o mesmo e o outro se modifica, então a soma também se modificará.
Você acha que o resultado será maior do que 10 ou menor do que 10? Por quê?	Por meio dessa pergunta, você provocará a criança a estabelecer a seguinte relação: como o 6 tem 1 a mais do que o 5, então a soma 5 + 6 será um a mais do que a soma 5 + 5.

Outro tipo de estratégia, bastante utilizado pelas crianças, consiste em decompor uma das parcelas para reagrupar os valores em torno do 10. Veja um exemplo:



Fonte: Acervo da autora, 2017

Nesse caso, o **8** pode ser pensado como **5 + 3**, pois do 5, para completar 10, faltam 5. Depois, é só acrescentar 3 a 10, totalizando 13 (5 + 5 + 3). Trata-se de uma estratégia bastante eficiente e que deve ser explorada em sala. Caso verifique a utilização desse tipo de estratégia por parte de algum(a) de seus(suas) estudantes, incentive-o(a) a socializá-la com os(as) colegas. **Não se trata de mostrar diretamente às crianças como calcular, mas de problematizar essa possibilidade.** Há uma grande diferença entre **reproduzir** um procedimento ensinado e **descobrir**, por si mesmo(a), essa possibilidade, ainda que provocado(a) por um(a) colega e/ou pelo(a) professor(a). No Caderno de Atividades do Estudante, são apresentados problemas através dos quais as crianças serão incentivadas a pensar nesse tipo de estratégia.

Conhecer, de memória, a composição aditiva do 10 é essencial para o desenvolvimento desse tipo de estratégia de cálculo. Essa composição é explorada, de forma lúdica, em diferentes SD's desse material, com destaque para a SD Jogo dos Dados (Volume 1), cujo objetivo principal é justamente o trabalho com esse tipo de composição.

Convém ressaltar que o progresso da contagem unitária para o desenvolvimento de estratégia de cálculo mental constitui-se em um processo e, como tal, demanda tempo. Há crianças que estabelecem as relações anteriormente mencionadas mais cedo que outras, por isso, é importante promover a socialização das estratégias.

É preciso estar atento(a) para resistir à "tentação" de encurtar o caminho e simplesmente apresentar uma ou mais estratégias, levando as crianças a praticarem-nas exaustivamente. Lembre-se de que aprender Matemática é (re)inventar. Nesse sentido, o papel do(a) professor(a) é o de problematizar, de ajudar a criança a "enxergar" relações numéricas que podem não estar explícitas para elas, porém sem explicá-las. As próprias crianças é que deverão formular a explicação para tais estratégias. Assim, elas irão aprender e poderão utilizar o que foi aprendido em outras situações, fazendo as adaptações necessárias para abarcar a novidade colocada pelos diferentes contextos.

Sugere-se que as crianças joguem mais de uma vez, em dias alternados, antes de passar para a próxima etapa.

TERCEIRA ETAPA

Nessa etapa será proposto um novo desafio: em vez de comparar a quantidade de cartas obtidas durante a partida, cada jogador(a) deverá **contar os pontos obtidos ao longo da partida, levando-se em conta os valores de suas cartas.**

Embora possa parecer um problema muito complexo em função da grande quantidade de cartas envolvidas, a ideia é justamente a de tornar a contagem unitária um procedimento inviável. Deparando-se com esse tipo de problema, as crianças precisarão construir novos meios de “contagem" da pontuação total.

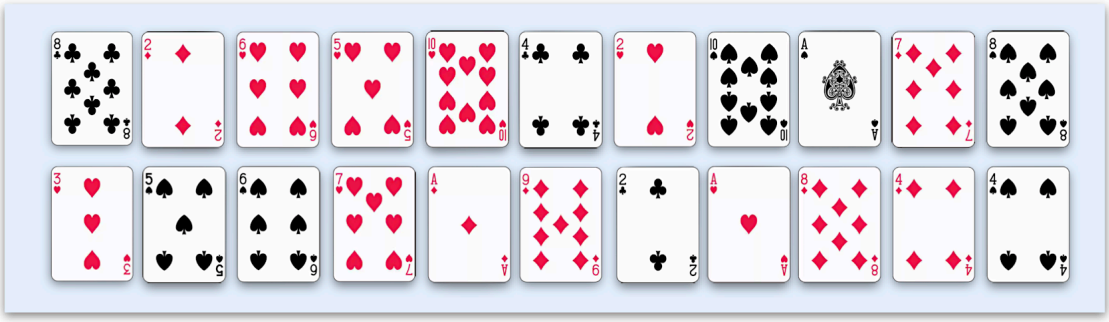
Enquanto jogam, observe como procedem para somar os valores de suas cartas. Caso estejam com dificuldades para determinar o valor total de seus conjuntos de cartas, auxilie os(as) estudantes a utilizarem resultados que já conhecem de memória para agrupar as cartas (ver orientações no quadro apresentado na próxima página).

Para resolver o desafio proposto, as crianças costumam recorrer a duas estratégias principais:

- agrupar suas cartas em pares que somam 10 e depois realizar a contagem de 10 em 10;
- juntar as cartas de mesmo valor e usar a multiplicação para determinar o total de cada grupo de cartas.

Após a realização da primeira partida, sugere-se fazer uma roda de conversa com as crianças para que falem sobre a experiência que tiveram com o jogo, mediante o novo desafio proposto. Nesse momento, podem ser mencionadas possíveis dificuldades que encontraram para somar o valor de todas as cartas.

Você pode colocar, no centro da roda, um conjunto de aproximadamente 20 cartas e pedir às crianças que mostrem como poderiam determinar o valor total do conjunto em questão.



No quadro apresentado na próxima página, são sugeridas algumas perguntas que poderão levar as crianças a pensarem na possibilidade de realizar agrupamentos com as cartas. À medida que essas questões forem apresentadas, convide um(a) ou mais estudantes a utilizar as cartas do centro da roda, para reorganizá-las, conforme as ideias discutidas.

No caso dos agrupamentos de cartas que somam 10, você pode chamar várias crianças e cada uma deverá identificar e separar um conjunto diferente de cartas que

somem 10, até que se esgotem todas as possibilidades. Lembre-se, entretanto, de que são as crianças que devem identificar os conjuntos e validá-los. A cada conjunto, convide os(as) demais estudantes a verificarem as somas e, caso algum erro seja identificado, peça que justifiquem por que não concordam com o agrupamento feito pelo(a) colega.

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
É necessário somar as cartas na ordem em que elas estão dispostas? Por quê?	Por meio dessa questão, você levará as crianças a refletirem sobre uma das propriedades da adição que é a comutatividade, ou seja, a soma independe da ordem na qual as parcelas sejam adicionadas. Esse é um conceito importante sobre o qual elas devem ter domínio operatório. Não se pretende que sejam capazes de formular tal conhecimento em sua forma predicativa. Caso seus(suas) estudantes não sejam capazes de antecipar essa comutatividade, proponha que calculem o valor das quatro primeiras cartas (8 + 6 + 2 + 5), experimentando mudar a ordem na qual realizam a adição. Pergunte o que descobriram e se acham que isso será válido para qualquer outro conjunto de números. Se quiser ir além, você pode perguntar se elas acham que essa regra é válida também para a subtração, por exemplo.
Se você pudesse escolher duas das cartas para somar, porque já conhece o resultado de cor, quais escolheria?	Com essa questão você provoca as crianças a pensarem nos resultados que já conhecem de memória. É possível que escolham duas cartas de valor 5, anunciando que somam 10. Nesse caso, você pode pedir que encontrem outros pares que também somam 10 (6 e 4; 7 e 3; 8 e 2; 9 e 1).
Agrupar as cartas de mesmo valor (todas as cartas de valor 8, depois todas as cartas de valor 6, depois todas de valor 2, e assim por diante), pode ser uma boa estratégia? Por quê?	Essa pode ser uma estratégia interessante para crianças que já conhecem os dobros de memória (números até 10) ou que já usam, com desenvoltura, a Tábua de Pitágoras. Entretanto, será necessário registrar a soma de cada conjunto de cartas, pois dificilmente poderão guardá-las de memória. Terão, ainda, que operar com os resultados de cada agrupamento, por meio do cálculo. Reagrupando as cartas em torno do 10, não precisarão fazer registros e poderão realizar a contagem de 10 em 10, diretamente a partir dos grupos de cartas.
Alguém tem outra ideia sobre como proceder para descobrir o valor total das cartas?	É importante ouvir as ideias das crianças. Lembre-se de que seus(suas) estudantes são singulares e de que eles(as) podem imaginar soluções muito criativas.

No Caderno de Atividades do Estudante, são apresentados problemas envolvendo a soma dos valores de todas as cartas de um(a) jogador(a) e, portanto, essa discussão poderá ser retomada no momento da socialização das estratégias de cálculo.

CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

Nesse Caderno, são apresentadas as regras do jogo e problemas diretamente relacionados a ele. Conforme já sugerido em outras SD's, incentive as crianças a

fazerem a leitura das regras. Lembre-se de que todos(as) podem interagir com o texto, mesmo que não estejam, ainda, alfabetizados(as). Quem ainda não lê, poderá identificar a estrutura do texto, ou seja, aqueles itens que se repetem em todos os textos de regras desse material. Poderão, ainda, interpretar as imagens com base na experiência que já tiveram com o jogo. Posteriormente, podem acompanhar a leitura realizada por você, apontando com o dedo os itens que estão sendo lidos.

PROBLEMA 1

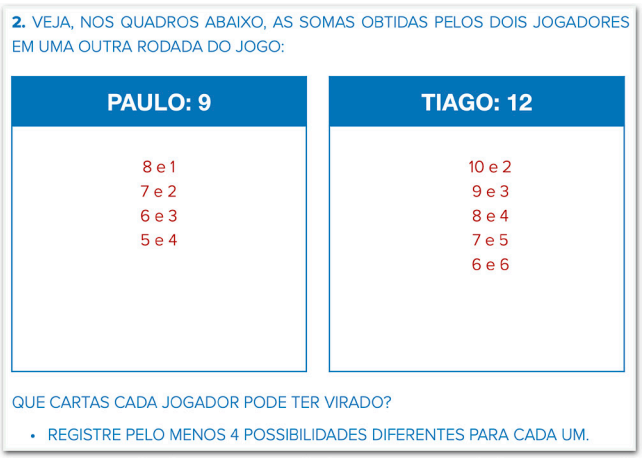
Apresenta-se, nesse problema, uma situação já vivenciada pelas crianças no jogo: a comparação da soma das cartas de dois jogadores. Trata-se de uma oportunidade para a socialização das estratégias usadas para comparar as somas.

Promova uma discussão coletiva sobre as estratégias usadas por seus(suas) estudantes. Você pode aproveitar para propor que quantifiquem a diferença do total obtido pelos dois jogadores em cada rodada. No primeiro quadro, por exemplo, a soma de Paulo foi 2 a menos que a soma de Tiago.

PROBLEMA 2

Nesse problema, as crianças deverão mostrar diferentes formas de se obter cada total, pela soma de duas parcelas.

