EDUCA JUNTOS

ESTADO E MUNICÍPIOS JUNTOS PELA EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE ORIENTAÇÕES GERAIS

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
E DO ESPORTE

ANA RUTH STAREPRAVO

EDUCA JUNTOS: MATEMÁTICA

CADERNO DE ORIENTAÇÕES GERAIS

CURITIBA
SEED/PR
2022

Depósito legal na Fundação Biblioteca Nacional, conforme Lei n. 10.994, de 14 de dezembro de 2004.

Educa Juntos, Matemática, Caderno de Orientações Gerais.
Educa Juntos, Matemática, Caderno de Atividades do Professor - v. 1 - 4.
Educa Juntos, Matemática, Caderno de Atividades do Estudante - v. 1 - 4.

CATALOGAÇÃO NA FONTE

Dados internacionais de catalogação na publicação
Bibliotecário responsável: Bruno José Leonardi - CRB-9/1617

Starepravo, Ana Ruth.
S795 Educa juntos : matemática [recurso eletrônico] / texto de Ana Ruth Starepravo ; organizado por Maria Fernanda Girardi, Michelle Moreira dos Santos e Silvia Regina Darronqui. - Curitiba, PR : SEED, 2022.
118 p. ; il. (Caderno de orientações gerais)

ISBN 978-85-8015-113-8
Inclui bibliografia
26.000 Kb ; PDF

1. Ensino fundamental - Anos iniciais - Paraná. 2. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. - Paraná. 3. Anos iniciais - Ensino fundamental. - Municípios. 4. Matemática. 5. Ensino fundamental - Currículo - Paraná. 6. Organização do trabalho pedagógico. I. Paraná. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. II. Diretoria de Educação - Paraná. III. Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios. IV. Secretarias Municipais de Educação - Paraná. V. Girardi, Maria Fernanda. VI. Santos, Michelle Moreira dos. VII. Darronqui, Silvia Regina. VIII. Título.

CDD 372.7
CDU 510 (816.2)

Secretaria de Estado da Educação e do Esporte
Av. Água Verde, 2140 - Vila Izabel
80.240-900 - Curitiba - Paraná
Telefone: (41) 3340-1500
www.educacao.pr.gov.br

Governador do Estado do Paraná
Carlos Massa Ratinho Junior

Secretário de Estado da Educação e do Esporte
Renato Feder

Diretor Geral
Vinícius Mendonça Vieira

Diretor de Educação
Roni Miranda Vieira

Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios
Eliane Alves Bernardi Benatto

DISTRIBUIÇÃO GRATUITA

2022

FICHA TÉCNICA

AUTORIA
Ana Ruth Starepravo

ORGANIZADORES
Maria Fernanda Girardi
Michelle Moreira dos Santos (SEED)
Silvia Regina Darronqui (SEED)

NORMALIZAÇÃO BIBLIOGRÁFICA
Ricardo Hasper (SEED)

DIAGRAMAÇÃO
Marcos André Stamm Borges

PROJETO GRÁFICO E CAPA
Fernanda Serrer (SEED)
Jocelin Vianna (SEED)

REVISÃO FINAL
Núcleo de Cooperação Pedagógica com Municípios (SEED)

Eliane Alves Bernardi Benatto (Coord.)
Ana Carolina Camargo Morello
Ana Paula Mehret
Cleusa Salete dos Santos Curcel
Késiene do Amaral Toledo
Mauricio Pastor dos Santos
Michelle Moreira dos Santos
Michely Torquato Busatta
Renata Aparecida Quani
Ricardo Hasper
Silvia Regina Darronqui

COOPERAÇÃO TÉCNICA INTERNACIONAL - SEED / UNESCO
Denise Estorilho Baganha (SEED)
Meryna Therezinha Juliano Rosa (SEED)

COOPERAÇÃO TÉCNICA

Prezado(a) Professor(a),

O Programa Educa Juntos, instituído pelo Decreto Governamental nº 5857, de 05 de outubro de 2020, é uma parceria entre o Governo do Estado do Paraná e as Prefeituras Municipais, por meio da Secretaria de Estado da Educação e do Esporte (Seed) e das Secretarias Municipais de Educação (SME), respectivamente, que tem como objetivos ampliar o suporte técnico e pedagógico aos municípios, bem como promover ações colaborativas na educação, a fim de contribuir para melhoria da qualidade da oferta do ensino a todos os estudantes das redes públicas de ensino do Paraná.

Considerando as ações previstas no Programa e visando oferecer uma contribuição efetiva para a melhoria das aprendizagens na área de Matemática nos anos iniciais, a Seed vem disponibilizar um material complementar de apoio didático para os três primeiros anos do Ensino Fundamental. Em consonância com o Referencial Curricular do Paraná e o Referencial Curricular em Foco, o presente material busca atender às demandas de aprendizagem dos estudantes levando-se em conta as contribuições das pesquisas didáticas mais recentes no campo da Educação Matemática, especialmente na unidade temática Números e Álgebra. A produção desse material foi concebida via termo de cooperação técnica internacional junto à Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), firmado em 2021.

Cabe destacar que não se trata de um livro didático, mas de um material pedagógico que oferece subsídios à ação docente, tanto para o trabalho realizado em sala de aula no turno regular quanto para o espaço destinado às atividades de retomada ou de recuperação. Nessa perspectiva, sua organização foi estruturada para **servir como apoio no trabalho com as defasagens de aprendizagem**, sobretudo daquelas oriundas do período em que as crianças ficaram fora do ambiente físico escolar, em decorrência da Pandemia.

Por meio da disponibilização desse material e das diversas ações colaborativas iniciadas desde 2019, damos continuidade ao trabalho de integração com os municípios com foco na superação da fragmentação das políticas públicas educacionais visando a melhoria da aprendizagem.

Tenho a certeza e confiança de que juntos estamos construindo uma educação pública de qualidade para todos os nossos estudantes paranaenses.

UM ABRAÇO,

RENATO FEDER

SECRETÁRIO DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTE DO ESTADO DO PARANÁ

SOBRE O MATERIAL DE MATEMÁTICA

O presente material foi idealizado como uma ferramenta de apoio para você, professor(a) que trabalha com crianças matriculadas nos três primeiros anos do Ensino Fundamental e está organizado da seguinte forma:

MATERIAIS PARA O(A) PROFESSOR(A)

Composto por cinco cadernos, acompanhados por vídeos, organizados da seguinte forma:

- UM CADERNO DE ORIENTAÇÕES GERAIS: apresentação da estrutura do material de Matemática; orientações práticas para sua utilização no trabalho com as defasagens de aprendizagens; recursos e práticas para organização da rotina escolar; explicitação dos pressupostos de aprendizagem e princípios de ensino que orientam as propostas didáticas desse material.
- QUATRO CADERNOS DE ATIVIDADES DO PROFESSOR: em cada um desses cadernos são apresentadas sequências didáticas com comentários, orientações didáticas e sugestões de aprofundamento. No início de cada caderno são destacados os objetivos de aprendizagem explorados em cada uma das sequências.

Conforme será melhor especificado adiante, os Cadernos contêm Sequências Didáticas independentes, ou seja, cada uma encerra uma proposta de trabalho que pode ser realizada sem uma vinculação direta com as demais. Caberá a cada professor(a) selecionar as sequências com as quais irá trabalhar, considerando as necessidades dos(as) estudantes.

MATERIAIS PARA OS(AS) ESTUDANTES

O material dos(as) estudantes é composto por quatro cadernos, cada um contendo as atividades referentes a cada uma das sequências didáticas apresentadas nos Cadernos de Atividades do Professor, volume um ao quatro.

CADERNO DE ORIENTAÇÕES GERAIS

Para te ajudar a compreender melhor a estrutura e a organização desse material, bem como os fundamentos teóricos que sustentam as práticas sugeridas aqui, esse **Caderno de Orientações Gerais foi elaborado** com muito estudo e cuidado pedagógico. Ele está organizado em quatro grandes blocos:

BLOCO 1: ORGANIZAÇÃO E ESTRUTURA DO MATERIAL

Informações específicas sobre a estrutura e organização do material de Matemática, bem como algumas orientações gerais a respeito de sua utilização em sala de aula.

BLOCO 2: OS NÚMEROS NA ROTINA ESCOLAR

Recursos didáticos e práticas que podem ser incorporadas à sua rotina de trabalho diário e que contribuem de modo efetivo para a aprendizagem de números e para a construção de uma relação mais lúdica com a Matemática na escola.

BLOCO 3: JOGOS, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O CÁLCULO MENTAL

Apresentação dos elementos que se constituem nos eixos estruturantes da proposta didática desse material e orientações acerca da sua utilização nas aulas de Matemática.

BLOCO 4: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Considerações sobre a formação matemática dos(as) professores(as) que atuam nos anos iniciais e apresentação das bases teóricas acerca dos fenômenos de *ensino* e de *aprendizagem* sobre as quais fundamentamos a proposta didática desse material.

SUMÁRIO

BLOCO 1

ORGANIZAÇÃO E ESTRUTURA DO MATERIAL

INTRODUÇÃO

Estamos vivendo um momento muito peculiar. Devido à Pandemia do novo Coronavírus, as atividades escolares presenciais foram suspensas. Com muitos esforços empreendidos, sabemos que as redes e instituições de ensino organizaram-se de diferentes formas para ofertar atividades pedagógicas não presenciais, dentro das mais variadas possibilidades, procurando diminuir os prejuízos pedagógicos decorrentes do isolamento social.

É fato que o distanciamento social trouxe grande sofrimento para muitos de nós. Todos fomos afetados, em maior ou menor grau, por essa pandemia. Muitos perderam entes queridos, tiveram perda ou diminuição de renda, entre outras mazelas, cujo verdadeiro alcance talvez ainda nem sejamos capazes de dimensionar. A reabertura das escolas é certamente recebida com alegria e esperança por nós educadores(as), por nossos(as) estudantes e seus familiares. Não podemos, entretanto, deixar de pensar no grande desafio que implica essa retomada das atividades presenciais. Assim, ainda que haja uma grande preocupação com as defasagens de aprendizagem decorrentes desse período, precisamos considerar também que milhões de estudantes deixaram de usufruir das valiosas contribuições que as relações sociais vivenciadas no âmbito escolar podem lhes oferecer e que são tão necessárias para que aprendam e para que se desenvolvam de forma mais ampla.

Sabemos, entretanto, que o conhecimento não é exclusividade do espaço escolar. Vivemos na era digital, onde é possível acessar todo um mundo de informações com a ponta dos dedos. Ainda assim, sem uma escola que ajude a construir ferramentas mínimas para poder acessá-las e transformá-las em conhecimento, teremos milhões de brasileiros excluídos.

O conhecimento é um bem social de indiscutível importância e o desafio da educação consiste justamente em torná-lo acessível para todos. Isso só poderá acontecer mediante a existência de projetos educacionais que tenham a distribuição social do conhecimento como meta fundamental e ao mesmo tempo como fonte inspiradora, propiciando assim um processo de inclusão daqueles que estão à margem dessa sociedade, como tão bem pontuado por Juan Ignacio Pozo:

> Diz-se que vivemos numa *sociedade do conhecimento*, mas, para muitos, é sobretudo uma *sociedade da informação*, uma vez que quem não pode ter acesso às múltiplas formas culturais da representação simbólica (numéricas, artísticas, científicas, gráficas, etc.) está social, econômica e culturalmente empobrecido, além de viver confundido, oprimido e desconcertado diante de uma avalanche de informação

> que não se pode traduzir em conhecimento, para a qual não se pode dar sentido. (POZO, 2004, p. 11, grifo do autor).

A pandemia marca uma interrupção - quando não um retrocesso - nesse processo de inclusão social. Se por um lado temos esse imenso desafio de retomada de um processo no qual ainda engatinhávamos, temos por outro lado, a certeza da importância da escola como um espaço de encontro que pode até ser complementado e enriquecido pelo virtual, mas jamais substituído. A sociedade passou a reconhecer a relevância do espaço escolar de uma forma que somente a sua falta poderia propiciar.

Nessa retomada, cada um de nós, deve se perguntar que elementos da escola mais fizeram falta para nossos estudantes. E sob qualquer ângulo que se queira analisar essa questão, a resposta estará nas **relações humanas.** Quanto mais humanizado era o processo de educação de uma escola, mais falta ela fez na vida dos estudantes, afinal somos seres sociais e aprender é um fenômeno social.

Se o conhecimento científico e os saberes acumulados constituem o nosso principal elo de ligação com estudantes na escola, é necessário levar em conta que se trata de um elo **entre pessoas** e pessoas precisam ser consideradas em sua totalidade: **organismo, corpo, inteligência e desejo** (PAIN, 1988). Somos seres que têm história - coletiva e individual - e estamos imersos numa cultura que nos torna humanos para além do âmbito morfológico. Se desconsiderarmos esse fator, mesmo quando trabalhamos com os componentes curriculares específicos, não seremos capazes de oferecer aos(às) nossos(as) estudantes oportunidade para que aprendam. Afinal, aprender é muito diferente e **mais complexo do que acumular informações, decorar regras, fórmulas e/ou reproduzir procedimentos memorizados.**

É provável que tenhamos frequentado, em nossa época de estudante, uma escola que se pautava na transmissão de conteúdos para os quais não fomos capazes de atribuir sentido, pelo menos não naquela época. É possível que tenhamos feito provas e até nos saído bem, esquecendo logo em seguida o que memorizamos temporariamente apenas para não fracassar nas avaliações. Talvez esse seja o único modelo de escola do qual dispomos e, portanto, nos sentimos apreensivos(as) frente ao duplo desafio de ensinar Matemática para crianças que ficaram até dois anos longe do ambiente escolar e, ainda fazê-lo para além da memorização, da repetição, do treino.

Sabemos que o desafio é imenso e por isso esse material foi idealizado como um apoio, um suporte importante para auxiliar nesse processo que implicará necessariamente em **acolher as crianças** em suas necessidades, interesses, conhecimentos, desconhecimentos e em suas próprias formas de aprender; de modo que possamos de fato ajudá-las a ter acesso ao conhecimento, mas um conhecimento vivo, significativo e que lhes seja essencial para viver melhor e enfrentar novos desafios em suas próprias caminhadas.

1.1 A ESTRUTURA DO MATERIAL DE MATEMÁTICA

A estruturação desse material segue uma lógica diferente da maioria dos livros didáticos ou apostilas usadas nas escolas das redes municipais de ensino. O intuito, ao organizá-lo, foi justamente o de **oferecer algo novo, algo diferente** daquilo que o(a) professor(a) já dispõe como recurso de ensino na área de Matemática.

Ao propor um trabalho pedagógico por meio de Sequências Didáticas[1], parte-se do pressuposto que as crianças não aprendem Matemática item por item, num encadeamento linear de conceitos, mas sim interagindo com o objeto de conhecimento em variadas situações plenas de sentido para elas.

Por meio desse material busca-se contribuir para a criação de uma nova cultura de trabalho em sala de aula, na qual as crianças aprendem **em situação de resolução de problemas,** agindo de forma efetiva nessas situações, sem a preocupação com o erro ou o acerto. A ideia é partir do que já sabem para darem-se conta do que ainda lhes falta, usando o **erro** como aliado importante no processo de aprendizagem.

Pretende-se que esse material contribua de forma efetiva para realização de um trabalho mais instigante, envolvente e inclusivo para seus(suas) estudantes. Mas que também ajude você - professor(a) dos anos iniciais - a compreender melhor **como as crianças aprendem Matemática, que dificuldades enfrentam nesse processo e, sobretudo, como podemos ajudá-las na superação dessas dificuldades e na construção de uma autoimagem mais positiva em relação à sua própria capacidade de aprender.**

A seguir, são apresentadas algumas informações específicas sobre a estrutura e organização do material de Matemática, bem como algumas orientações gerais a respeito de sua utilização em sala de aula. Para facilitar a leitura e visando manter a objetividade que esse tipo de texto necessita, as informações foram organizadas por meio de perguntas e respostas.

---

[1] Para uma melhor fluidez do texto, utilizam-se ao longo desse Caderno as abreviaturas SD - para Sequência Didática e SD's - para Sequências Didáticas.

1.1.1 O que é uma Sequência Didática?

Partindo do pressuposto de que a Matemática é uma ciência da inteligência humana e não da realidade, entende-se que os objetos de aprendizagem desse componente curricular serão sempre de natureza abstrata. Aprender Matemática consiste então em conceitualizar o real.

Dessa forma, as crianças têm melhores condições de aprender quanto mais significativas e variadas forem as situações vivenciadas por elas. Será por meio dessas situações e pelas oportunidades que lhe são oferecidas para pensar, para refletir e trocar pontos de vista sobre os problemas oriundos dessas situações, bem como sobre os seus próprios modos de enfrentamento, que elas desenvolverão o pensamento matemático.

Nesse material, denomina-se Sequência Didática (SD), **um conjunto de atividades de estudo organizado em torno de um elemento disparador** - que pode ser um jogo, um recurso visual, um problema matemático específico, um texto, uma brincadeira etc. e que **foi concebido para constituir uma situação significativa por meio da qual os(as) estudantes poderão construir certos conhecimentos e desenvolver determinadas habilidades e competências.** As atividades são articuladas entre si e se desenvolvem em diferentes etapas que visam um aprofundamento gradual, embora não linear dos objetos de aprendizagem.

1.1.2 Quais as principais características das SD’s propostas nesse material de Matemática?

A principal característica é a ideia de que as atividades propostas são pensadas para colocar o pensamento das crianças em ação. Nesse sentido, são **atividades provocadoras.** As SD’s propõem um trabalho que parte da **resolução de problemas** e não da apresentação de uma sequência linear de conteúdos. Os conhecimentos são explorados numa perspectiva de rede, de uma trama de conceitos, portanto uma mesma SD trabalha com diferentes conceitos matemáticos e um mesmo conceito matemático será estudado em diferentes SD’s.

Não se trata de atividades desenvolvidas para treinar ou praticar regras e/ou procedimentos ensinados anteriormente, mas de propiciar às crianças oportunidades de formular e testar hipóteses; de aprender a partir do que já sabem, e também contra o que já sabem - modificando “velhas" ideias.

São atividades essencialmente lúdicas, que visam dar oportunidade às crianças de brincar com ideias matemáticas, sem o compromisso com o acerto. Atividades que permitam às crianças errar, provocando também a reflexão sobre o erro.

Todas as SD's partem de um elemento disparador - em geral um jogo - em torno do qual são propostas variadas atividades que estimulam o **trabalho em grupos**, as **investigações matemáticas**, as **discussões coletivas**, e a **validação das ideias pelas próprias crianças com a mediação do(a) professor(a)**.

1.1.3 É possível trabalhar com as SD's propostas nesse material sem ter uma formação específica para isso?

Sim. Um dos pressupostos básicos dessa concepção de aprendizagem é que **não há separação entre o tempo do fazer e do aprender.** Não é necessário - nem possível - **saber antes para fazer depois.** Isso serve tanto para as crianças quanto para seus(suas) professores(as).

Embora as Sequências Didáticas, apresentadas aqui, trabalhem com uma lógica de ensino diferente daquela usada por grande parte de nós, professores(as), e envolvam experiências de aprendizagem que, em geral, não foram vivenciados por nós nem como estudantes, nem como educadores(as), entende-se sim que é possível trabalhar com elas na escola, pois à medida que se faz algo novo vai-se aprendendo a fazer.

Obviamente é de suma importância a leitura prévia da SD escolhida para compreender a sua lógica, como ela se estrutura etc. Mas ainda que se faça essa leitura, certamente surgirão dúvidas diversas à medida em que forem desenvolvidas com as crianças. Seja qual for a natureza dessas dúvidas - como por exemplo a finalidade de uma atividade ou o pressuposto que fundamenta determinada proposta - sugere-se que você volte a este Caderno de Orientações Gerais e consulte-o sempre que sentir essa necessidade.

Outro recurso importante de apoio, serão os vídeos orientadores, que acompanham e trazem explicações específicas para cada uma das sequências didáticas presentes nos quatro cadernos.

1.1.4 Posso começar a trabalhar com as SD's dos cadernos de atividades sem ter lido - na íntegra - este primeiro caderno?

Sim. Assim como já citado na questão anterior, é importante que se faça uma leitura prévia da Sequência Didática escolhida, até para saber o que será proposto, quais materiais serão utilizados etc. Contudo, compreende-se que as demandas do cotidiano escolar nem sempre permitem que todas as leituras sejam feitas anteriormente. Espera-se que o material desse Caderno de Orientações Gerais possa ser um apoio importante à medida que as SD's forem sendo aplicadas e as dúvidas forem surgindo.

Vale ressaltar novamente que não se deve separar **o tempo do fazer e o tempo do aprender.** É possível - e desejável - que se aprenda fazendo, nesse caso específico aplicando as atividades das SD's.

1.1.5 As SD's precisam ser trabalhadas na ordem em que são apresentadas nos cadernos de atividades?

Não. As Sequências Didáticas são totalmente independentes umas das outras e encerram em si um conjunto de propostas e atividades que são também independentes das outras sequências. Elas também não precisam ser trabalhadas na ordem em que são apresentadas nos cadernos.

Portanto, cada professor(a) pode escolher de acordo com a sua necessidade aquilo que gostaria de trabalhar, aquelas experiências que deseja oportunizar para seus(suas) estudantes vivenciarem no momento, de acordo com as dificuldades ou interesses das crianças.

A separação em quatro cadernos foi feita para facilitar o manuseio do material, de forma a apresentar uma estrutura mais concisa.

1.1.6 É necessário trabalhar, ao longo de um ano letivo, com todas as SD's apresentadas nesse material?

Não. Isso nem seria possível, uma vez que são muitas e elas demandam tempo. As sequências didáticas, sugeridas aqui, procuram respeitar o tempo de aprendizagem das crianças, que nem sempre coincide com o tempo de ensino.

Assim, as atividades propostas são essencialmente lúdicas e preveem diferentes desdobramentos, portanto as crianças precisam de tempo para brincar com as ideias, formular hipóteses, realizar tudo no tempo delas.

Além da dedicação que cada SD demanda, há também uma variante de tempo no que diz respeito ao interesse das crianças, pois em muitos momentos elas podem querer, por exemplo, jogar mais vezes o jogo proposto, ou discutir mais demoradamente sobre as diferentes estratégias usadas para resolver algum desafio. A interação pode trazer novidades e ditar um ritmo diferente daquele planejado.

Por esse motivo, sugere-se que as sequências didáticas apresentadas neste material possam ser trabalhadas ao longo dos três primeiros anos do Ensino Fundamental.

1.1.7 Há conhecimentos prévios específicos que são esperados das crianças, para que elas possam trabalhar com as SD’s desse material?

Não. Conforme foi citado na questão anterior, não existe uma ordem certa das sequências, portanto não há conhecimentos prévios esperados. Ao entender que para trabalhar uma sequência, seria interessante trabalhar outra anteriormente, haverá essa sugestão, no entanto sempre é possível desenvolver uma SD de forma independente das demais.

Aprendemos fazendo e refletindo a respeito **do que fazemos e do como fazemos.** Da mesma forma que o material de Língua Portuguesa procura **romper com a ideia de que apenas quem lê e escreve convencionalmente pode fazê-lo**, parte-se do pressuposto de que as crianças não precisam ter um conhecimento formal acerca de determinados conceitos matemáticos para usá-los na resolução de problemas.