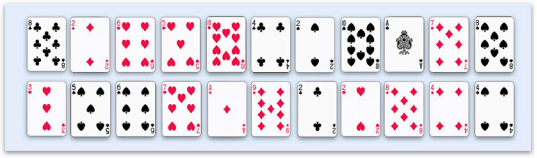
Estimule as crianças a compararem seus registros e a explicarem como pensaram para identificar os diferentes pares de cartas possíveis para cada jogador.



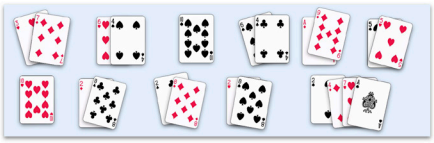
PROBLEMA 3

Para responder à questão proposta, as crianças deverão comparar os pares de cartas e descobrir o que todos têm em comum. O trabalho com esse tipo de agrupamento foi sugerido na terceira etapa dessa SD, em uma proposta de trabalho coletivo. Assim, por meio desse problema, você poderá avaliar se os(as) seus(suas) estudantes conseguem identificar e usar a composição aditiva do 10 como âncora para o cálculo

3. LÍVIA OBTEVE AS SEGUINTES CARTAS EM UMA PARTIDA DE BATALHA DUPLA:



PARA CONTAR SEUS PONTOS, ELA SEPAROU SUAS CARTAS EM **PARES**, DEIXANDO ALGUMAS SOZINHAS E OUTRAS EM UM GRUPO MAIOR, À PARTE. OBSERVE:



- COMO ELA ESCOLHEU AS CARTAS QUE FORMARIAM PARES? REGISTRE SUAS IDEIAS E DEPOIS COMPARE-AS COM AS DE SEUS(SUAS) COLEGAS.

mental. No momento de socialização, aproveite para questionar as crianças sobre o grupo de quatro cartas com os quais Livia não formou pares. É possível que algumas crianças já percebam que ela poderia formar um trio de cartas, cuja soma é 10 (7 + 2 + 1).

PROBLEMA 4

Esse é um desdobramento do problema anterior. Observe se as crianças adicionam os valores das cartas na ordem em que foram apresentadas ou se recorrem ao agrupamento de 10, conforme mencionado nos comentários do Problema 3. Caso façam isso, terão a adição 10 + 4 = 14.

4. QUAL É A SOMA DAS CARTAS QUE LÍVIA DEIXOU SEPARADAS?

REGISTRE SUAS IDEIAS NO QUADRO ABAIXO:

PROBLEMA 5

5. NO TOTAL, QUANTOS **GRUPOS DE DEZ** É POSSÍVEL IDENTIFICAR NAS CARTAS DE LÍVIA?

- QUANTOS PONTOS LÍVIA FEZ NO TOTAL?

As duas questões propostas aqui estão relacionadas, ainda, com o Problema 3. Há 11 grupos de 10 nas cartas da Lívia e ela fez 114 pontos no total.

As crianças chegam a esse valor fazendo a contagem de 10 e 10 a partir das cartas apresentadas no quadro do Problema 3. Caso tenham dificuldade com essa contagem, sugira que usem o Quadro dos Números (SD Quadros dos Números - Volume 1) ou a Reta Numérica (10 em 10) como apoio (SD Jogo Juntando 100 Reais - Volume 1).

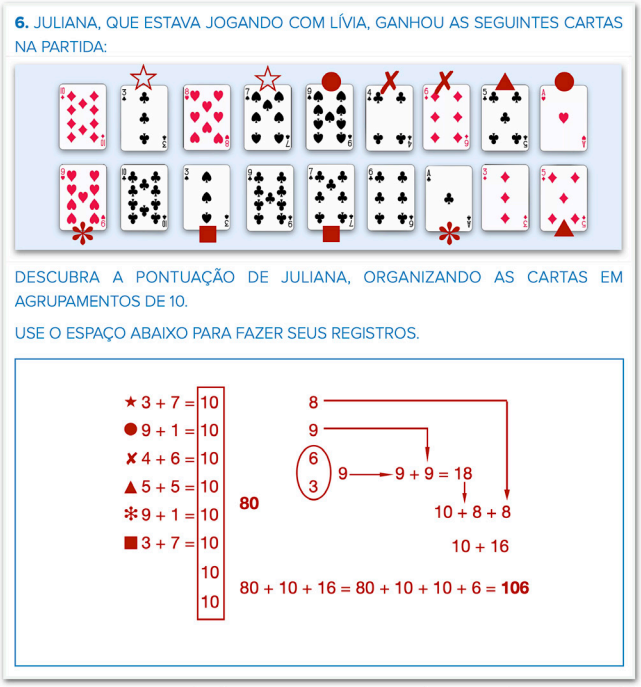
PROBLEMA 6

Nesse problema, as crianças agrupam as cartas visando obter sempre 10 pontos. Embora não seja uma novidade, uma vez que já trabalharam com essa estratégia

anteriormente, aqui elas não poderão manipular as cartas reais. Lidando com esse problema "no papel", poderão incorrer em dois tipos de erros:

- esquecer de contar o valor de alguma das cartas;
- contar mais de uma vez o valor de uma mesma carta.

Para evitar esses erros, precisarão de um método de trabalho que pode variar de criança para criança. Os métodos mais comumente utilizados consistem em:



- desenhar novamente as cartas no quadro abaixo, organizadas em agrupamentos de 10;
- identificar, no primeiro quadro, cada par de cartas que soma 10 e registrar o valor correspondente no segundo quadro;
- registrar no segundo quadro adições que resultam em 10, a partir do conjunto de cartas apresentado no primeiro quadro.

Seja qual for o método escolhido, o registro é essencial para que as crianças não "se percam" em meio a tantos números. É necessário, por exemplo, marcar, no primeiro quadro, cada carta que já foi usada - riscando-as, por exemplo.

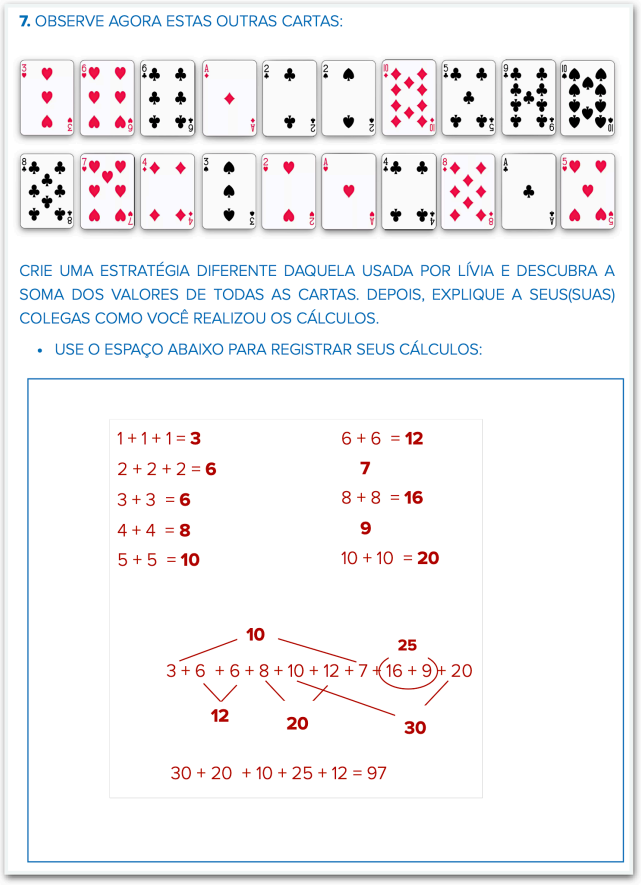
Foi apresentada, na imagem acima, uma sugestão de solução. Vale ressaltar, entretanto, que um método, para que seja de fato útil e possa, posteriormente, ser estendido a outras situações, **deve ser criado pelas próprias crianças.** Lembre-se de que seus(suas) estudantes são diferentes entre si, portanto, **não há um único método que seja eficiente para todos(as).** Seu papel, como professor(a), não é o de "mostrar" como fazer, mas de auxiliar as crianças na construção dos próprios métodos de trabalho. Para algumas crianças será necessário errar, perder-se nos cálculos, para então perceber a necessidade de uma melhor organização. Fuja da "tentação" de encurtar o caminho e "mostrar como se faz". Ajude as crianças a avaliarem o próprio trabalho. Errar é parte integrante do processo de aprendizagem. Lembre-se de que aprendemos por meio da ação e da reflexão e é justamente nesse segundo âmbito que você poderá ajudá-las. Proponha perguntas que as façam refletir sobre os caminhos escolhidos e sobre as ações empreendidas na resolução do problema,

como as mostradas a seguir:

- Como você sabe quais cartas do primeiro quadro já foram usadas?
- Você disse que copiou as cartas no segundo quadro, mas não tem cartas com um mesmo número? Isso não poderá confundi-lo(a)?
- Você poderia apagar, do primeiro quadro, as cartas que já foram usadas? Por quê?
- Como não é possível apagá-las, elas poderiam ser marcadas de alguma forma? Como?
- Eu já vi uma criança usar lápis coloridos para marcar os diferentes pares de cartas que ia juntando. O que você acha dessa ideia?
- Você acha que é possível guardar de memória todos os grupos de 10, que há no primeiro quadro? Por quê?

PROBLEMA 7

No problema anterior foi solicitado às crianças que agrupassem as cartas a cada 10 pontos. Agora pede-se que elas inventem uma outra estratégia para determinar a soma de todas as cartas.



Incentive-as a usarem cálculos que já conhecem de memória para realizar os agrupamentos, como por exemplo, os dobros ou mesmo a formação de grupos que somam 20, pois, dessa forma, usarão, também, a composição aditiva do 10. Na imagem, apresentamos um exemplo de solução que consiste em agrupar cartas de mesmo valor. As crianças poderão pensar em agrupar cartas que somam 20, por exemplo, ou realizar outros tipos de agrupamento. O essencial, no trabalho com esse problema, é incentivar o uso de cálculo mental, o qual - conforme já explicitado no

Caderno de Orientações Gerais - não se associa ao cálculo rápido e nem exclui registros.

PROBLEMA 8

Nesse problema, são mostradas duas estratégias de cálculo frequentemente desenvolvidas pelas crianças e sobre as quais já se discorreu nesse texto (p. 160 e 161). Utilizar resultados conhecidos de memória para encontrar outros, ainda não conhecidos, é uma forma muito eficaz de substituir, aos poucos, os procedimentos de contagem por procedimentos de cálculo. Os dobros e os "fatos numéricos"[1] do 10 são memorizados mais facilmente pelas crianças e, portanto, podem funcionar como âncoras para a realização de cálculos considerados mais difíceis.

Pretende-se, por meio desse problema, provocar uma discussão acerca das vantagens da utilização desses procedimentos, em relação à contagem unitária. É essencial que as crianças compreendam a lógica que sustenta cada tipo de procedimento, para que possam estendê-los a outros cálculos, com números maiores e/ou outras operações aritméticas, quando for adequado.