Isso porque os conhecimentos são trabalhados em sua forma **operatória** e não **predicativa** (conhecimento em ação e não, necessariamente, em palavras). Por meio das SD’s desse material espera-se que as crianças usem seus conhecimentos, que coloquem em ação o que já sabem. Assim elas resolverão os problemas mobilizando recursos pessoais, lançando mão de procedimentos que podem ser muito diferentes daqueles que nós - como adultos escolarizados - usaríamos. Quando um conhecimento não for suficiente para dar conta da situação proposta, a criança irá rever suas ideias, reelaborar seus procedimentos, modificar seus esquemas de conhecimento e é justamente esse o movimento da aprendizagem.

1.1.8 Como escolher a SD mais adequada para o trabalho com as defasagens de aprendizagens dos(as) estudantes?

No início de cada Caderno de Atividades do Professor há um quadro com a relação das Sequências Didáticas do referido caderno no qual são indicados os objetos de conhecimento trabalhados em cada uma delas, bem como os objetivos de aprendizagem, previstos no Referencial Curricular do Paraná e Referencial Curricular em Foco para os três primeiros anos do Ensino Fundamental. Também traz em destaque o elemento disparador de cada SD.

Sua escolha pode então ser pautada pelo objeto de conhecimento, pelos objetivos de aprendizagem, ou ainda, pelo elemento disparador. Destaca-se que um mesmo objeto de conhecimento e/ou objetivo de aprendizagem será explorado em diferentes SD’s, da mesma forma que uma SD sempre envolverá diferentes objetos de conhecimento e objetivos de aprendizagem.

É importante lembrar que se trata de propostas lúdicas que visam oferecer oportunidades às crianças para desenvolverem o pensamento lógico-matemático e construírem **noções fundamentais** para a aprendizagem de conceitos mais específicos da Matemática. Interagindo com os conhecimentos em um ambiente lúdico, estamos permitindo que as crianças façam descobertas fundamentais, que construam conhecimento por si mesmas, uma vez que o tempo de ensino na escola não costuma oferecer muito espaço para esses *insights* tão necessários.

Portanto, conforme já mencionado, a lógica e a organização deste material não é a mesma dos livros didáticos em geral. Acredita-se que o conhecimento é construído quando o sujeito relaciona diferentes conceitos. Os conhecimentos matemáticos são trabalhados em conjunto, não isolados por tema específico. Buscou-se algo diferente daquilo que entendemos como um “treino” para dar respostas certas. O intuito é propor situações em que a criança possa usar os conhecimentos que ela já dispõe, perceber o que ainda lhe falta, reelaborar o que ela já sabe e criar novas aprendizagens, mediadas pelo(a) professor(a).

1.1.9 As SD’s precisam ser trabalhadas na íntegra, isto é, realizando-se todas as etapas sugeridas no material do(a) professor(a) e com a realização de todas as atividades do material dos(as) estudantes?

Todas as SD's foram desenvolvidas com base em estudos e vivências com crianças da Educação Básica e não se trata simplesmente de um compilado de atividades. Há uma lógica que orienta sua organização. As atividades são complementares umas às outras, visando a construção do conhecimento de forma espiral.

Porém, há também uma flexibilidade. É possível que você perceba que algumas propostas contidas na SD selecionada não são tão significativas para seu grupo de estudantes e opte por não fazê-las. Mas tenha em mente que o trabalho pode ser mais rico quando se utiliza a proposta completa.

É possível também que você opte por utilizar, em determinado momento, apenas o elemento disparador da SD (que geralmente é um jogo). Um mesmo jogo (ou um outro elemento disparador) pode - e deve - ser retomado em diferentes momentos. A riqueza está naquilo que a interação trará como novidade a cada vez que as crianças jogam um mesmo jogo ou usam um mesmo elemento disparador (resolvendo situações-problema diferentes).

É preciso cuidar para não reduzir as SD’s apenas às folhas de atividades, pois isso muitos livros didáticos já trazem. Aquilo que é feito **fora do papel** se constitui na essência dessa proposta. Não se pode esperar resultados diferentes quando fazemos “mais do mesmo”.

1.1.10 É possível intercalar o trabalho com diferentes SD’s?

Sim. É possível trabalhar com mais de uma SD concomitantemente. Ressalta-se que ninguém é mais indicado para determinar o que será melhor para um grupo de estudantes do que os(as) professores(as). Você pode escolher trabalhar na íntegra ou em partes, pode intercalar sequências, pode voltar em uma sequência já trabalhada e trazer novos elementos de sua própria experiência, etc.

Vale aqui pensarmos, mais uma vez, na ideia de um currículo em espiral, em que um mesmo objetivo de aprendizagem pode ser trabalhado em diferentes momentos e não apenas em um momento estanque. A cada retomada, propõe-se um avanço, busca-se algo a mais. A escola, tradicionalmente, reserva dias ou semanas para trabalhar algum objetivo específico, o que acaba por fazer com que os(as) estudantes tenham um aprendizado compartimentado, como se “abrisse uma gaveta” e depois fechasse e nunca mais utilizasse o que fez naquela ocasião. Por isso, não é raro encontrar estudantes de Ensino Médio, por exemplo, com dificuldade em fazer cálculos simples de divisão, pois a eles foi dada a oportunidade de resolver essas operações apenas nas séries iniciais, não retomando e avançando na aquisição de conhecimentos com o passar do tempo. A ideia é que um mesmo conhecimento matemático possa ser retomado ao longo do ano.

Um bom exemplo é a Tira Numérica, usada como elemento disparador em mais de uma SD, mas que também pode e deve ser usada como ferramenta de apoio pelas crianças ao longo do ano.

Vale lembrar que por se tratarem de atividades essencialmente lúdicas, essa constante visita ao que já foi trabalhado não é enfadonha. Num jogo, por exemplo, as regras são sempre as mesmas, mas cada partida é diferente, pois a interação entre jogadores(as) sempre trará novidades.

1.1.11 Uma mesma SD pode ser trabalhada com crianças dos diferentes anos curriculares?

Sim. O elemento disparador é o mesmo, mas a forma de resolver os problemas propostos, de responder às questões apresentadas será diferente, de acordo com as possibilidades e competências das crianças que estão em diferentes níveis de aprendizagem. Por não se tratar de um exercício fechado, para o qual existe uma única forma de resolver, as crianças vão elaborar estratégias próprias de solução.

Vale lembrar que Piaget apresentava o mesmo problema para crianças de diferentes idades, analisando os processos de resolução, sem categorizar as respostas como "certo" ou "errado". Ao invés de observar o que a criança não sabia, Piaget procurava analisar qual tipo de conhecimento havia nas respostas dadas:

> [...] mais do que revelar o que a criança não pode fazer, **Piaget nos revela o que a criança pode fazer em cada momento de sua vida, qual a sua capacidade, qual o seu potencial.** Em que isso muda o nosso modo de trabalhar com a criança dentro da escola e organizar seu conteúdo? Muda no seguinte aspecto: **é que os fenômenos, em princípio, não estão proibidos a ninguém.** Veja na física, por exemplo, o arco-íris é um fenômeno aparentemente complexo. Há pouco tempo atrás, um físico ganhou um prêmio por ter conseguido explicar, pela mecânica quântica, o fenômeno do arco-íris. Mas veja, **não é porque o arco-íris é explicado de uma maneira tão complexa que eu vou impedir a criança de olhar o arco-íris e dar sua própria explicação, a sua própria interpretação.** Ela tem uma posição em relação a ele e sua própria maneira de interagir e compreendê-lo.[2] (VASCONCELLOS, M. S., 1996, p. 107-108, grifo nosso).

Além disso, em função da pandemia do Covid-19, temos crianças que ficaram quase dois anos afastadas do ambiente escolar e dos estudos, portanto, temos agora turmas com estudantes em variados níveis de aprendizagem. São crianças que muitas vezes terão dificuldades em acompanhar o programa curricular do ano específico no qual estão matriculadas. Crianças matriculadas no terceiro ano, por exemplo, podem não dar conta dos objetivos de aprendizagens desse ano específico porque não tiveram experiências suficientes com os objetos de conhecimento em questão. Essa defasagem é uma realidade e precisamos lidar com ela, assim as propostas didáticas desse material são acessíveis às crianças de diferentes níveis, mas ao mesmo tempo desafiadoras para aquelas que já podem ir além.

1.1.12 Por que um mesmo objeto de conhecimento é trabalhado em diferentes SD's? Isso não acaba sendo repetitivo?

Para aprender é necessário repetir porque aprender também é **recomeçar, voltar atrás.** Essa repetição não é aquela destituída de significado, mas uma repetição com compreensão do que se faz e do porquê se faz, que visa o aperfeiçoamento de certas habilidades e até mesmo a automatização de um certo repertório de respostas.

---

[2] Depoimento de João Antonio Filocre Saraiva, professor de Física da UFMG.

A repetição proposta aqui não é aquela em que a criança faz diversas vezes um mesmo exercício, mudando apenas alguns números. Considera-se que é importante trabalhar um mesmo objeto de conhecimento em situações diferentes.

Como exemplo, temos a leitura e escrita de números. É de extrema importância que as crianças utilizem a leitura e a escrita de números em diferentes contextos (em um jogo, na leitura de um texto, no uso que fazemos dos números em nosso dia-a-dia etc.). Isso ocorre porque quando se utiliza o mesmo conhecimento em contextos diferentes, observa-se aquilo que se conserva apesar do que se modifica.

Neste material, você vai perceber que os números até o 100, por exemplo, são trabalhados em diferentes Sequências Didáticas. Há momentos em que eles são explorados num quadro dos números, outras vezes na reta numérica de 10 em 10, em um jogo (por exemplo, Juntando 50 reais, Faça o maior número, Trilha do arco-íris), em um ditado de números, na leitura dos números registrados pelo(a) professor(a), entre outros. Propõem-se isso com o intuito de que as crianças percebam aquilo que muda e o que permanece nos números, apesar dos diferentes contextos em que estão inseridos. É importante ressaltar que mesmo quando exploramos de forma mais sistemática esse intervalo numérico específico, não o fazemos de forma desvinculada de intervalos maiores dos quais ele faz parte (números até mil, até o milhão etc.) e do próprio conjunto dos números naturais do qual faz parte.

1.1.13 Por que uma mesma SD trabalha com diferentes objetos de conhecimento matemático?

Porque nós não aprendemos item por item de maneira fragmentada. Os conceitos se conectam como em uma rede que lhes tece os seus significados. O cérebro só registra aquilo que é significativo para quem aprende e o significado se constrói justamente na capacidade de estabelecer relações entre os diferentes conceitos.

1.1.14 As SD's propostas nesse material podem substituir o Livro Didático ou a apostila no trabalho com a Matemática durante o ano letivo?

Embora as SD's, apresentadas nesse material, contemplem a maior parte dos objetos de aprendizagem dos três primeiros anos do Ensino Fundamental, alguns deles podem ser tratados de maneira mais geral, sem muito aprofundamento, como **uma noção mais ampla,** ou apenas na sua relação com outros objetos de conhecimento. Ressalta-se, ainda, que nesse material trabalha-se essencialmente com a unidade temática **Números e Álgebra**. Objetos de aprendizagem de outras unidades temáticas, como grandezas e medidas, tratamento da informação e geometrias também se fazem presentes em algumas das SD’s dos cadernos de atividades, mas são trabalhados em sua relação com o eixo de números. Não são apresentadas aqui SD’s específicas para o trabalho com esses eixos.

Trata-se portanto de um material complementar, que visa oferecer experiências diferenciadas de aprendizagem no campo numérico, vivências lúdicas e que privilegiam a forma operatória dos conhecimentos. Cada professor(a) poderá utilizar esse material da forma que julgar mais adequada e de acordo com as necessidades de seus(suas) estudantes.

BLOCO 2

OS NÚMEROS NA ROTINA ESCOLAR

Além do trabalho com as SD’s propostas neste material, sugerem-se alguns recursos e/ou práticas que podem ser incorporadas à sua rotina com as crianças para enriquecer o trabalho pedagógico e propiciar mais oportunidades de aprendizagem, sempre de forma lúdica e carregada de sentido para elas.