Lembre-se de que não cabe a você, professor(a), explicar cada estratégia, essa é uma tarefa da criança, uma vez que se aprende explicando e não ouvindo a explicação de outros(as). Não há uma resposta única para cada par de cartas. Em geral, nas três primeiras adições (9 + 6; 8 + 6; 8 + 3), as crianças recorrem ao arredondamento em torno do 10. Nas outras duas (5 + 4; 9 + 8), costumam usar o conhecimento de dobro. Contudo, isso não é uma regra e cada criança pode escolher a estratégia com a qual se sinta mais segura.

[1] Usou-se aspas nessa expressão porque, embora muito utilizada, remete para algo dado, um conhecimento social. Nesse material, defende-se que tais "fatos" não deverão ser apresentados como tal, mas construídos pelas próprias crianças.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

ATIVIDADE 1

Trabalha-se, nessa proposta, com um problema de estrutura aditiva, com a incógnita em uma das parcelas e não no resultado (por exemplo: **7 + ? = 16**). Embora esse tipo de problema seja reconhecido pelos(as) adultos(as), em geral, como "de subtração" (**16 - 7 = 9**), as crianças o resolvem buscando um número que, adicionado à parcela conhecida, resulte no total apresentado. Quando utilizam o cálculo, operam, portanto, por *ensaio e erro*. É muito comum, também, que as crianças recorram à contagem unitária, usando em geral a *sobrecontagem,* para descobrir quanto falta ao valor dado (7) para completar o total apresentado (16).

Não mostre à criança como encontrar o valor da carta desconhecida. O intuito é levá-la a elaborar um método próprio de solução. Você pode auxiliá-las, nesse processo, sempre por meio de perguntas. Veja, a seguir, algumas sugestões de perguntas, tomando-se como exemplo o primeiro par de cartas:

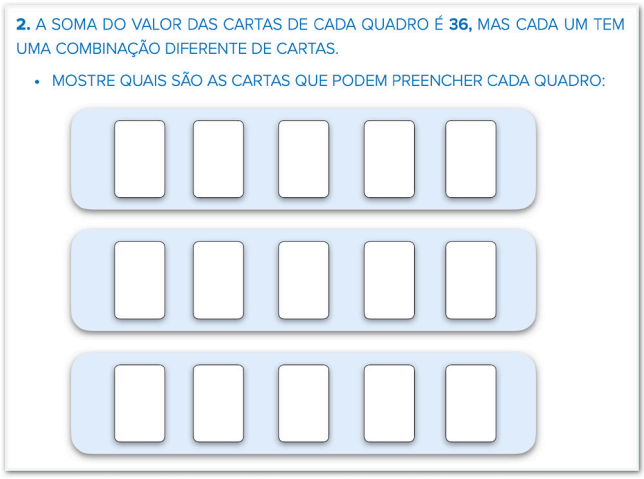
- Abaixo das cartas está registrado o número 16. A que se refere esse número?
- A carta visível tem um 7. Isso lhe ajuda a descobrir qual será o valor da outra carta? Como?
- Você acha que a outra carta poderia ser um 10? Por quê?
- Você acha que o valor dessa carta é maior do que 10 ou menor do que 10? Por quê?

Por meio dessas perguntas você ajudará a criança a perceber que ela pode estimar um valor (usou-se o 10, por ser um número redondo, mas poderia ser outro 7, porque envolveria o conhecimento de dobros), testá-lo e, a partir da reflexão sobre o resultado obtido, fazer uma nova tentativa, mais ajustada.

Lembre-se de que os problemas apresentados no Caderno de Atividades do Estudante não visam à "verificação de aprendizagens", nem ao treino de procedimentos ensinados anteriormente. Eles foram concebidos para provocar a

atividade intelectual das crianças e, portanto, em vez de esperar "respostas certas", deve-se acolher suas tentativas, provocar análise dos possíveis erros e promover discussões sobre os diferentes modos de enfrentamento do problema.

ATIVIDADE 2



Esse é um problema bastante aberto: trata-se de registrar o número 36 sempre pela soma de 5 parcelas, e de três maneiras diferentes.

É muito comum a utilização do 10, em função da facilidade com a qual as crianças operam com esse número. Muitas escreverão o 36 como 10 + 10 + 10 + 3 + 3 e, a partir desse registro, pensarão em outras formas de compor o 36, pela decomposição de um ou mais 10. Veja alguns exemplos: 10 + 10 + 5 + 5 + 6; 10 + 10 + 9 + 1 + 6; 10 + 10 + 6 + 4 + 6 etc. Podem pensar também na maior quantidade de números repetidos, como por exemplo 8 + 8 + 8 + 8 + 4 ou 7 + 7 + 7 + 7 + 8 etc.

Esse tipo de problema costuma envolver as crianças. Elas lidam com ele de forma lúdica e se sentem desafiadas a encontrar um “outro jeito” de escrever 36, podendo apresentar mais soluções do que as três solicitadas aqui.

Para validar as soluções, os(as) estudantes podem se reunir em trios ou quartetos e comparar seus registros. Poderão, também, usar uma calculadora, não apenas para conferir as respostas registradas, mas, sobretudo, para investigar outras soluções possíveis. Nesse caso, você pode entregar uma cartolina para cada equipe e propor que registrem a maior quantidade possível de escritas numéricas para o **36.**

OUTRAS SUGESTÕES

Sugere-se o trabalho como o **Jogo Borboleta** (Volume 4), que explora, também, o cálculo mental a partir da composição aditiva dos números.

REFERÊNCIAS

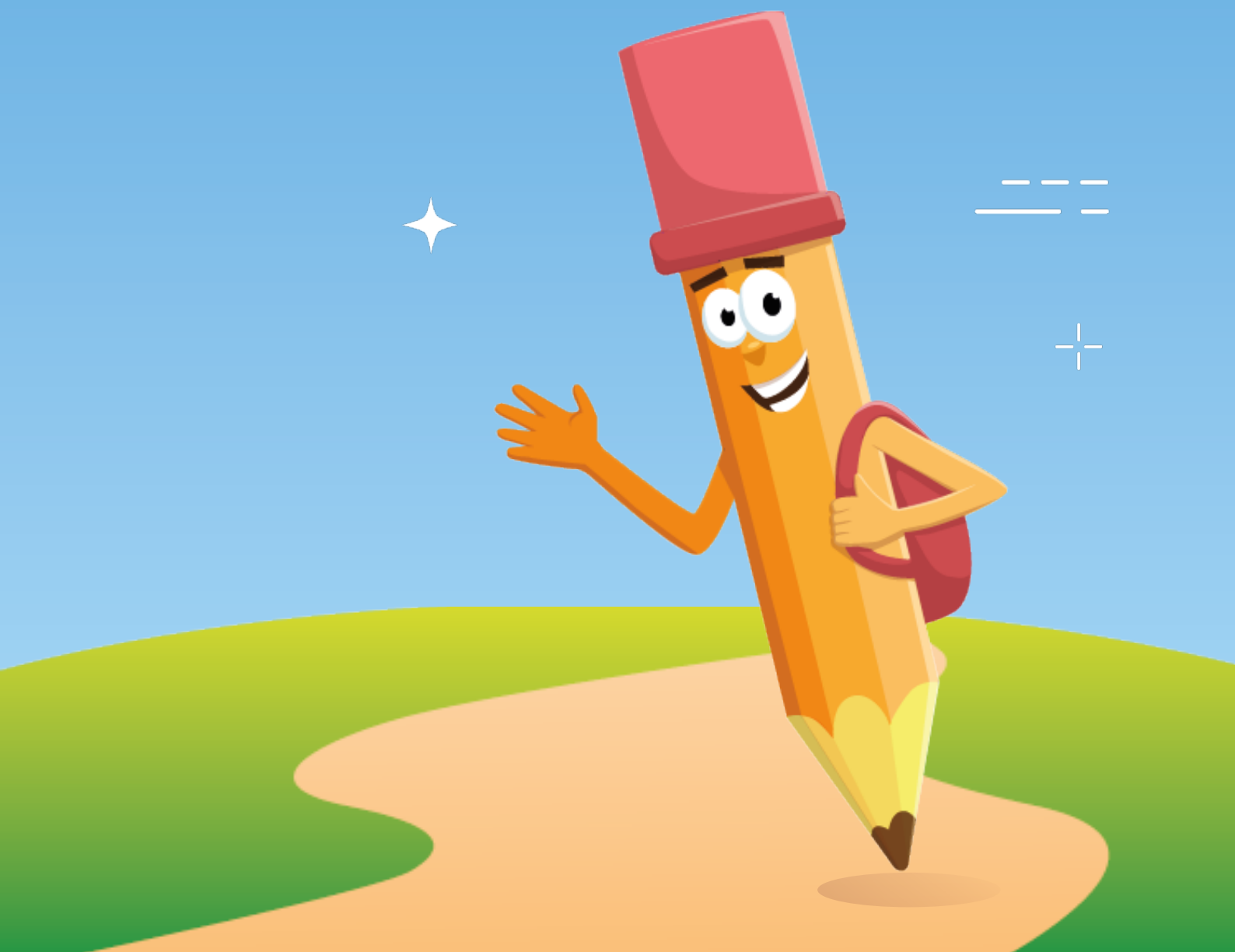
MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 43-76.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

STAREPRAVO, A. R. **Jogando com a matemática:** números e operações. Curitiba: Aymará, 2009. (Coleção Mundo das Ideias).

STAREPRAVO, A. R. **Matemática:** fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

JOGO MINI YAM



APRESENTAÇÃO

O **Jogo Mini Yam** é uma adaptação do Jogo Yam, que já foi comercializado pela *Grow* aqui no Brasil. A versão proposta aos(às) estudantes nessa Sequência Didática[1], segue as regras apresentadas em publicação do *Institute National de Recherche Pédagogique* – (ERMEL, 1991), com adaptações apenas na tabela de pontuação.

Fonte: Acervo da autora, 2022

Mini Yam é uma versão bastante simplificada do jogo original - também conhecido no Brasil como General - e já foi usado em uma pesquisa sobre a construção do conceito da multiplicação, realizada pela autora desse material (STAREPRAVO, 2010). No referido estudo, o jogo fez parte de uma proposta didática, que envolveu, também, outros dois jogos: **Jogo do Repartir** (Volume 1) e **Jogo Batalha dos Números** (Volume 4). No contexto da pesquisa, pretendeu-se, por meio desse jogo, estimular o uso da Tábua da Multiplicação - ou Tábua de Pitágoras, que é explorada, nesse material, na SD **Arranjos Retangulares** (Volume 3).

Com seis dados numerados, um copo e uma tabela de pontuação, cada jogador(a) buscará obter o maior número de vezes um mesmo valor - de 1 a 6 - sempre em três lançamentos diferentes. Jogando e, também, resolvendo problemas sobre o jogo, as crianças irão se deparar com diferentes **problemas do campo multiplicativo,** por meio dos quais, poderão avançar em suas estratégias de cálculo.

Nessa Sequência Didática estimula-se, essencialmente, o desenvolvimento de estratégias de Cálculo Mental, relacionadas às operações de adição, de multiplicação e de divisão. Além disso, tem-se, nesse jogo, um contexto significativo para as crianças colocarem em prática conhecimentos relativos à multiplicação. Para aprender também é necessário repetir, entretanto, essa repetição será mais eficaz, quanto mais lúdica e significativa for para a criança:

[1] Destaca-se a contribuição de Larissa Guirao Bossoni na elaboração dessa Sequência Didática.

> Essa repetição não é aquela destituída de significado, mas uma repetição com compreensão do que se faz e do porque se faz, que visa o aperfeiçoamento de certas habilidades e até mesmo a automatização de um certo repertório de respostas. A memorização é importante quando libera a memória imediata e permite ao aluno estabelecer novas relações. Os resultados presentes na tábua da multiplicação, por exemplo, quando memorizados ajudam na realização de estimativas, na resolução de problemas e na realização de cálculos evolvendo números de magnitude mais alta. **Para isso, entretanto, a memorização não pode ser visada como objetivo primeiro, mas adquirida pelo uso frequente, pela necessidade de focar a atenção em aspectos mais complexos da atividade.** A repetição, quando tem sentido para o sujeito, é importante e geralmente procede de uma relação afetiva com o objeto em questão. O termo usado na língua inglesa para aquilo que se conhece de cor - *by heart* - traduz exatamente esta relação, que se manifesta, por exemplo, quando decoramos uma poesia ou determinada letra de música, como se fosse um procedimento mais do coração do que da mente. Nesse sentido é como se repetíssemos para conhecer não apenas intelectualmente, mas também por meio do coração. (STAREPRAVO, 2010, p. 45.).

DIFERENTES NÍVEIS DE DIFICULDADE

Mini Yam pode ser explorado, na escola, desde a Educação Infantil. Embora o jogo envolva problemas do campo multiplicativo, as crianças lidam com eles recorrendo à contagem unitária e/ou a procedimentos aditivos.

Crianças mais velhas, a partir do terceiro ano, serão estimuladas a usar a Tábua de Pitágoras, mas, também, a construir estratégias para encontrar resultados de multiplicações nas quais um dos fatores é maior do que 10 e que, portanto, não podem ser encontrados, diretamente, na referida tábua.

Dessa forma, crianças com diferentes níveis de conhecimentos e habilidades numéricas terão a oportunidade de avançar, cada uma de acordo com suas próprias possibilidades.

OBJETIVOS

Com essa Sequência Didática, pretende-se contribuir para que a criança torne-se, progressivamente, capaz de:

- ampliar a ideia de contagem unitária para somas sucessivas;
- desenvolver procedimentos de cálculo mental a partir da utilização do conhecimento de memória de dobros;

- usar os produtos registrados na Tábua Pitagórica (ou já memorizados) para determinar a pontuação parcial obtida no jogo;
- elaborar procedimentos para resolver problemas de multiplicação e de divisão, a partir de situações próprias do jogo;
- identificar representações correspondentes em situações multiplicativas;
- desenvolver procedimentos de cálculo para encontrar o resultado de multiplicações envolvendo números maiores que 10 (em um dos fatores).

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

- dados numerados;
- copos plásticos;
- caixas de sapatos, ou somente as tampas;
- papel kraft e/ou cartolina;
- lápis grafite, canetas tipo pincel atômico e tesoura;
- Caderno de Atividades do Estudante.

REGRAS DO JOGO

MATERIAIS

- 6 dados numerados[2]
- 1 copo plástico
- 1 caixa de sapato (ou a tampa da caixa)
- tabela para registro das jogadas (anexada ao Caderno de Atividades do Estudante)
- lápis grafite

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- 2 a 4 jogadores(as).

OBJETIVO

- Obter a maior pontuação pela repetição de um mesmo número nos dados.

[2] Nessa lista são apresentados os materiais para cada equipe.

PREPARAÇÃO

- Recortar a tabela para registro da pontuação anexada ao Caderno de Atividades do Estudante.

MODO DE JOGAR

- A cada rodada, os(as) jogadores(as) lançarão os seis dados, três vezes.
- Em cada rodada, deverão escolher um valor diferente - 1 a 6 - para tentar obtê-lo o maior número de vezes, em três lances.
- Cada jogador(a) deverá usar o copo para lançar os seis dados na caixa - esse já será o primeiro lançamento da rodada. Veja um exemplo:

Fonte: Acervo da autora, 2022

- Com base nesse lançamento, ele(a) deverá:

1. escolher um valor a ser obtido, repetidas vezes, nessa rodada;
2. separar o(s) dado(s) que já indicar(em) o valor escolhido na rodada. No exemplo anterior, supondo-se que o(a) jogador(a) tivesse escolhido o número 4, ele(a) separaria os dois dados com esse valor. Eles não seriam usados no segundo lançamento:

3. lançar novamente os dados que ficaram na caixa;
4. separar aquele(s) que indicar(em) o valor escolhido na rodada (caso haja algum). No exemplo, a seguir, lançando novamente os quatro dados restantes, o(a) jogador(a) obteve mais um 4:

5. lançar mais uma vez os dados que ficaram na caixa;
6. separar aquele(s) que indicar(em) o valor escolhido na rodada (caso haja algum). No exemplo, a seguir, o(a) jogador(a) não obteve nenhum dado com o número 4 no terceiro lance:

7. preencher a linha da tabela de pontuação, correspondente ao valor escolhido naquela rodada. Veja um exemplo na imagem da próxima página;
8. recolher todos os dados, colocando-os no copo, e passar a vez para o(a) próximo(a) jogador(a).

- A cada rodada, os(as) jogadores(as) devem escolher um valor diferente a ser obtido repetidas vezes nos dados.

- O jogo termina quando todos(as) os(as) jogadores(as) tiverem completado as 6 rodadas.
- Vence aquele(a) que fizer a maior pontuação.

Veja, na imagem, um exemplo de como preencher a tabela de pontuação:

JOGO MINI YAM							
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR						PONTUAÇÃO DA RODADA
1							
2							
3							
4	X	X	X				12
5							
6							
PONTUAÇÃO TOTAL:							
ESPAÇO PARA CÁLCULOS							

COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES A RESPEITO DO JOGO

Sugere-se que os copos usados não sejam descartáveis, uma vez que eles se partem muito facilmente com o movimento dos dados, além de não serem ecológicos. Há **copos plásticos reutilizáveis** que são mais adequados ao jogo.

A sugestão de se utilizar uma caixa de sapato ou, ainda, a sua tampa, é para evitar que os dados se espalhem muito, quando lançados. Jogando sobre uma mesa, sem a caixa, acabarão caindo no chão e atrapalhando o desenvolvimento da proposta.

De acordo com as regras apresentadas, o valor escolhido em uma rodada não poderá ser escolhido novamente, pois o jogo tem seis rodadas e todos os números deverão ser usados (um em cada rodada).

Entretanto, após a realização de algumas partidas, caso queira tornar o jogo mais desafiador, você pode propor que joguem de uma forma diferente: ainda com seis rodadas, os(as) jogadores(as) poderão escolher um mesmo número em diferentes rodadas, mas nesse caso terão que abdicar de outros números.

Um(a) jogador(a) poderá, por exemplo, já ter escolhido o número 6 em uma de suas rodadas e conseguido apenas três vezes esse número em seus três lançamentos. Em outra rodada poderá escolher novamente o número 6, abrindo mão, por exemplo, de tentar obter o número 1. Nesse caso, escolhendo o 6 novamente e obtendo esse número apenas uma única vez na nova rodada, já conseguirá uma pontuação equivalente a 6 dados com o número 1.

Quando jogam dessa forma, **o jogo deixa de depender apenas da sorte e passa a requerer também o uso de estratégia.** É comum que, nesse caso, as crianças usem duas rodadas para tentar obter os números **6**, **5** e **4** e abdiquem de tentar obter os números **1**, **2** e **3**. Assim, **será possível obter mais de 6 vezes um mesmo número**, portanto, a tabela da pontuação não deverá conter o quadriculado na coluna do meio.

Durante o jogo, as crianças do terceiro ano deverão ser incentivadas a usar a Tábua de Pitágoras, como apoio para marcar a pontuação obtida em cada rodada, evitando assim a realização da contagem unitária dos pontos.

O uso de dados que contêm os algarismos - 1 a 6 - no lugar dos pontinhos, pode estimular o uso do cálculo no lugar da contagem unitária para crianças do primeiro e do segundo anos.

Fonte: Acervo da autora, 2022

DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRA ETAPA

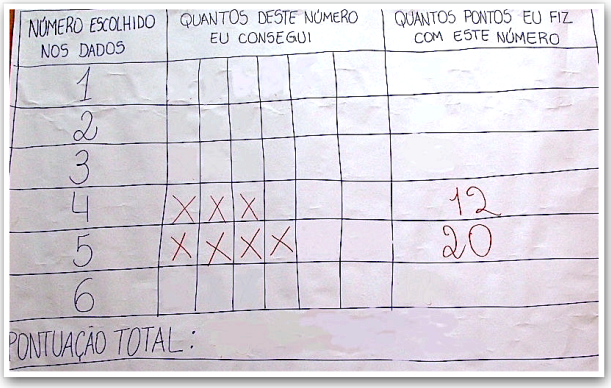
Sugere-se que as regras do jogo sejam apresentadas em uma roda, com todos(as) sentados(as) no chão. A tabela de pontuação pode ser reproduzida em uma folha de papel kraft ou cartolina e usada, pelas próprias crianças, para registrar a pontuação com uma caneta tipo pincel atômico (ver imagem na próxima página).

Explique qual é o objetivo do jogo e convide seis crianças diferentes para lançar os dados, cada uma simulando uma das rodadas de uma partida. As seis preencherão uma mesma tabela, portanto, é importante deixar claro que se trata apenas de uma **simulação do jogo**, cujo objetivo é o de apropriar-se das regras. Quando forem jogar de fato, nas equipes, cada jogador(a) terá sua própria tabela.

Nesse momento, procure envolver, especialmente, aquelas crianças que têm mais dificuldade para compreender as regras dos jogos e para realizar cálculos, pois, na roda, poderão contar com a ajuda dos(as) colegas.