Vale ressaltar aqui que **o eixo central e estruturante da nossa proposta é a resolução de problemas.** Assim, todos os recursos apresentados a seguir partem do pressuposto que as crianças aprendem resolvendo problemas e não por meio de explicações e aplicação de regras, fórmulas ou algoritmos apresentados pelo(a) professor(a)[1].

É essencial que o(a) professor(a) sempre encoraje seus(suas) estudantes a elaborarem procedimentos próprios. Entretanto, convém destacar que se os modelos matemáticos, as fórmulas e os algoritmos não devem ser colocados no plano inicial da aprendizagem, isso não significa que devam ser eliminados no trabalho com a Matemática escolar. Os algoritmos convencionais não devem ser tomados como ponto de partida, e sim de chegada, sendo o último passo de um processo de evolução de procedimentos. Dessa forma, haverá um momento para a discussão sobre esse tipo de procedimento de cálculo, mas o ideal é que isso só ocorra quando os(as) estudantes estiverem muito seguros de seus próprios procedimentos e tiverem condições de compreender como e porque os algoritmos convencionais funcionam. Até lá há um longo processo a ser percorrido.

2.1 SUCESSÃO NUMÉRICA ORAL

Recitar uma série numérica é uma habilidade que as crianças desenvolvem muito cedo. Não é incomum ver bebês por volta dos dois anos de idade “contando" até o dez, mesmo que omitindo alguns elementos desta série.

Ainda que possa parecer uma repetição desprovida de sentido, uma vez que se trata apenas da memorização de uma série de palavras, aos poucos as crianças vão tentando atribuir sentido a esse recitado. Se os adultos que interagem com uma criança realizam contagens diante dela ou até mesmo para ela, é muito provável que essa criança imite-os em suas brincadeiras, contextualizando o recitado para situações específicas.

---

1 Os blocos 3 e 4 explicitam a compreensão acerca do papel da resolução de problemas na aprendizagem de Matemática e trazem orientações específicas para o desenvolvimento das atividades de ensino na perspectiva da resolução de problemas.

Aquilo que começa como um ato lúdico, realizado muitas vezes pelo puro prazer que encontram na sonoridade daquela série de palavras, vai se constituindo, aos poucos, em algo que mais tarde, lhes servirá como ferramenta.

Embora recitar uma série oral não corresponda ao verdadeiro contar - para o qual é necessário construir e coordenar diferentes esquemas de ação - esse recitar pode promover descobertas importantes para as crianças.

Ao ampliar a série numérica, as crianças têm a oportunidade de descobrir as regularidades (regras) da numeração falada, ao ponto de perceber que conhecendo os nomes das dezenas exatas, podem contar até um número muito alto, pois cada uma delas se combina com os números de 1 a 9. Note que essa regularidade não é evidente senão a partir do 16 - “dez e seis” - daí a importância de recitar séries mais longas.

Nesse processo de apropriação da série numérica até o 100, é comum que as crianças realizem contagens de forma bastante original, como por exemplo:

> [...] vinte e oito, vinte e nove; "vinte e dez"...

Aquilo que vemos como um erro, revela uma criança pensando na lógica da sequência. Se um adulto informar à criança que depois do vinte e nove vem o trinta ou que esse "vinte e dez", recebe o nome de trinta - porque não deixa de ser vinte e dez - ela pode se corrigir, nomeando a seguir o trinta e um, trinta e dois etc. até chegar ao trinta e nove e, possivelmente, já buscar ajuda do adulto para lhe dizer o nome correto do "trinta e dez" e então continuar a contagem a partir do quarenta. Veja no quadro abaixo um relato muito interessante envolvendo a experiência de recitar séries numéricas:

> Gustavo - um menino de 5 anos - que adorava recitar séries numéricas, descobriu que além de realizar contagens de 1 em 1, poderia fazê-lo também de 10 em 10 e de 100 em 100. Na contagem de 10 em 10, começou indo até o 100, mas logo quis estender a série, recitando-a inicialmente, da seguinte forma:
>
> - cem e dez; cem e vinte, cem e trinta; cem e quarenta [...] cem e noventa... cem e cem...

Sua mãe lhe informou que o "cem e cem” se chamava **duzentos.** Não demorou muito para ele perceber que sempre que chegava em um número terminado em noventa, a primeira palavra - aquela correspondente à centena - mudava, combinando-se novamente com os números de 10 a 90. E assim, o Gustavo divertia-se recitando séries numéricas, em casa, no carro, no parque.

Certo dia, ainda aos 5 anos, ele disse que **o duzentos era a mesma coisa que duas vezes o cem:**

- o duzentos bem que podia se chamar cem e cem, mas preferiram dar o nome de duzentos para ele!

Alguns dias mais tarde, em suas contagens de 100 em 100 passou a cometer um erro:

- cem, duzentos, trezentos, quatrocentos, "cincocentos", seiscentos, setecentos, oitocentos...

O nome quinhentos (assim como o duzentos e o trezentos) são denominações arbitrárias e podem ser considerados exceções à regra. O quinhentos poderia se chamar "cincocentos", assim como o duzentos poderia se chamar "doiscentos" e o trezentos, "trescentos". **Aquilo que é visto como um erro pode ser interpretado como uma hipótese muito inteligente que não se confirma na realidade.** Essa elaboração da criança contribui muito mais para a aprendizagem do nosso Sistema de Numeração, do que o “acerto" (a recitação correta, porém mecânica da série oral).

Esse tipo de elaboração leva as crianças a pensarem no significado do sufixo **cento.** Foi por meio desse “erro" que André, irmão do Gustavo, ao recitar repetidas vezes (como brincadeira) a série de 100 em 100 um dia disse o seguinte:

Antes eu achava que o mil devia chamar **dezcentos**!

Gustavo e André não possuem um talento especial para a Matemática. São apenas crianças que tiveram muitas oportunidades de brincar com números, o que significa **brincar com ideias.** São crianças que desde muito cedo foram estimuladas a pensar sobre os números e não tinham recebido até então nenhuma instrução formal acerca deles.

Esse brincar com números - no plano das ideias - é imprescindível para que as crianças compreendam o nosso Sistema de Numeração Decimal, para que os seus conhecimentos acerca desse sistema não se reduzam a um ritual associado às **unidades, dezenas e centenas**, absolutamente desprovido de significado para elas.

As crianças com as quais você trabalha não tiveram oportunidades de brincar com os números em casa ou em suas experiências anteriores na escola?

Então é hora de fazerem isso! Não importa se estão matriculadas no primeiro, no segundo ou no terceiro ano do Ensino Fundamental. Sem brincar, sem formular hipóteses que não se confirmarão na realidade (ou seja, sem errar!), sem ter a oportunidade de pensar livremente e se perguntar a respeito da organização, da lógica do nosso Sistema de Numeração, elas não irão compreendê-lo, embora até possam dar “respostas corretas” aos exercícios propostos.

Lembre-se que aprender não é o mesmo que memorizar e que o tempo do brincar não é nunca um tempo perdido para as crianças, mas sempre um tempo de investir nas aprendizagens. **Aparentemente, caminha-se mais devagar em relação aos conhecimentos escolares, mas na verdade, apenas caminha-se de um jeito diferente, que não é o linear.**

Para concluir, lembramos que o fato de conhecer a série numérica oral não significa necessariamente que as crianças possam usá-la para realizar contagens. Para contar, precisam saltar numerosos obstáculos e desenvolver uma série de habilidades, as quais serão trabalhadas em diferentes SD’s desse material (como por exemplo a SD Jogo dos Pratinhos - proposta no caderno 2). Veja o que dizem as pesquisadoras argentinas Duhalde e Cuberes (1998), sobre essa questão:

> Quando as crianças podem:
> - estabelecer a correspondência um a um;
> - manter a ordem das palavras numéricas;
> - etiquetar cada objeto uma só vez sem omitir nenhum;
> - considerar que o último número mencionado representa a quantidade total de elementos do conjunto, e que este é independente da ordem em que se numerem os elementos, podemos dizer que conseguiram o verdadeiro contar. (DUHALDE, M. H; CUBERES, M. T. G, 1998, p. 51).

Reconhecendo que recitar não é o mesmo que contar, reforçamos a ideia de que recitar séries numéricas cria um contexto rico para que as crianças pensem sobre importantes relações numéricas. Assim, sempre que uma criança mostrar interesse por recitar séries numéricas, incentive-a! É muito importante encorajá-la a avançar e estender cada vez mais essa série ou a forma de recitá-la (1 em 1, 10 em 10, 100 em

100...), peça que recite para seus colegas e que explique como pensou. Promova brincadeiras em roda, em que as crianças recitem essas séries. Você verá que elas aprendem muito brincando com números.

2.2 NÚMEROS "MUITO GRANDES”

As crianças, em geral, têm muito interesse pelos números grandes, números com muitos zeros. Ficam maravilhadas com a ideia de infinito, pois parece algo mágico para elas. Encantam-se quando começam a descobrir que em relação aos números, quase tudo é relativo: ora 10 é muito, ora 10 é tão pouco... ora parece não existir nada maior que o 100, depois descobre-se quão pequeno ele é diante do mil e do milhão!

Para uma criança, trata-se˜de um universo todo a ser desvendado.

E como a escola, em geral, lida com tudo isso? Que oportunidades oferece para aguçar a curiosidade das crianças em relação aos números? Será que nossos(as) estudantes têm de fato oportunidade de brincar com os números antes que estes lhe sejam ensinados formalmente?

É importante que as crianças tenham oportunidade de interagir com os números em situações informais, ou seja, sem uma intenção didática propriamente dita.

Da mesma forma que costumamos ler para as crianças pequenas, que colocamos livros à disposição delas, para que explorem o universo da língua escrita muito antes que saibam ler ou escrever, também podemos oferecer-lhes um contexto a partir do qual possam pensar sobre os números de forma mais livre, brincando com eles. Crianças que brincam com os números, sobretudo na oralidade, começam a formular hipóteses de escrita de números sem nenhuma instrução formal acerca de ordens e classes.

Suas ideias podem ser muito originais, como o registro produzido por Rafael, um menino de 6 anos para identificar um ano (2015):

Fonte: Acervo da autora, 2017

Note que ele escreve o número 2, agrega o 1000 (registro espelhado) seguido de um traço e o número 15. Quando questionado sobre o uso do traço, ele explica:

> Não é um traço... é a letra i, porque dizemos **dois mil i quinze!**

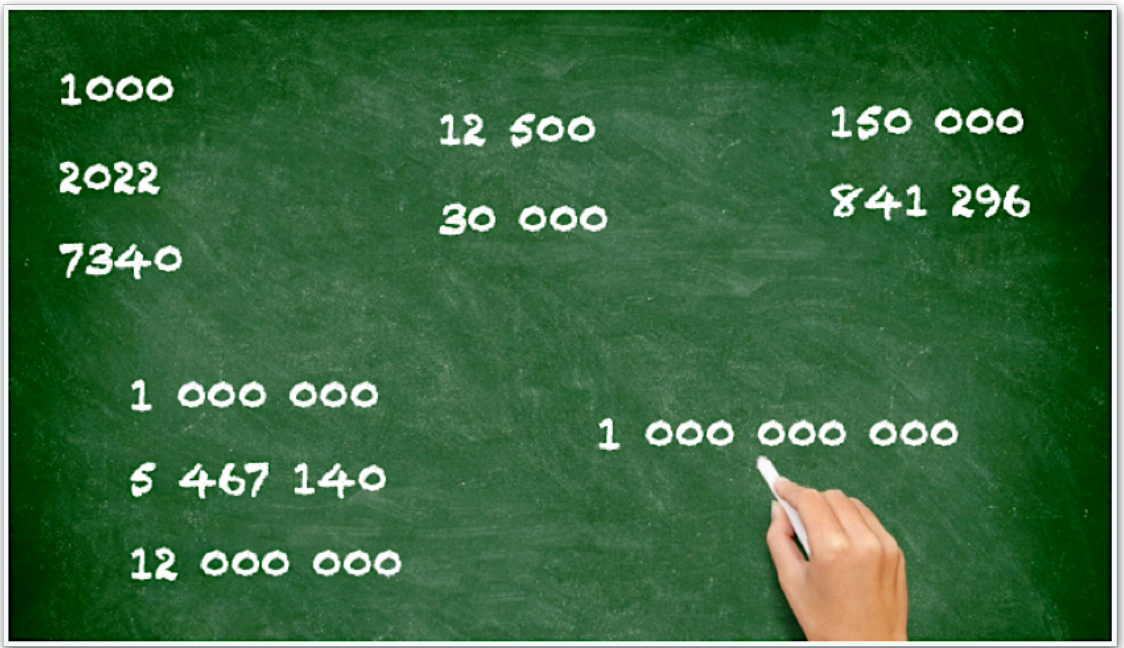
Assim como o Rafael, as crianças de nossas escolas têm ideias muito interessantes a respeito da escrita dos números, mas nem sempre encontram espaço para manifestar suas ideias em um ambiente que acolha suas produções e que leve em conta a importância dessas produções para a compreensão do Sistema de Numeração Decimal. O ditado de números pode ser uma prática muito interessante, quando pensada na perspectiva da elaboração pessoal das crianças, com abertura para as hipóteses de escrita numérica formuladas por elas e não como um momento de verificação da apropriação das regras de escrita convencional dos números. É nessa perspectiva de produção pessoal, que desenvolvemos a SD Ditado de Números, apresentada no Caderno de Atividades do Professor (Volume 4).