As crianças deverão, uma de cada vez, lançar os 6 dados e escolher um valor a ser repetido naquela rodada. Os(as) colegas poderão ajudar nessa escolha. Em geral, escolhe-se um valor que já tenha aparecido mais de uma vez no primeiro lance. É possível, entretanto, que os seis dados mostrem números diferentes e, nesse caso, deverão, mesmo assim, escolher um dos números a ser buscado nos dois próximos lançamentos dos dados. Nas imagens, a seguir, são mostrados, como exemplo, três lançamentos em uma rodada na qual o valor escolhido é o 5:

No exemplo, o(a) jogador(a) obteve quatro vezes o número 5 e fez, ao todo, 20 pontos na rodada. A pontuação poderá ser marcada na tabela coletiva, como mostrado na imagem a seguir:

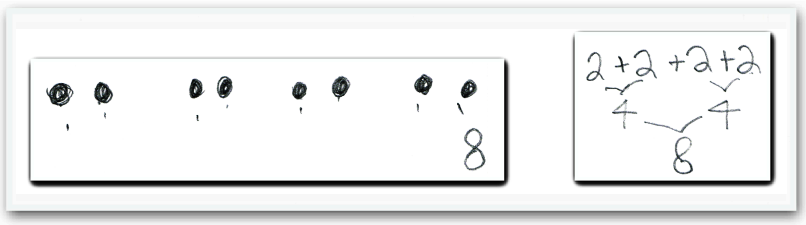


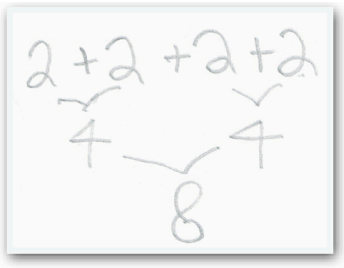
Fonte: Acervo da autora, 2010

Essa simulação do jogo segue até que todos os valores sejam escolhidos e a tabela fique completa.

A cada rodada, uma nova criança deverá fazer o lançamento dos dados e, ao final, os pontos deverão ser calculados coletivamente. Peça à criança da vez, que mostre uma forma de calcular a pontuação. O procedimento usado deve ser colocado em discussão para que as demais crianças façam a sua validação e/ou apontem possíveis erros.

Apresenta-se, a seguir, como exemplo, dois procedimentos diferentes para determinar a pontuação em uma jogada na qual o valor escolhido é o 2 e são obtidos 4 dados com esse valor:





A primeira imagem mostra um procedimento no qual foram desenhados dois pontinhos, quatro vezes. Posteriormente, os pontinhos foram contados um a um, determinando-se, assim, a pontuação da rodada. Na segunda imagem, vê-se um procedimento aditivo, com utilização dos dobros, já conhecidos de memória.

No quadro a seguir, são apresentadas sugestões de perguntas que podem ser propostas às crianças, visando a auxiliá-las na comparação entre os diferentes procedimentos, como os mostrados nas imagens acima:[3]

Pergunta/ questão provocadora	Observações e comentários
Qual é a diferença entre a primeira e a segunda estratégia?	Espera-se que as crianças percebam que as estratégias são semelhantes, porém, na primeira, o número 2 está representado por meio de pontinhos e o resultado é obtido pela contagem. Na segunda, o número 2 é representado por meio de algarismo. Note que, nos dois tipos de procedimentos, as crianças poderiam recorrer à contagem unitária ou à contagem de dois em dois. No caso do segundo tipo de procedimento, isso poderia ser feito com o auxílio dos dedos.
Você acha que alguma dessas estratégias é mais econômica?	Representar o número com algarismos é mais econômico do que desenhar os pontinhos dos dados, sobretudo se o valor escolhido fosse um número maior, como o 6, por exemplo, pois nesse caso, muitos pontinhos precisariam ser desenhados.
A Tábua de Pitágoras poderia nos ajudar a determinar a pontuação dessa rodada? Como?	Espera-se, aqui, que as crianças identifiquem a multiplicação correspondente à jogada: **4 dados, cada um com 2 pontos é equivalente a 4 x 2.**

Caso você esteja trabalhando com uma turma do terceiro ano, sugere-se que, a cada rodada, as crianças sejam desafiadas a identificar a multiplicação correspondente e que busquem o resultado na Tábua de Pitágoras. Mas atenção: **não cabe a você, como professor(a), informar qual é a multiplicação correspondente, nem mostrar**

[3] A última pergunta deverá ser apresentada apenas para crianças do terceiro ano.

como encontrar os resultados no quadro da multiplicação. Essa é uma tarefa que cabe às crianças!

Sugere-se, ainda, promover uma discussão coletiva, na roda, sobre diferentes formas de se calcular a pontuação total. Lembre-se de que, neste material, todas as propostas visam desenvolver o cálculo mental, portanto, as crianças não deverão "armar uma conta" para determinar essa pontuação, mas elaborar procedimentos próprios.

SEGUNDA ETAPA

É hora de jogar nos pequenos grupos. Oriente as crianças para se organizarem em trios ou, no máximo, em quartetos. Um número maior de crianças no grupo pode tornar o jogo muito demorado. É importante que você auxilie seus(suas) estudantes na composição dos grupos, para que não haja, em uma mesma equipe, crianças com muita disparidade nos níveis de conhecimento e de habilidades numéricas e que acabem "fazendo os cálculos" pelos(as) demais.

Nessa etapa, cada criança terá sua própria tabela de pontuação, na qual **deverá registrar apenas as suas próprias jogadas.**

Enquanto jogam, circule entre as equipes para observar se todos(as) estão jogando corretamente, ou seja, de acordo com as regras. É comum, na primeira experiência com o jogo em equipes, que as crianças joguem "errado", por não terem se apropriado, ainda, das regras. Por isso, nesse material, ressalta-se, reiteradamente, a importância de se jogar várias partidas de um mesmo jogo, pois as primeiras vezes podem servir, apenas, para a apropriação das regras, ou seja, **para aprender como jogar.**

Observe, nessa etapa, se todos(as) estão compreendendo a dinâmica do jogo, ressaltando que não é permitido repetir um número que já tenha sido escolhido anteriormente. Caso essa regra seja alterada, a depender da dinâmica do grupo, ou da faixa etária, isso também deverá ficar claro para eles(as), pois, ao escolher o mesmo número, a criança deverá abrir mão de outro número da tabela.

Constatando que estão jogando corretamente, observe como as crianças procedem na contagem dos pontos: **recorrem à contagem unitária? Usam a adição? Buscam o resultado na Tábua de Pitágoras? Já conhecem os resultados de memória?**

Quando as crianças estiverem recorrendo aos dois primeiros tipos de procedimentos, você pode realizar intervenções pontuais, por equipe, incentivando-as a usarem resultados que já são conhecidos de memória (dobros, por exemplo), como base

para determinar a pontuação por meio do cálculo mental. Retome com elas a discussão sobre as diferentes estratégias realizadas na etapa anterior.

No caso de estudantes do terceiro ano, a mediação deve visar ao uso do Quadro da Multiplicação. As crianças devem reconhecer esse quadro como uma ferramenta que poderá ser consultada sempre que estiverem lidando com problemas de multiplicação. Ao final da partida, você poderá promover uma discussão coletiva sobre o uso da Tábua de Pitágoras, lembrando-as de que ela foi construída justamente para que não precisem mais realizar cálculos todas as vezes que buscarem os resultados de multiplicações entre números até 10. Peça àqueles(as) que já usam o quadro com maior fluência, que expliquem aos(às) demais como procedem na contagem dos pontos e por que o quadro da multiplicação lhes é útil nessa tarefa.

Sugere-se, ainda, a realização de uma roda de conversa com as crianças, para que elas avaliem a experiência que tiveram com o jogo. A conversa pode ser provocada por perguntas, como as que seguem:

- Vocês conseguiram jogar bem nas pequenas equipes?
- Ocorreu algum conflito? Se sim, como foi resolvido?
- Tiveram dificuldades para jogar ou para preencher a tabela?
- Alguém sentiu dificuldade para realizar os cálculos necessários?

Conforme já mencionado anteriormente, é de suma importância que as crianças joguem repetidas vezes o mesmo jogo e, que entre uma partida e outra, sejam desafiadas a resolver problemas envolvendo o jogo. Os problemas de 1 a 5, apresentados no Caderno de Atividades do Estudante, poderão ajudá-las na elaboração de procedimentos de cálculo para determinar a pontuação de cada rodada e, também, a pontuação final. Além disso, ao explorar as relações multiplicativas presentes no jogo, os problemas ajudarão na identificação das multiplicações correspondentes a cada rodada.

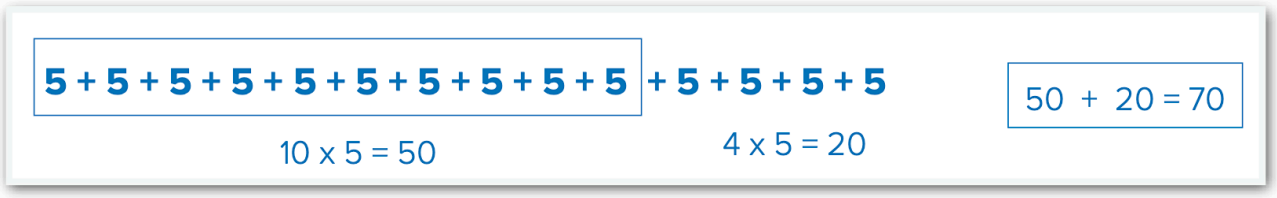
TERCEIRA ETAPA

Nessa etapa, sugere-se que as crianças joguem novamente e que, ao final da partida, os grupos façam um levantamento do número de vezes que cada valor - 1 ao 6 - foi obtido pelas crianças de cada uma das equipes. Assim, com base nas tabelas individuais, preenchidas pelos(as) jogadores(as) ao longo da partida, deverão

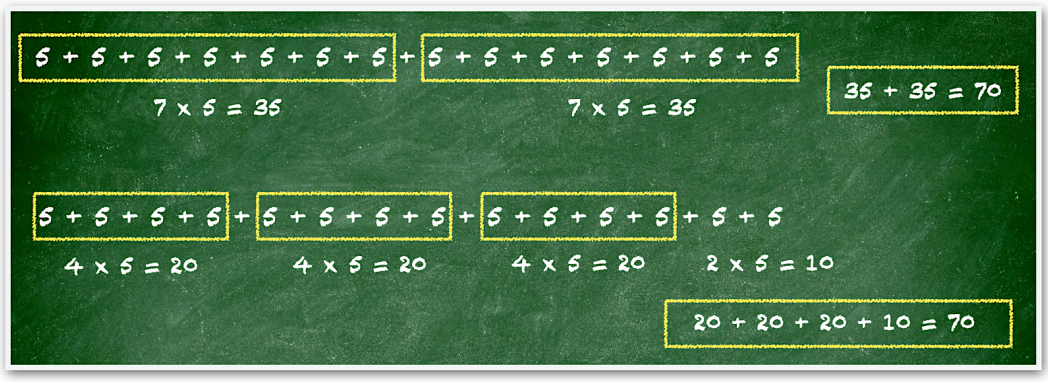
preencher outra tabela, anexada ao Caderno de Atividades do Estudante, com os resultados da equipe na partida.

Para calcular a pontuação total por equipe, as crianças enfrentarão problemas de multiplicação com números maiores que 10 em um dos fatores. Observe como lidam com esses problemas. É esperado que recorram a procedimentos do tipo aditivo. Entretanto, com as crianças mais velhas, a partir do terceiro ano, você poderá incentivá-las a usarem a Tábua de Pitágoras como base para descobrirem os resultados de multiplicações que não aparecem ali.

Se uma equipe marcou 14 vezes o número 5, por exemplo, não encontrará a multiplicação correspondente no quadro. Você poderá, entretanto, a partir das notações aditivas, ajudá-las a perceberem as diferentes possibilidades de se compor essa multiplicação, como no exemplo a seguir:



No exemplo, a multiplicação 14 x 5 foi pensada como (10 x 5) + (4 x 5). Outras formas de se decompor essa multiplicação poderão ser apontadas pelas próprias crianças, no quadro de giz, como mostrado a seguir:



O uso da decomposição com uma das parcelas igual a 10 facilita muito o cálculo, porque os resultados da tabuada do 10 são, em geral, conhecidos de memória pelas crianças. Além disso, esse tipo de cálculo ajudará as crianças a compreenderem, posteriormente, o funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação, por meio do qual se multiplicam unidades e dezenas separadamente.

Algumas crianças terão mais dificuldade para estabelecer as relações mencionadas e poderão continuar recorrendo à adição repetida. Aproveite o momento da socialização das diferentes estratégias de cálculo para propor, sempre, uma discussão com a turma toda sobre as estratégias de decomposição.

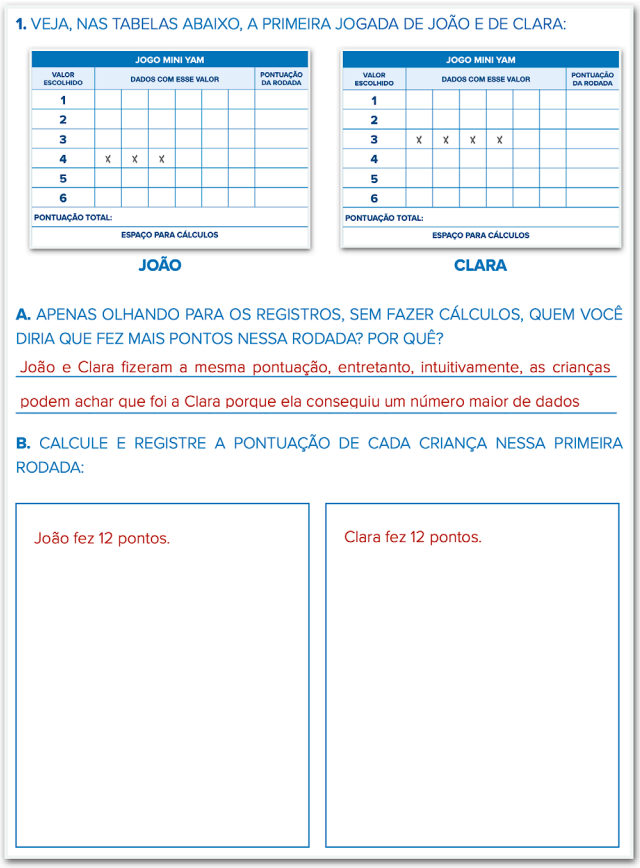
CADERNO DE ATIVIDADES DO ESTUDANTE

Nos itens a seguir, são apresentados comentários e sugestões sobre as atividades propostas no Caderno de Atividades do Estudante. É importante destacar que não se trata de uma "lista de exercícios" para ser executada, individualmente, pelos(as) estudantes. Ao contrário, são problemas que podem ser resolvidos em duplas ou trios e têm, como objetivo, provocar o pensamento e favorecer a realização de sistematizações.

Nesse contexto, os problemas devem ser propostos um de cada vez, conforme os conhecimentos e possibilidades cognitivas de seus(suas) estudantes. Resolvidos individualmente ou em grupos, entre um problema e o seguinte, é aconselhável promover uma discussão coletiva sobre os procedimentos de solução usados e sobre o que as crianças podem aprender a partir deles.

As crianças devem se sentir encorajadas a buscar soluções sem o medo de errar. Se os erros forem fruto de tentativas e de elaboração própria, podem ser o ponto de partida para aprendizagens que ocorrerão em função da análise dos erros e de uma autorregulação em relação aos mecanismos usados nas soluções.

PROBLEMA 1



1. VEJA, NAS TABELAS ABAIXO, A PRIMEIRA JOGADA DE JOÃO E DE CLARA:

JOGO MINI YAM							
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR						PONTUAÇÃO DA RODADA
1							
2							
3							
4	x	x	x				
5							
6							
PONTUAÇÃO TOTAL:							
ESPAÇO PARA CÁLCULOS							

JOÃO

JOGO MINI YAM							
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR						PONTUAÇÃO DA RODADA
1							
2							
3	x	x	x	x			
4							
5							
6							
PONTUAÇÃO TOTAL:							
ESPAÇO PARA CÁLCULOS							

CLARA

A. APENAS OLHANDO PARA OS REGISTROS, SEM FAZER CÁLCULOS, QUEM VOCÊ DIRIA QUE FEZ MAIS PONTOS NESSA RODADA? POR QUÊ?

João e Clara fizeram a mesma pontuação, entretanto, intuitivamente, as crianças podem achar que foi a Clara porque ela conseguiu um número maior de dados

B. CALCULE E REGISTRE A PONTUAÇÃO DE CADA CRIANÇA NESSA PRIMEIRA RODADA:

João fez 12 pontos.

Clara fez 12 pontos.

Esse problema propõe que as crianças interpretem os registros apresentados em duas tabelas de pontuação e, também, que realizem uma estimativa sobre a pontuação feita pelos(as) jogadores(as). João escolheu o valor 4 e conseguiu 3 vezes esse número. Clara escolheu o valor 3 e conseguiu 4 vezes esse número. Ambos têm a mesma pontuação e isso pode ser evidente para quem já conhece a tabuada e/ou já compreende a propriedade comutativa da multiplicação. Seus(suas) estudantes, entretanto, poderão ficar surpresos ao descobrirem que a pontuação é a mesma.

No momento de socialização das soluções, é importante verbalizar a

seguinte relação: em três grupos de 4 pontos há a mesma quantidade que em 4 grupos de 3 pontos.

Note que no caso específico dos dados, 3 x 4 e 4 x 3, embora tenha o mesmo resultado, podem não ser vistos como equivalentes pelas crianças. Em um caso há três dados e, em outro, há 4 dados. Entretanto, pela comutatividade da multiplicação, ambas as sentenças são válidas.

Sugere-se que você apresente, oralmente, outra situação similar, como por exemplo: E se João tivesse obtido **duas vezes o número 5** nos dados, e a Clara tivesse obtido **cinco vezes o número 2** nos dados, o que aconteceria? Por quê?

Peça, também, para as próprias crianças pesquisarem, usando os dados, outras combinações que possuem o mesmo resultado (por exemplo 4 dados de 6 pontos e 6 dados de 4 pontos; 3 dados de 1 ponto e 1 dado de 3 pontos etc.).

PROBLEMA 2

As crianças devem interpretar os registros produzidos por Matheus. Observando os dois primeiros números (3 e 2) e o 5 que registrou à frente deles, é possível concluir que adicionou ambos.

Pergunte por que Matheus não somou os números na ordem na qual foram registrados na tabela. Se o tivesse feito, teria feito as seguintes adições: 12 + 16 e 15 + 12. A escolha de Matheus se deu em função do conhecimento de memória dos dobros. Para muitas crianças, somar 12 + 12 é mais fácil do que somar 12 + 16. Questione as crianças sobre o outro par de números agrupados por Matheus: *"vocês sabem quanto é 15 + 15? E 15 + 16, vocês acham que será mais do que 30 ou menos do que 30? Por quê?"*

2. OBSERVE O CÁLCULO FEITO POR MATHEUS PARA DETERMINAR A PONTUAÇÃO TOTAL OBTIDA NO JOGO MINI-YAM:

JOGO MINI YAM

VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR	PONTUAÇÃO DA RODADA
1	X X X	3
2	X	2
3	X X X X	12
4	X X X X	16
5	X X X	15
6	X X	12

31 24

PONTUAÇÃO TOTAL: 60

ESPAÇO PARA CÁLCULOS

A. CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE OS REGISTROS FEITOS POR MATHEUS NA ÚLTIMA COLUNA DA TABELA.

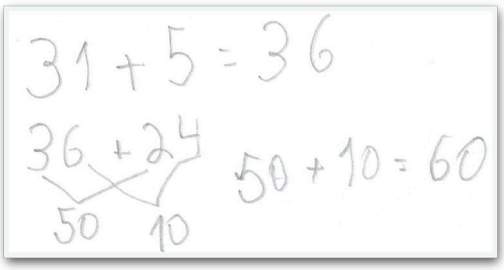
- QUE TIPO DE ESTRATÉGIA ELE USOU PARA CALCULAR?

B. QUAL FOI A PONTUAÇÃO TOTAL DE MATHEUS?

- REGISTRE-A NA TABELA.

Você pode ver, na imagem a seguir, a estratégia mais comumente usada pelas crianças para calcular a pontuação total de Matheus.

Outro tipo de procedimento consiste em somar 24 + 5, obtendo-se 29. Depois, para somar 29 e 31, as crianças “passam" o 1 do 31 para o 29, ficando com dois números 30.



Incentive seus(suas) estudantes a desenvolverem seus próprios procedimentos e peça que expliquem aos(às) colegas como pensaram. As crianças devem ser incentivadas a comparar os diferentes procedimentos usados e a validar os cálculos feitos pelos(as) colegas, pois, desta forma, ficarão mais confiantes em sua própria capacidade de resolver problemas.

PROBLEMA 3

3. COMPLETE A TABELA ABAIXO COM OS DADOS QUE ESTÃO FALTANDO EM CADA RODADA. DEPOIS CALCULE A PONTUAÇÃO TOTAL:

JOGO MINI YAM							
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR						PONTUAÇÃO DA RODADA
1	X	X	X				3
2	X	X	X	X	X		10
3	X	X	X				9
4	X	X	X	X	X		20
5	X	X					10
6	X	X	X	X			24
PONTUAÇÃO TOTAL:	76						
ESPAÇO PARA CÁLCULOS							

Para preencher a última coluna da tabela, referente aos valores 1, 4 e 6 - obtidos nos dados - as crianças mobilizarão o mesmo tipo de raciocínio já usado no jogo. **Em relação aos valores 2, 3 e 5, entretanto, deverão usar um raciocínio inverso**, uma vez que é dada a pontuação da rodada e elas devem descobrir quantas vezes cada valor mostrado nos dados foi obtido. Em ambos os casos temos uma situação multiplicativa, porém com variação no lugar da incógnita. Tomando-se como exemplo os valores 4 e 5, nos dados, têm-se, os seguintes problemas, respectivamente: **5 x 4 = ?** e **? X 5 = 10.**

No primeiro caso, trata-se de uma multiplicação direta. No segundo, de uma divisão, ou de uma multiplicação indireta, uma vez que a maior parte das crianças resolve o problema se perguntando *“quantas vezes 5 é igual a 10?"* A resposta pode ser encontrada na Tábua de Pitágoras - por aquelas que já dispõem desse instrumento, mas, também, pela adição repetida.