Brincando com números “muito grandes” as crianças terão oportunidade de pensar sobre as regras em torno das quais se organiza o nosso sistema de numeração, de fazer constatações acerca daquilo que se repete em uma determinada classe de números, de olhar para esse sistema de uma perspectiva mais ampla antes de trabalhar com seus aspectos mais específicos.

Experimente registrar no quadro de giz ou em um cartaz alguns números conhecidos pelas crianças, como por exemplo o mil; o número relativo ao ano de nascimento delas; o número que mostra o ano atual etc. Registre, também, números "muito grandes" que despertam sua curiosidade, como por exemplo um milhão (1 000 000).

Estes são números que as crianças são capazes de ler, mesmo sem dominar as regras que separam os números em ordem e classes, porque se tratam de números significativos para elas, sobretudo se já costumam brincar com "números grandes".

Mas você pode registrar, ainda, outros números grandes e que não são familiares às crianças. Sugira que comparem os diferentes números registrados, observando em que se parecem e em que se diferem. É possível que as crianças mencionem a existência de um espaço entre os algarismos de alguns dos números registrados. Peça que observem os números do calendário, da fita métrica, do Quadro dos Números e de outros portadores numéricos da classe e que vejam se em algum deles também há esse espaçamento separando alguns algarismos.



Fonte: Adaptação da autora, 2022

Pergunte-lhes em que tipo de números se utiliza esse espaçamento na sua forma escrita. Ouça o que elas têm a dizer. É comum identificarem se tratar de "números muito grandes"; "números com mais de quatro algarismos" (ou dígitos). É possível, ainda, que algumas crianças já falem sobre o papel desse espaçamento para separar as partes "de mil" e/ou "de milhão" da outra parte dos números.

Convém destacar que o espaçamento como separador de "grupo de dígitos" é uma norma estabelecida em 2003 na 22ª Conferência Geral de Pesos e Medidas[2]. Até então era comum, no Brasil, a utilização de pontos como separador "das classes" de um número. Atualmente **o ponto só pode ser utilizado com função de "separador decimal", ou seja, para separar a parte inteira da parte complementar (não inteira).** No Brasil, entretanto, essa função é exercida pela vírgula, enquanto que nos países de língua inglesa e na maior parte dos países asiáticos usa-se o ponto.

O espaçamento tem como objetivo facilitar a leitura de números muito grandes e, embora separe classes de números (como por exemplo milhares), a regra vale apenas para números com 5 algarismos ou mais. Dessa forma, não se deve utilizar esse separador em números de 4 algarismos (por exemplo, 1000, 2020; 1500; 9999).

---

[2] A Conferência Geral de Pesos e Medidas é uma das três organizações criadas para avaliar e gerir o Sistema Internacional de Unidades (SI) nos termos da Convenção do Metro (1875). A cada quatro ou seis anos, essa organização se reune em Paris. Você poderá encontrar mais informações a respeito desse assunto no seguinte vídeo do Grupo Mathema: https://youtu.be/FuRQnbpqBHo

Evidentemente não se tem como objetivo explicar às crianças todas essas regras. Pretende-se, com a atividade sugerida, dar oportunidade a elas, de observar o que se repete e o que muda na escrita dos números apresentados. Observando variados números com mais de 4 algarismos, elas poderão até já perceber que antes do espaçamento pode haver 1, 2 ou 3 algarismos, mas que depois dele sempre haverá 3 algarismos (lembrando que elas podem, nesse momento, se referir aos algarismos com expressões como números; dígitos ou símbolos).

De modo geral, é importante que as crianças tenham a oportunidade de constatar, por si mesmas, algumas características das escritas numéricas, tais como: os números podem ser escritos com quantidades variadas de algarismos, na escrita de alguns números há um espaçamento entre grupos de algarismos e em outros não, há números que têm todos os algarismos diferentes e outros em que um ou mais algarismos se repetem, é possível escrever um número repetindo-se várias vezes um único algarismo etc.

A SD Interpretando Números - apresentada no Caderno de Atividades do Professor (Volume 2) - é um exemplo bem concreto de como é possível colocar o pensamento das crianças em ação, propondo a exploração de números de variadas magnitudes antes de se trabalhar com as regras específicas de composição desses números. Há, inclusive, um vídeo no YouTube que mostra alguns momentos da realização da referida SD em sala de aula[3].

2.3 MÚSICAS E BRINCADEIRAS COM NÚMEROS

Como foi visto no item 2.1, embora o conhecimento da série oral não seja requisito suficiente para a realização de contagens, ele é indispensável. Uma criança não será capaz de contar se não conhecer essa série oral.

Há muitas canções e brincadeiras[4] que ajudam as crianças a memorizar a série oral (crescente e decrescente) e podem ser usadas na rotina escolar. Algumas delas brincam com padrões e regularidades e podem ser muito interessantes para explorar noções relacionadas à álgebra. A seguir seguem algumas sugestões:

2.3.1 Galinha do vizinho (brincadeira de pular corda)

A galinha do vizinho, bota ovo amarelinho.

---

[3] Vídeo no Canal Numeraliza: https://youtu.be/8c_qZtWsRIA

[4] As brincadeiras apresentadas nos itens 2.3.4 a 2.3.8, assim como as sugestões apresentadas nos itens 2.4 e 2.5 são adaptações de propostas apresentadas em publicação do *Institut National de Recherche Pédagogique* (INRP) - (ERMEL, 1991).

Bota **1**, bota **2**, bota **3**, bota **4**, bota 5, bota **6**, bota **7**, bota **8**, bota **9** e bota **10**.

Fonte: Acervo da autora, 2022

2.3.2 Um elefante incomoda muita gente

1 elefante incomoda muita gente, **2 elefantes** incomodam, incomodam muito mais!

3 elefantes incomodam muita gente, **4 elefantes** incomodam, incomodam, incomodam, incomodam muito mais!

5 elefantes incomodam muita gente, **6 elefantes** incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam muito mais!

7 elefantes incomodam muita gente, **8 elefantes** incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam muito mais!

9 elefantes incomodam muita gente, **10 elefantes** incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam, incomodam muito mais!

11 elefantes incomodam muita gente, **12 elefantes...**

2.3.3 Tangomolango

Eram **nove irmãs** numa casa, uma foi fazer biscoito. Deu tangolomango nela e das nove **ficaram oito**.

Eram oito irmãs numa casa, uma foi amolar canivete. Deu tangolomango nela e das oito **ficaram sete.**

Eram sete irmãs numa casa, uma foi falar inglês. Deu tangolomango nela e das sete **ficaram seis.**

Eram seis irmãs numa casa, uma foi caçar um pinto. Deu tangolomango nela e das seis **ficaram cinco.**

Eram cinco irmãs numa casa, uma foi fazer teatro. Deu tangolomango nela e das cinco **ficaram quatro.**

Eram quatro irmãs numa casa, uma foi falar francês. Deu tangolomango nela e das quatro **ficaram três.**

Eram três irmãs numa casa, uma foi andar nas ruas. Deu tangolomango nela e das três **ficaram duas.**

Eram duas irmãs numa casa, uma foi fazer coisa alguma. Deu tangolomango nela e das duas **ficou só uma.**

Era uma irmã numa casa, e ela foi fazer feijão. Deu tangolomango nela e acabou a geração

2.3.4 A sequência muda

O(a) professor(a) bate palmas (ou em algum objeto) e cada criança conta "mentalmente" a sequência numérica correspondente. Quando ele(a) para, uma criança continua a contagem em voz alta.

Numa segunda fase, as próprias crianças podem ser as animadoras, uma de cada vez. A criança "animadora" deve dizer o número escolhido para o(a) professor(a) e bater palmas de acordo com o número escolhido.

2.3.5 O(A) professor(a) que se engana

O(a) professor(a) recita a sequência, mas omite um ou vários números. Quem perceber o erro deve levantar a mão e indicar o número saltado.

Fonte: Acervo da autora, 2022

2.3.6 O foguetão

Uma criança deve contar para trás a partir de um determinado número, assistida pelos(as) colegas. Quando atingir zero, cada uma das crianças deve levantar os dois braços (para simular a partida de um foguete). Posteriormente, é possível tornar a atividade mais complexa, exigindo mais a atenção das crianças: por exemplo, pede-se que ao chegar a determinado número, as crianças façam algum outro gesto (como dar um salto). A atenção das crianças estará voltada, simultaneamente, na contagem da sequência ao contrário e no alvo escolhido.

Fonte: Adaptado de Matemática: fazer e aprender (STAREPRAVO, 2008)

2.3.7 Contagem de dois em dois – a escada

Esta atividade pode ser realizada, inicialmente, em uma escada. As crianças são desafiadas a subir a escada pulando um degrau e mais tarde o(a) professor(a) cola etiquetas com números em cada degrau. À medida que sobem, pulando um degrau, as crianças devem falar o número do degrau pisado, contando, assim, de dois em dois (2, 4, 6, 8 etc.). Pode-se partir também do primeiro degrau, contando, neste caso, os números ímpares (1, 3, 5, 7 etc.).

Posteriormente, a atividade pode ser apenas simulada na sala de aula, colando-se os números no chão (feitos pelas próprias crianças) e variando a sequência (3 em 3, 5 em 5, ou 10 em 10, por exemplo).

Essa brincadeira ajudará as crianças, inclusive, a resolverem problemas multiplicativos, pois é comum que elas recorram a procedimentos aditivos quando se deparam com problemas desse tipo.

2.3.8 O tamborim

O(a) animador(a) desta brincadeira pode ser uma criança diferente a cada dia. Ele(a) escolhe um número extraído do domínio das crianças. Cada uma das demais crianças têm em sua mesa (dispostas em círculo) algumas etiquetas com os algarismos de 0 a 9 (ou um intervalo de números mais altos, como 11 ao 19).

O(a) animador(a) bate em seu tamborim (que pode ser uma panela ou outro objeto qualquer) um número de vezes já comunicado anteriormente ao(à) professor(a). Baixa o tamborim e os(as) estudantes devem levantar a etiqueta com o número correspondente às batidas efetuadas.

2.4 A CHAMADA

As crianças podem aprender muito sobre números e sequência numérica usando uma Tira Numérica para controlar o número de estudantes da classe. Essa tira será o elemento disparador de mais de uma SD, mas optamos por apresentá-la também aqui por se tratar de uma ferramenta que pode - e deve - fazer parte da rotina escolar.