Crianças do primeiro e do segundo anos, que não trabalharam, ainda, com a linguagem formal relacionada à multiplicação e à divisão poderão resolver esse problema elaborando seus próprios procedimentos e é essencial que o façam. Elas costumam recorrer a estratégias aditivas que podem incluir o desenho dos dados (tantos quanto necessários para obter a pontuação total indicada).

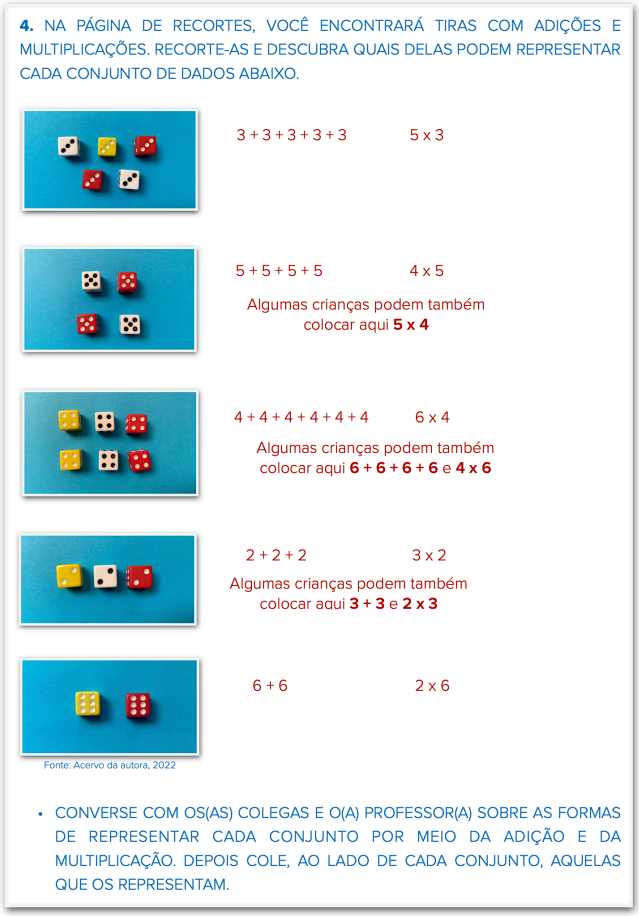
É importante que todos(as) possam resolver o problema livremente, utilizando o procedimento que considerarem mais adequado, mas é igualmente importante que socializem esses procedimentos, explicando aos(às) colegas como pensaram.

Com a sua ajuda, as crianças devem comparar os diferentes procedimentos de solução e discutir sobre a eficácia de cada um e sobre quais procedimentos são mais econômicos. Caso esteja trabalhando com o terceiro ano, aproveite para discutir sobre o uso do quadro da multiplicação como ferramenta para a solução do problema. Peça àqueles(as) que o utilizaram para explicar como o fizeram.

PROBLEMA 4

Explora-se, nesse problema, diferentes representações correspondentes aos conjuntos de dados.

Como é uma atividade que envolve notações multiplicativas, **sugere-se que seja explorada, preferencialmente, com crianças do terceiro ano.** Caso considere adequado trabalhar com as mais novas, deixe que façam uma exploração bem lúdica da atividade, sem nenhum compromisso com a utilização correta das notações, sobretudo aquelas de multiplicação.



4. NA PÁGINA DE RECORTES, VOCÊ ENCONTRARÁ TIRAS COM ADIÇÕES E MULTIPLICAÇÕES. RECORTE-AS E DESCUBRA QUAIS DELAS PODEM REPRESENTAR CADA CONJUNTO DE DADOS ABAIXO.

Fonte: Acervo da autora, 2022

- CONVERSE COM OS(AS) COLEGAS E O(A) PROFESSOR(A) SOBRE AS FORMAS DE REPRESENTAR CADA CONJUNTO POR MEIO DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO. DEPOIS COLE, AO LADO DE CADA CONJUNTO, AQUELAS QUE OS REPRESENTAM.

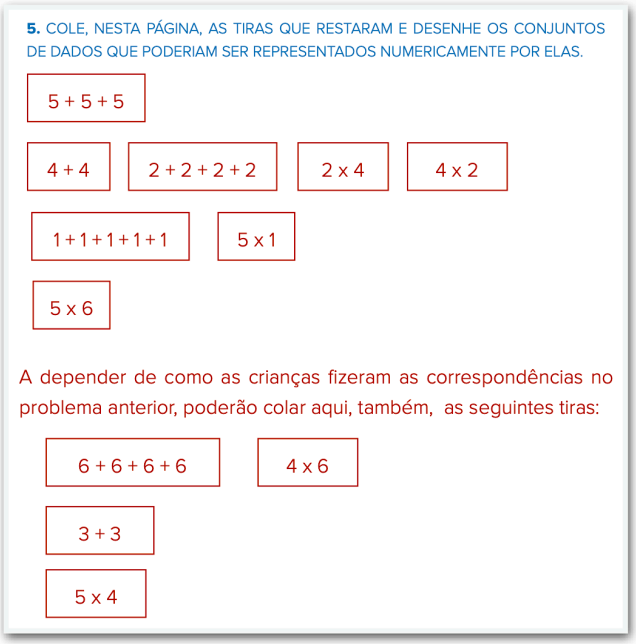
Pela comutatividade da multiplicação, todos os conjuntos de dados podem ser representados por duas notações multiplicativas e, até mesmo, por duas notações aditivas diferentes, quando se leva em conta uma reorganização do total de pontos dos dados. Embora do ponto de vista do significado, o primeiro conjunto corresponda a **3 + 3 + 3 + 3 + 3,** se uma criança busca o valor total do

conjunto, pode pensá-lo como **5 + 5 + 5,** uma vez que se trata de notações equivalentes.

Quando as crianças compreendem a propriedade comutativa, podem usá-la mesmo que recorram a procedimentos aditivos para resolver um problema. Quando pretende-se calcular o preço de 50 chocolates, cujo preço unitário é 3 reais, por exemplo, somar 50 reais três vezes, representa uma grande economia em termos de cálculo em relação a somar 3 reais cinquenta vezes. Entretanto, conforme apontado por Vergnaud (2009), essa é uma ideia difícil para as crianças, pois a propriedade comutativa não é, em geral, compreendida antes dos 9-10 anos.

Essa dificuldade com a comutatividade da multiplicação pode ter sua raiz no fato de que tal propriedade só tem sentido fora do campo semântico[4] da multiplicação e, nesse sentido, exige um nível elevado de abstração.

Vale ressaltar, por fim, que o objetivo dessa atividade é a exploração desse conhecimento em sua forma operatória, ou seja, do uso que as crianças fazem dele em situações-problema. Não se tem como objetivo a formalização desses conhecimentos nesse momento, tampouco conceituar as propriedades da multiplicação. Observe como elas lidam com as representações apresentadas, ouça suas explicações e faça perguntas para ajudá-las a pensar sobre as correspondências em questão. O objetivo dessa atividade é o de provocar o pensamento e não o de formalizar regras.



5. COLE, NESTA PÁGINA, AS TIRAS QUE RESTARAM E DESENHE OS CONJUNTOS DE DADOS QUE PODERIAM SER REPRESENTADOS NUMERICAMENTE POR ELAS.

5 + 5 + 5

4 + 4 | 2 + 2 + 2 + 2 | 2 x 4 | 4 x 2

1 + 1 + 1 + 1 + 1 | 5 x 1

5 x 6

A depender de como as crianças fizeram as correspondências no problema anterior, poderão colar aqui, também, as seguintes tiras:

6 + 6 + 6 + 6 | 4 x 6

3 + 3

5 x 4

PROBLEMA 5

As tiras que as crianças escolherão para colar aqui dependerá da forma como pensaram nas correspondências no problema anterior. Se levaram em conta a comutatividade da multiplicação - ainda que de modo operatório, sem que

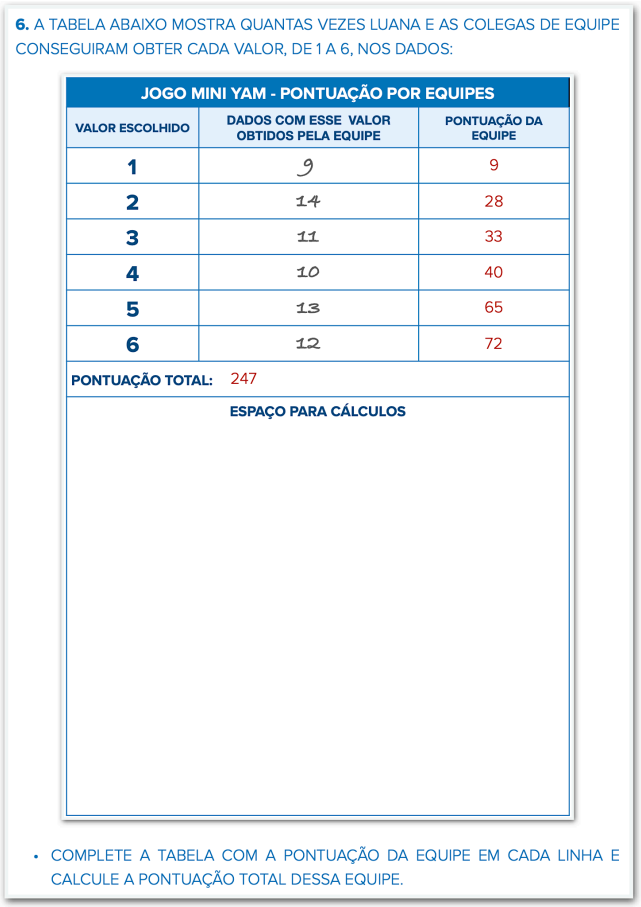
[4]Aspectos semânticos se referem aos significados. No caso do problema em questão, do ponto de vista semântico, três dados com 4 pontos é diferente de quatro dados com 3 pontos. Do ponto de vista matemático, entretanto, ambos são equivalentes. Para saber mais, sugere-se a leitura do capítulo 6 da Tese de Doutorado da autora desse material, mais especificamente o item 6.1.2, sobre a construção da notação simbólica convencional da multiplicação. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-13092010-125231/publico/anaruth.pdf

esse conceito tenha sido colocado em palavras - terão uma quantidade menor de tiras para serem coladas aqui.

Dessa forma, levando-se em conta a comutatividade da multiplicação, as tiras que não representam nenhum dos conjuntos de dados apresentados no problema anterior são aquelas mostradas na primeira parte da imagem. Contudo, há outras tiras que poderão ser coladas pelas crianças nesse quadro, caso não considerem as representações equivalentes (mostradas na segunda parte). Não há, portanto, uma única resposta correta para os problemas 4 e 5. O essencial, nessas atividades, é ouvir as justificativas para as escolhas feitas. Embora não haja uma única resposta correta, isso não quer dizer que qualquer resposta esteja correta.

PROBLEMA 6

Explora-se, nesse problema, a tabela de pontuação por equipes. Conforme já comentado no texto referente à terceira etapa dessa SD, a quantidade maior de dados colocará um novo desafio para as crianças, que será o de encontrar resultados de multiplicações que não estão presentes na Tábua de Pitágoras.