É fácil de se confeccionar (pode ser feita em papel, cartolina, EVA, ou tecido) e deve ficar fixada numa parede da sala, na altura dos olhos das crianças. Por meio dela, as crianças poderão visualizar todos os dias uma sequência numérica que corresponde aproximadamente ao número de estudantes da sala e poderão marcar esse número com grampos, observando seu deslocamento sempre que houver variação nesse número.

Na SD Tira Numérica, do Caderno de Atividades do Professor (Volume 1), você encontrará uma descrição detalhada a respeito desse recurso, bem como objetivos de aprendizagem a ele relacionados e várias sugestões de problemas a serem propostos a partir dessa tira.

Fonte: Acervo da autora, 2022

2.5 QUADRO DOS NÚMEROS

Quadros contendo sequências numéricas fixados nas paredes da sala permitem a visualização de séries mais longas. A disposição espacial desses números em linhas e colunas é bastante propícia à observação de regularidades do nosso Sistema de Numeração.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Fonte: Acervo da autora, 2022

Nesses quadros, a partir da segunda linha, cada uma delas terá números que começam sempre com o mesmo dígito. Já nas colunas - em ambos os quadros - o que se repete é o último dígito. Em cada linha repete-se o primeiro dígito e modifica-se o último. Em cada coluna repete-se o último dígito e modifica-se o primeiro.

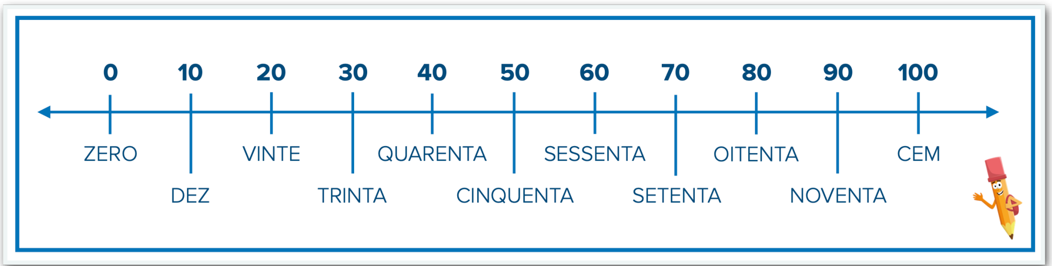
As crianças gostam muito de brincar com esses quadros e são perfeitamente capazes de descobrir as regularidades mencionadas acima. Você pode esconder alguns números do quadro e propor uma brincadeira de detetive, para que descubram (num trabalho em equipes), quais foram os números escondidos. Vale ressaltar que a criança não precisa dominar esse intervalo numérico - ou seja, ser capaz de ler e escrever esses números, tampouco conhecer a nomenclatura relacionada às ordens e classes dos números (unidade, dezena e centena) para resolver o desafio proposto, uma vez que pode fazer isso observando e identificando o padrão da escrita numérica em cada quadro.

SUGESTÃO: comece apresentando somente o primeiro quadro (até 99), proponha que brinquem com ele e descubram suas regularidades. O objetivo principal desse recurso é servir de apoio para o trabalho com a numeração escrita e não como um apoio às contagens (embora possa ser usado também para isso). Portanto é importante que o quadro comece com o zero, somente assim será possível observar as regularidades mencionadas. Depois, ao apresentar o segundo quadro, além de observar as regularidades presentes ali, as crianças poderão compará-lo com o primeiro verificando o que eles têm em comum e o que eles têm de diferente.

Na SD Quadro dos Números, do Caderno de Atividades do Professor (Volume 1), há uma descrição detalhada a respeito desse recurso, bem como objetivos de aprendizagem a ele relacionados e várias sugestões de problemas oriundos de sua utilização nas aulas de Matemática. Outra SD, essa no Caderno de Atividades do Professor (Volume 2), apresenta o **Jogo Completando o Quadro dos Números**, um recurso especialmente rico para o trabalho com nosso sistema de numeração nos anos iniciais.

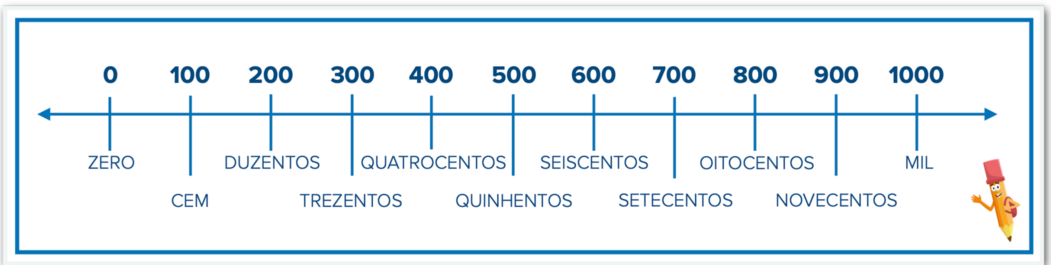
2.6 RETAS NUMÉRICAS

Além da Tira Numérica e do Quadro dos Números até 99, as retas numéricas com o registro dos números de dez em dez até 100 e de cem em cem até o 1000, são recursos visuais muito importantes para as crianças. Além de auxiliar nas contagens de dez em dez e de cem em cem, as retas numéricas favorecem a observação de regularidades na numeração falada, conforme já mencionado no item 2.1 desse bloco.



Fonte: Acervo da autora, 2022

Essas retas numéricas serão usadas em diferentes SD's desse material de Matemática. O Caderno de Atividades do Estudante (Volume 1), traz duas retas, para recortar. É importante ter em sala, também, modelos em tamanho grande que podem ser consultados pelas crianças e usados em discussões coletivas.



2.7 COLEÇÕES

Juntar objetos ao longo de um determinado período de tempo para montar uma coleção se constitui num contexto rico para aprendizagens relacionadas a números. Muitos problemas podem ser propostos às crianças a partir dessas coleções. À medida que elas vão aumentando, torna-se necessário contar quantidades de objetos cada vez maiores e escrever e interpretar números mais altos visando o controle do crescimento.

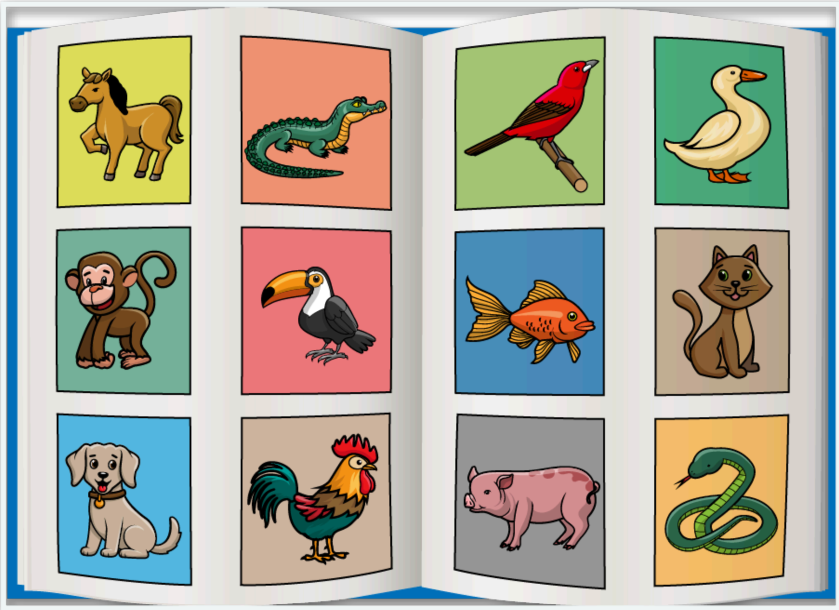
É possível construir um quadro para registro semanal sobre as coleções e, a partir desse registro, analisar junto às crianças a variação no número de objetos durante cada período, bem como fazer a comparação entre o número de objetos de diferentes coleções. É interessante que as crianças saibam que, quando não conhecem a escrita de um número, podem buscar ajuda na Tira Numérica, no Quadro dos Números ou em instrumentos de medidas como a régua, fita métrica, calendário etc. Além disso, também podem produzir escritas numéricas não convencionais que podem se tornar objeto de discussão na classe.

Quando o número de objetos das coleções começa a crescer muito, as crianças costumam agrupá-los para contar. É muito importante incentivar a realização de agrupamentos para que as crianças percebam o quanto esse recurso pode ajudá-las a não "se perder" durante a contagem. Além disso, a ação de operar, - adicionando as quantidades de cada grupo - aparecerá naturalmente, como ferramenta útil ao controle das quantidades.

Uma proposta que envolve muito as crianças é a montagem de um álbum de figurinhas coletivo. Pode ser um álbum que está disponível no mercado (por exemplo figurinhas do campeonato brasileiro de futebol ou outro). As crianças podem, ainda, criar um álbum de figurinhas relacionado a algum tema de estudo de outro componente curricular (por exemplo sobre animais, alimentos saudáveis, personagens da história, mulheres cientistas etc.).

Nesse último caso, é interessante que primeiro tenham contato com um álbum de figurinhas publicado oficialmente e conversem sobre a sua organização e sobre os elementos importantes que não podem faltar em um álbum. Essa será uma excelente oportunidade para pensar sobre a função dos números nas figurinhas e também sobre o quadro numérico que é colocado, em geral, na última página do álbum para o controle do seu preenchimento.

Criar um álbum de figurinhas coletivo pode se constituir numa situação didática muito rica, uma vez que as crianças farão perguntas sobre os números a partir do seu uso social e também precisarão **ordenar, produzir** e **interpretar** números, ações fundamentais para a compreensão do nosso Sistema de Numeração.[5] Além disso, há um forte caráter interdisciplinar nessa proposta.



Fonte: SEED / ASCOM, 2022

2.8 PORTADORES NUMÉRICOS

Denomina-se portadores numéricos objetos e/ou instrumentos de uso social que contêm números, como por exemplo o controle remoto da TV, um aparelho de telefone, cédulas de dinheiro, álbum de figurinhas, livros (por conta da sua paginação), calculadora e instrumentos de medida (como o relógio, calendário, fita métrica, balança digital, copo de medidas, termômetro, entre outros).

É importante que esses portadores - a maior quantidade possível deles - estejam presentes nas salas de aula (ou outro espaço de trabalho com a Matemática), pois eles se constituem em recursos muito ricos para provocar o pensamento das crianças a respeito dos números e podem servir de apoio importante para as atividades de produção, interpretação e ordenação de números e até mesmo para operar com eles.

O uso desses portadores é explorado em diferentes SD's desse material, sendo que alguns deles se constituem no elemento disparador da sequência. Mesmo assim optou-se por destacar alguns deles aqui, por considerar que podem enriquecer muito

[5] De acordo com as pesquisadoras argentinas Lerner e Sadovsky (1996) **ordenar, operar, produzir** e **interpretar** são atividades básicas e inerentes ao trabalho com o Sistema de Numeração Decimal. As referidas autoras apontam essas quatro atividades básicas como os grandes eixos ao redor dos quais devem se organizar as situações didáticas para a aprendizagem do nosso sistema de numeração.

o ambiente de aprendizagem das crianças quando incorporados à rotina do trabalho escolar.

2.8.1 Relógio

Um relógio de ponteiros pode ajudar as crianças a se situarem em relação à rotina do dia. Mesmo que não saibam ainda ler as horas, a sua utilização diária na escola levará as crianças a pensarem sobre a lógica de marcação de tempo por meio desse instrumento e a se fazerem perguntas sobre ele. Ressalta-se que o interesse e a curiosidade das crianças são fatores de suma importância na aprendizagem. Elas podem aprender muito mais sobre a leitura de horas usando o relógio todos os dias (situação mais informal) do que em aulas específicas sobre isso.

É comum, na escola, as crianças perguntarem quanto tempo falta para o recreio ou para uma atividade especial, aguardada com ansiedade por elas. Nessas situações, em vez de dar uma resposta direta em minutos ou horas, você pode, por exemplo, responder assim:

> Quando o ponteiro grande chegar no número 6, então estará na hora de fazermos....

Esse tipo de atitude levará as crianças a se perguntarem sobre a função dos números no relógio, sobre o que representam os risquinhos entre os números e sobre o período de tempo que será marcado naquele movimento específico do ponteiro grande do relógio.

Algumas crianças parecem "aprender sozinhas” a leitura de horas em casa, mas o que acontece de fato é que elas são incentivadas a pensar sobre o uso do relógio no seu dia a dia. Você pode, de tempos em tempos, promover uma roda de conversa com as crianças sobre o que elas já sabem a respeito do relógio (o mesmo vale para outros instrumentos de medida).

Fonte: Acervo da autora, 2022

É interessante colocar um relógio digital na sala e permitir que as crianças comparem os dois instrumentos, que falem sobre o que há em comum entre eles e o que há de diferente. Você pode chamar a atenção para os números que marcam as horas em um relógio digital (que podem ir até 24) e os números que marcam as horas em um relógio de ponteiros (que vai até 12). A partir dessa observação, pode propor a seguinte questão:

> Um dia tem 24 horas. No relógio de ponteiros o maior número é o 12. Como é possível esse tipo de relógio mostrar as horas de um dia inteiro?

As crianças aprendem muito sobre questões que podem ser intrigantes para elas e ainda que não cheguem numa resposta definitiva - ou que não possam compreender totalmente a lógica envolvida na marcação de horas - elas já começam a pensar sobre essas questões, o que lhes fará observar os relógios com olhos de curiosidade.

É possível também chamar a atenção para os números que marcam os minutos no relógio digital (até 59) e perguntar se esses números não aparecem de alguma forma no relógio de ponteiros. Lance isso como um desafio, incentivando-as a descobrir onde “se escondem” esses números (até 59) num relógio de ponteiros.

Note que a ideia não é explicar para as crianças como ler horas ou quais as relações entre os números mostrados nos dois tipos de relógio, mas o de despertar a curiosidade, de incentivá-las a buscar uma explicação que lhes satisfaça. Essa explicação pode ser elaborada pela própria criança em médio ou longo prazo por meio das repetidas provocações que você irá lhes fazer, mas sem dar *spoilers*[6]*!*

Ressalta-se que essa proposta se fundamenta sobre a convicção de que o papel do(a) professor(a) não é o de explicar ou de mostrar como se faz. Veja o que diz o educador chileno Carlos Calvo Muñoz (2012) a esse respeito no Documentário La Educación Prohibida:

> A tarefa do educador consiste então, a todo momento, em mostrar mistérios, mostrar situações da natureza que, mesmo que já estejam descritas pela ciência, não o estão para a criança (aluno). De modo que ele se surpreenda frente a algo e trate de lhe encontrar uma

[6] Esse termo tem origem no verbo *spoil* (língua inglesa) que significa reduzir o prazer, interesse ou beleza de alguma coisa. *Spoiler* é todo texto, vídeo ou fala que revele uma informação sobre um filme, uma série ou um livro antes que você a tenha visto ou lido na própria fonte.

explicação. (Trecho da Entrevista de Muñoz no documentário La Educación Prohibida - Arquivos Abiertos[7]).

2.8.2 Calendário

Na mesma perspectiva com a qual sugere-se o trabalho com o relógio, o uso diário do calendário ajudará as crianças não apenas a construírem noções gerais a respeito das formas como medimos o tempo, como oferecerá também um contexto significativo para pensar sobre a leitura e escrita dos números. A melhor forma de aprender sobre medidas de tempo é usando esses instrumentos como ferramentas importantes em seu dia a dia. As crianças não precisam dominar a leitura e escrita dos números até 60 para então fazer a leitura das horas, ou até 31 para então poder compreender o calendário, será justamente usando esses instrumentos que elas poderão aprender sobre os números contidos ali.

A marcação do dia no calendário deve fazer parte da rotina escolar. Identificar o dia da semana e o dia do mês, relacionando esse número com outros portadores nos quais ele está presente (tira numérica, quadro dos números, régua, fita métrica etc.).

Assim, vale a pena ter um calendário grande fixado em alguma das paredes da sala e todos os dias propor às crianças, perguntas como as que seguem:

Que dia da semana é hoje? Em que dia do mês estamos? Como está o tempo hoje? Há quantos dias está chovendo? Quantos dias ainda faltam para acabar a semana? E o mês?

[7] Disponível em https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/cedoc/detalhe/lep-archivos-abiertos-06-entrevista-com-carlos-calvo-munoz,523536ee-2d93-4746-a681-cea4c414a38f

Pode parecer uma prática antiga, mas continua sendo muito válida pela riqueza de situações-problema que é capaz de gerar.

2.8.3 Balança digital

Uma balança digital é um instrumento simples, fácil de se conseguir e que pode gerar muita discussão sobre a escrita dos números. Por meio dela são propostas interessantes atividades de **ordenação** e de **interpretação** de números.

As crianças podem subir na balança, uma de cada vez e registrar os números indicados no mostrador. Depois, em grupos de 4 ou 5 crianças, podem ser desafiadas a ordenar esses números do maior para o menor, ou vice-versa (somente aqueles relativos à massa das crianças do grupo).

Note que, usando uma balança digital, aparecerão, inevitavelmente, números decimais e isso pode parecer inadequado, uma vez que esses números não fazem parte dos objetivo de aprendizagem dos anos iniciais. Nesse contexto, entretanto, esses números emergem de uma situação significativa para as crianças e elas podem elaborar soluções bem criativas para o problema proposto.

Números com vírgula estão presentes no dia a dia das crianças (no registro de valores monetários, por exemplo) e certamente elas já formularam algumas ideias sobre eles. Ouça o que as crianças pensam sobre esses números. Não há aqui nenhum compromisso com a Matemática formal, é um momento para elaborar hipóteses, para brincar com ideias. Não se espera que as crianças compreendam o que é um número racional ou quais as regras de escrita desses números. O que se deseja, com esse tipo de proposta, é dar oportunidade às crianças de construírem algumas noções muito amplas a respeito desses números, fazendo suas primeiras aproximações ao conceito de números racionais, as quais serão de suma importância quando elas forem realizar um estudo mais aprofundado e sistemático sobre eles.

Mais especificamente, tem-se como objetivo trabalhar com a escrita dos números em uma situação de uso social e familiar às crianças. O fato de emergirem dessa situação números com vírgulas, não deve ser um impeditivo para que trabalhem com esse contexto tão rico, que é o da balança digital. Além disso não se tem como meta, aqui, a obtenção de "respostas corretas". Trata-se de uma exploração lúdica dos números, de um momento para você, como professor(a), observar que sentido as crianças atribuem à vírgula em um número, que tipo de explicação elas irão formular para isso. É para causar surpresa e gerar questionamentos que levarão as crianças a formularem suas próprias explicações.

Fonte: Acervo da autora, 2022

Lembra da citação apresentada no bloco 1 - item 1.11 - quando traz o exemplo da compreensão do fenômeno físico do arco-íris? A partir da perspectiva piagetiana (e também pós-piagetiana), entende-se que os fenômenos, em princípio - e independente da complexidade com a qual possam ser explicados - não estão proibidos a ninguém! Não se espera, aqui, que as crianças expliquem os números com vírgulas da mesma forma que um(a) estudante do sexto ano, por exemplo, seria capaz de fazer. Entretanto, não devemos impedi-las de pensar sobre esses números, de formular hipóteses sobre a sua leitura e escrita, de relacioná-los a outros contextos de uso e de brincar com eles.

São apresentadas, a seguir, algumas perguntas que poderão provocar as crianças, levando-as a pensar sobre os números indicados na balança e, também, a compartilhar diferentes pontos de vista com os(as) colegas:

Pergunta/ questão provocadora	**Observações e comentários**
O que esses números, indicados na balança, têm de diferente daqueles com os quais temos trabalhado em nossas aulas de Matemática?	Ouça o que as crianças dizem. É possível que mencionem a presença da vírgula. Podem dizer, ainda, que se trata de números muito grandes. Aproveite para perguntar quem conseguiu ler o número relativo à sua massa. Lembre-se que tanto o ponto quanto a vírgula, têm a mesma função de separar a parte inteira de parte fracionária. Embora o ponto não seja usado no Brasil, ele aparece, frequentemente, no lugar da vírgula nas balanças digitais.

Vocês já viram em algum outro lugar, além da balança, números escritos dessa forma, com utilização da vírgula?	É esperado que as crianças mencionem os preços de produtos no mercado ou o número que indica a sua altura, entre outros usos dos números decimais com os quais já tenham tido contato. Você pode registrar as informações em um cartaz e depois conversar com as crianças sobre cada situação levantada. Caso nenhuma criança mencione outros contextos de uso dos "números com vírgula", você pode selecionar encartes de oferta de lojas ou supermercados, ou ainda registrar no quadro a sua própria altura para que discutam sobre o significado do número em questão.
Para que se usa a vírgula nos números?	Não se espera, evidentemente, que as crianças saibam que a vírgula separa o inteiro da parte decimal. Entretanto elas podem mencionar a diferença entre reais e centavos, por exemplo. No caso da altura, questione-as sobre as diferentes unidades de medida que conhecem. Elas podem manipular uma fita métrica e identificar o metro e os centímetros. Nesse momento é possível explorar as relações entre as diferentes unidades de medidas, apresentando-lhes perguntas como: quantos centímetros formam um metro? Quantos centavos correspondem a 1 real?

Embora as crianças ainda não trabalhem com os números racionais, já podem pensar sobre o significado dos números com vírgulas, em situações concretas: para separar quilograma dos gramas etc.

Com o uso da balança digital, as crianças podem se deparar com a utilização da vírgula (ou do ponto) na escrita dos números e pensar sobre a função que esses sinais exercem nessa escrita, que pode ser diferente dependendo do contexto. No caso da balança, a vírgula (ou o ponto) irá separar os números que indicam quilogramas dos números que indicam apenas gramas. Em outros contextos, pode ser usado para separar reais dos centavos; para separar metro dos centímetros etc.

Parecem conceitos muito complexos? Eles são, mas para aprender é necessário a dúvida, o conflito, a contradição, portanto não podemos evitar a complexidade do saber. Lembre-se, ainda, de que **as crianças estão apenas brincando com esses conceitos** e, por meio dessas brincadeiras, vão fazendo descobertas importantes, construindo algumas noções bem amplas sobre eles, as quais serão fundamentais para aprendizagens mais pontuais a respeito desses conceitos específicos. Grande parte das dificuldades dos estudantes dos anos finais com os números fracionários, ou mesmo com números naturais de grandes magnitudes, se dá justamente porque o primeiro contato que terão com esses números na escola é já numa perspectiva formal, porque não tiveram oportunidade de brincar com eles nos primeiros anos escolares.

Ainda que até o terceiro ano, não se tenha a expectativa de que as crianças aprendam a ler números maiores que a unidade de milhar, é importante oportunizar a observação de características importantes a respeito da forma como escrevemos os números em geral. O que se apresenta aqui é **uma proposta para brincar com a escrita de números grandes e pensar sobre suas regras de escrita** (sem o compromisso com a formalização).

2.8.4 Régua, fita métrica, trena

Esses instrumentos de medida de comprimento devem também estar disponíveis na escola para que as crianças brinquem de medir, para que conversem sobre eles e sobre seus usos em nosso dia a dia. Desde muito cedo, elas podem compreender que determinados instrumentos são mais ou menos adequados para realizar medições, de acordo com o que for medido e isso independe, inclusive, de já saberem ler os números ali registrados.

Por que não usamos uma régua, por exemplo, para medir a distância de uma parede até a outra de nossa sala?

Qual seria o instrumento mais adequado? Por quê?