6. A TABELA ABAIXO MOSTRA QUANTAS VEZES LUANA E AS COLEGAS DE EQUIPE CONSEGUIRAM OBTER CADA VALOR, DE 1 A 6, NOS DADOS:

JOGO MINI YAM - PONTUAÇÃO POR EQUIPES		
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR OBTIDOS PELA EQUIPE	PONTUAÇÃO DA EQUIPE
1	9	9
2	14	28
3	11	33
4	10	40
5	13	65
6	12	72
PONTUAÇÃO TOTAL:	247	

ESPAÇO PARA CÁLCULOS

- COMPLETE A TABELA COM A PONTUAÇÃO DA EQUIPE EM CADA LINHA E CALCULE A PONTUAÇÃO TOTAL DESSA EQUIPE.

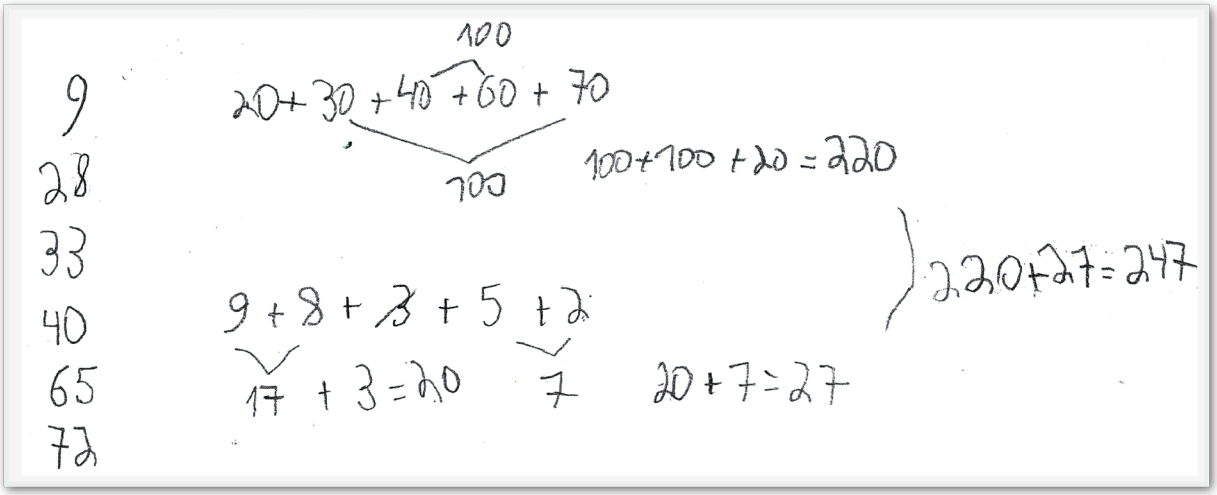
Esse problema será "evitado" pelas crianças que utilizarem procedimentos aditivos para determinar a pontuação de cada rodada. Nesse caso, é importante estimular o uso dos dobros que já conhecem de memória. Agrupar os números repetidos, de dois em dois, favorece o cálculo mental.

Note que, mesmo usando a adição, é possível que algumas crianças **coloquem em ação o conhecimento operatório a respeito da comutatividade da multiplicação**: se tiverem a compreensão, por exemplo, de que 2 x 14 = 14 x 2, poderão somar 14 + 14 para determinar a pontuação feita com 14 dados de 2. **Ressalta-se, entretanto, que esse procedimento não deve ser ensinado às crianças,** pois, nesse caso, poderão passar a utilizá-lo sem compreender o porquê ele

funciona. Esse conhecimento só será significativo se elas próprias, a partir das variadas experiências com situações multiplicativas, identificarem essa relação.

No momento da socialização das estratégias, estimule as crianças a explicarem para os(as) colegas como pensaram para determinar a pontuação de cada rodada. A explicação da relação mencionada anteriormente (da comutatividade da multiplicação), quando vinda de outra criança, tem um *status* diferente da explicação dada pelo(a) professor(a). Essa última tende a ser aceita sem questionamentos, pois vem de uma "autoridade" e, nesse caso, as crianças poderão passar a utilizá-la, mesmo sem compreensão, porque *"foi assim que o(a) professor(a) ensinou"*. A primeira, entretanto, vinda de um(a) colega, só será utilizada pelas demais se compreenderem a sua razão de ser, o seja, se fizer sentido para elas.

Aproveite para promover uma discussão, também, sobre os procedimentos de cálculo usados para calcular a pontuação total da equipe. Nesse caso, as crianças irão operar com números de magnitude mais alta e, portanto, o método usado para calcular será muito importante. Nesse tipo de situação, o registro é essencial para que não se percam em meio a tantos números. Veja, na imagem a seguir, um exemplo de estratégia de cálculo mental, usada por uma criança de 9 anos:



Fonte: Acervo da autora, 2010

Lembre-se de que quando não são ensinadas a operar por meio dos algoritmos convencionais, as crianças, de modo geral, operam inicialmente com as ordens mais elevadas dos números e o fazem levando em conta o seu valor relativo. Isso favorece o desenvolvimento de um senso numérico muito mais acurado e permite que elas mesmas validem os seus resultados. Quando elaboram seus próprios procedimentos de cálculo, é muito comum que identifiquem, por si próprias, possíveis erros, no momento em que explicam como pensaram para calcular. Os algoritmos

convencionais foram desenvolvidos para que os cálculos pudessem ser feitos de forma automática, isto é, sem um esforço mental consciente. Perfeito para os adultos que já dominam o sistema de numeração decimal e compreendem as quatro operações. Para as crianças, entretanto, que estão em fase de aprendizagem, a apresentação dos algoritmos prejudica o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e, consequentemente, da autonomia. Conforme tão bem pontuado por Piaget, aprender Matemática implica em reinventá-la!

PROBLEMA 7

7. A TABELA ABAIXO MOSTRA A PONTUAÇÃO FEITA POR UMA EQUIPE NO JOGO MINI YAM. DESCUBRA QUANTAS VEZES ESSA EQUIPE CONSEGUIU CADA VALOR NOS DADOS E COMPLETE A TABELA:

JOGO MINI YAM - PONTUAÇÃO POR EQUIPES		
VALOR ESCOLHIDO	DADOS COM ESSE VALOR OBTIDOS PELA EQUIPE	PONTUAÇÃO DA EQUIPE
1	11	11
2	6	12
3	12	36
4	8	32
5	10	50
6	11	66
PONTUAÇÃO TOTAL:	207	

ESPAÇO PARA CÁLCULOS

Assim como no Problema 3, o preenchimento dessa tabela exigirá a utilização de um raciocínio inverso àquele usado para preencher a tabela durante o jogo. Naquele contexto, sabendo o número de vezes que um mesmo número foi obtido, era necessário determinar a pontuação total obtida com aquele valor.

Agora, conhecendo a pontuação da equipe em cada rodada, as crianças devem descobrir quantas vezes cada número foi mostrado nos dados.

Conforme já comentado em relação ao Problema 3, as crianças podem recorrer à adição e, possivelmente, desenhar os dados (tantos quanto necessário para obter a pontuação indicada). É possível, também, resolver o problema pela multiplicação, pensando em quantas vezes é necessário repetir um determinado número para se obter o total indicado - e isso pode ser feito com o apoio da Tábua de Pitágoras. Entretanto, por se tratar de uma tabela de pontuação por equipes, o número de vezes que cada valor dos dados foi obtido, pode ser maior do que 10 e, portanto, não estar presente na Tábua.

Tomando-se como exemplo a pontuação feita com os dados de 3 pontos, a pergunta a ser respondida é: “quantas vezes o 3 resulta em 36?”. Na tábua, as multiplicações vão até 10 e, nesse caso, 10 x 3 = 30. A partir dessa informação, é possível concluir

que a equipe obteve mais do que 10 dados com o número 3. Dez dados já correspondem a 30 pontos, então é necessário descobrir quantos dados de três pontos correspondem a 6 pontos no total (2 dados).

Você pode auxiliar as crianças por meio de perguntas. Veja os exemplos a seguir:

- Se fossem 10 dados com 3 pontos cada um, quantos pontos a equipe faria ao todo?
- Ajudaria se você consultasse o Quadro da Multiplicação? O que você deve procurar nesse quadro?
- Se 10 dados de 3 pontos já somam 30 pontos, então, para somar 36 pontos você acha que a equipe obteve mais do que 10 dados ou menos do que 10 dados com 3 pontos? Por quê?
- Quantos dados de três pontos são necessários para somar 6 pontos?
- 10 dados de 3 pontos somam 30 pontos e 2 dados de 3 pontos somam 6 pontos. Então, quantos dados de 3 pontos somarão 36 pontos?

No momento da socialização das estratégias, aproveite para promover uma discussão sobre o uso do Quadro da Multiplicação como ferramenta para a solução de problemas desse tipo. Peça àqueles(as) que o utilizaram, que expliquem como pensaram.

OUTRAS SUGESTÕES

Conforme já mencionado no texto de apresentação dessa SD, há outros jogos que exploram o pensamento multiplicativo e que são apresentados nesse material: **Jogo do Repartir** (Volume 1) e **Jogo Batalha dos Números** (Volume 4). Além disso, a SD **Arranjos Retangulares,** apresentada nesse mesmo Caderno, propõe problemas de estrutura multiplicativa, envolvendo os significados de adição de parcelas iguais e configuração retangular. Explora-se, também, a produção da notação simbólica convencional para representar os diferentes arranjos e a construção da Tábua de Pitágoras. Recomenda-se o trabalho com as referidas SD's, pois, em cada uma delas, são explorados aspectos diferentes da multiplicação e da divisão, todos eles fundamentais para a compreensão dessas operações.

REFERÊNCIAS

BROITMAN, C. **El tratamiento didáctico de problemas multiplicativos desde el inicio de la escolaridad básica.** Projeto - Revista de Educação. Porto Alegre: Projeto, v.2, n.3, 2000. julho/dezembro. p. 38-43.

ERMEL - INRP. **À descoberta dos números:** contar, cantar e calcular. Porto: Edições Asa, 1991. 365p. (Coleção Perspectivas Actuais/Educação).

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (org.) **Além da alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. 4ª ed. São Paulo: Ática, 2008. p. 257-282.

SALVADOR. Secretaria Municipal de Educação. **Nossa Rede:** Cadernos de Matemática. Salvador: Instituto Chapada de Educação e Pesquisa, 2016. (Coleção em 40 volumes).

SCHLIEMANN, A. D. et. al. **Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers.** Journal for Research in Mathematics Education. 1998, vol. 29, n.4, p. 422-435.

STAREPRAVO, A. R. **A multiplicação na Escola Fundamental 1:** análise de uma proposta de ensino. 2010. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo: São Paulo, 2010.

STAREPRAVO, A. R. **Matemática:** fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

Em cooperação

unesco

PARANÁ

GOVERNO DO ESTADO

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
E DO ESPORTE