Perguntas como essas levam as crianças a pensar sobre o que significa o ato de medir, que se trata essencialmente de uma comparação entre grandezas de uma mesma natureza. Nesse caso, compara-se comprimento com comprimento (quantas vezes o comprimento de uma régua cabe dentro do comprimento de uma sala?).

Quando se expressa essa medida através de números tem-se a seguinte relação inversamente proporcional: **quanto maior for o comprimento da unidade de medida escolhida para medir, menor será o número que resultará dessa medição (e vice versa).** Essa noção de proporcionalidade é absolutamente fundamental na Matemática e costuma ser muito pouco trabalhada na escola, sobretudo nos anos iniciais.

Além disso, ao manipular uma fita métrica, crianças bem pequenas podem ter contato com uma série numérica maior e fazer observações muito interessantes como podemos observar na pergunta que foi feita por uma criança de 6 anos, enquanto brincava com uma fita métrica:

Por que tem tanto número com "dois números" e tão pouco número com "um número" só?

Essa é uma pergunta inteligente e que só pode ser formulada por uma criança que tem contato, desde muito cedo, com séries numéricas mais longas. Ela pode ser usada como elemento disparador para uma discussão em sala de aula, para a qual o Quadro Numérico pode ser um apoio visual muito interessante. Além disso, é possível também perguntar se há números que se escrevem com mais de dois dígitos (ou algarismos) - o que pode ser verificado na própria fita métrica - e se eles acham que existem mais números com 2 dígitos ou com 3 dígitos. As crianças se envolvem muito nesse tipo de discussão, pois elas são curiosas e gostam de investigar, gostam de falar sobre o que já sabem e se sentem muito valorizadas quando suas ideias são acolhidas por seus(suas) colegas e professores(as).

2.8.5 Outros instrumentos de medidas

Além dos instrumentos apresentados anteriormente, há outros por meio dos quais as crianças podem fazer observações interessantes a respeito dos números e também experimentações envolvendo medições, como por exemplo o copo de medidas e o termômetro. Esse último, inclusive, pode ser usado no dia a dia para medir a temperatura da sala, a temperatura das crianças (depois da pandemia, o termômetro passou a fazer parte muito mais integrante do nosso cotidiano).

2.8.6 Calculadora

Há uma certa resistência em relação ao uso desse instrumento na escola, por receio de que as crianças fiquem “preguiçosas" para realizar cálculos. Defende-se, aqui, uma proposta que visa o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, na qual o cálculo mental é mais valorizado do que a aplicação de algoritmos e, nesse contexto, a calculadora pode ser uma ferramenta importante, por meio da qual as crianças fazem descobertas muito interessantes.

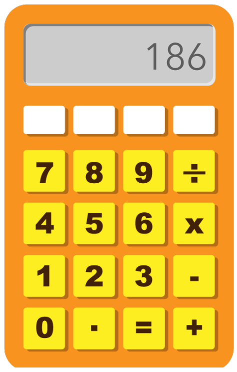
Além disso, a calculadora também pode auxiliar na validação de hipóteses de solução de cálculos e resolução de problemas complexos, ou ainda, ajudar as crianças a compreenderem as características do nosso sistema de numeração decimal, como apontado pelas pesquisadoras argentinas Délia Lerner e Patricia Sadovsky (1996).

Veja, no exemplo a seguir, como uma atividade com a calculadora pode contribuir para a reflexão sobre a estrutura aditiva da numeração falada e sua vinculação com as regras da numeração escrita:

OBSERVE A IMAGEM AO LADO E DIGITE O MESMO NÚMERO EM SUA PRÓPRIA CALCULADORA.

- O QUE VOCÊ PODERIA FAZER PARA TRANSFORMAR ESSE NÚMERO EM **106**? EXPLIQUE.

ATENÇÃO: NÃO VALE APAGAR O PRIMEIRO E DIGITAR O SEGUNDO.



Fonte: Acervo da autora, 2022

É possível que a primeira tentativa da criança consista em subtrair 8. Nesse caso, ela terá como resultado o número 178. Isso porque ela está pensando no valor absoluto do 8. Entretanto, em 186 ele vale 80 e isso é evidenciado quando pensamos na forma como falamos esse número: **cento e oitenta e seis**. A riqueza desse tipo de proposta é que a própria criança poderá se dar conta do erro e fazer novas tentativas, até que obtenha o resultado almejado. Com a calculadora, a criança pode testar diferentes hipóteses e o retorno de suas ideias é muito rápido. E isso não interfere na sua capacidade de calcular, ao contrário, a estimula a fazer muitos cálculos mentais, como hipóteses para resolver o problema proposto:

> A calculadora é um instrumento valioso para a realização dessas atividades, já que torna possível que cada criança detecte por si mesma quando está no caminho certo e quando se equivocou, corrija os próprios erros e comece a buscar uma regra que lhe permita antecipar a operação que efetivamente permite chegar ao resultado procurado. (LERNER, D.; SADOVSKY, P., 1996, p. 154).

Outro argumento muito favorável ao uso da calculadora nas aulas de Matemática se refere à sua **relevância social.** Ao contrário de alguns materiais amplamente utilizados na escola, como o Material Dourado, e o quadro de valor/lugar a calculadora tem relevância social, ou seja, é muito utilizada pelas pessoas nas diversas situações do dia a dia. Na atividade, mostrada a seguir, vemos como a calculadora pode ajudar a criança a pensar nos agrupamentos de base 10, presentes em nosso sistema:

USE APENAS AS TECLAS DESTACADAS NA IMAGEM AO LADO PARA FAZER APARECER OS SEGUINTES NÚMEROS EM SUA PRÓPRIA CALCULADORA:

56
134
326

REGISTRE OS CÁLCULOS FEITOS PARA OBTER CADA NÚMERO.

Fonte: Acervo da autora, 2022

Estudos recentes na área da Didática da Matemática têm mostrado o imenso potencial dessa ferramenta para o desenvolvimento do cálculo mental e, com base nestes estudos, as SD's desse material trazem atividades e problemas a serem resolvidos com apoio da calculadora.

As crianças não usarão a calculadora para obter resultados de cálculos pré-determinados, mas como uma ferramenta auxiliar na solução de problemas mais complexos, como nos exemplos mostrados anteriormente. Além disso, a calculadora também foi usada como elemento disparador da SD Brincando com a Calculadora (Caderno de Atividades do Professor - Volume 2).

2.8.7. Dinheirinho

Situações que envolvem o uso do dinheiro são especialmente ricas para promover aprendizagens a respeito dos números. Assim como a calculadora, o dinheiro tem relevância social e as crianças, em geral, já trazem conhecimentos a respeito da sua utilização e gostam muito de brincar de mercadinho, feira ou qualquer outra proposta que envolva o uso desse material.

Na SD Juntando 100 Reais (Caderno de Atividades do Professor - Volume 1) propõe-se a utilização de cédulas e moedas numa situação lúdica da qual emergem muitos problemas interessantes para as crianças. Assim, réplicas de cédulas e moedas devem estar sempre disponíveis para que as crianças as utilizem como apoio na realização de cálculos e de contagens de 2 em 2, 5 em 5, 10 em 10, 100 em 100 etc.

2.9 LIVROS DE LITERATURA INFANTIL

Os livros de Literatura Infantil podem ser fortes aliados das crianças no processo de desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Há determinados livros, como por exemplo **O frio pode ser quente?**, da autora Jandira Masur, que provocam muitas reflexões a respeito da relatividade de conceitos como o de tempo, distância, tamanho e quantidade. Por meio da leitura - que pode ser feita pelo(a) professor(a) - as crianças serão provocadas a pensar, a tentar explicar aparentes contradições e a observar com mais atenção algumas situações de sua própria vida nas quais elas mesmas podem vivenciar o que é discutido ali.

Há diversos livros que brincam com o uso dos números em nosso dia a dia ou em situações fictícias e que podem enriquecer muito a sua rotina escolar. Ressaltamos que a leitura não deve se constituir num "pretexto" para a apresentação de perguntas muito fechadas ou exercícios específicos. Deve ser uma leitura fluída, para que as crianças usufruam desse momento com o deleite que somente a arte (nesse caso a literatura) pode nos proporcionar.

Apresenta-se, a seguir, algumas sugestões de livros que podem somar-se àqueles que já estão inseridos em sua rotina escolar. Alguns desses livros não têm relação direta com os números, mas abordam questões importantes para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. É o caso, por exemplo, do livro **O que fazer? Falando de convivência** (Ática) que apresenta várias situações-problema que enfrentamos em nosso dia a dia devido à convivência com outras pessoas. Outro exemplo é o uso lúdico que os autores fazem de regularidades e padrões, como acontece, por exemplo, nos livros **A casa sonolenta** (Ática) e **Bruxa Bruxa, venha à minha festa** (Brinque-Book).

A menina que contava
(Fábio Monteiro) – Editora Paulinas

Contando com o relógio
(Nilson José Machado – Editora Scipione)

Oito a comer biscoito, dez a comer pastéis
(Elenice Machado de Almeida – Sesi-SP Editora)

Os problemas da Família Gorgonzola
(Eva Furnari – Editora Moderna)

Lá em casa somos
(Isabel Minhós Martins, Madalena Matoso – Editora Martins Fontes)

O que fazer? Falando de convivência
(Liliana Iacocca, Michele Iacocca – Editora Ática)

O Frio pode ser quente?
(Jandira Masur – Editora Ática)

Eram cinco
(Ernst Jandl, Norman Junge – Editora Cosac e Naify)

E o dente ainda doía
(Ana Terra – Editora DCL)

Contando de um a dez
(Nilson José Machado – Editora Scipione)

Os dez amigos
(Ziraldo – Editora Melhoramentos)

Um dinossauro muito grande
(Richard Byrne – Editora Ciranda Cultural)

O pirulito do pato
(Nilson José Machado – Editora Scipione

A casa sonolenta
(Audrey Wood, Don Wood) – Editora Ática

2.10 DISCUSSÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Para encerrar esse bloco, não podemos deixar de falar sobre um recurso que já apareceu em todos os itens anteriores: **as discussões coletivas.** Como você já deve ter observado, elas se constituem num elemento essencial dessa proposta didática.

É possível que você não esteja acostumado(a) a usar esse recurso, uma vez que nas escolas, em geral, se dá muito mais valor às atividades escritas, assim como também ocorre nas famílias. Conversar nas aulas de Matemática pode parecer perda de tempo, mas se considerarmos que aprendemos conceitualizando o real num processo que implica em reelaborar “velhas" ideias, precisamos reconhecer que as discussões e trocas de pontos de vista têm um papel essencial na aprendizagem.

Os registros são importantes, mas não podemos esquecer, entretanto, que a língua falada é também uma forma de representação, assim como os gestos. As crianças aprendem com o corpo todo, mas aprendem essencialmente pensando em situações que são significativas para elas. Por meio das discussões, é possível provocar o seu pensamento e levá-las a pensar sobre a sua própria forma de pensar. Nesse processo, pretende-se, também, levá-las a identificar contradições.

Uma proposta de ensino pautada na Resolução de Problemas, como a que se apresenta neste material, procura usar as produções das crianças para gerar o debate, valorizando especialmente a construção de argumentos que podem ser apresentados a favor ou contra uma determinada linha de pensamento (usada, por exemplo, na estratégia de solução ou na elaboração e aplicação de um procedimento de cálculo). E o(a) professor(a) tem um papel muito importante nessas discussões, definidas por Quaranta e Wolman (2006), como sendo:

> O momento, sob a orientação do professor, de comunicar os procedimentos e os resultados, de difundi-los, de tentar compreender os procedimentos de outros, de poder reconstruir aqueles que parecem mais eficazes, de valorizar os aspectos positivos das diferentes produções utilizando argumentos vinculados com os conhecimentos matemáticos em questão. (QUARANTA, M. E.; WOLMAN, S., 2006, p. 111-112).

Em vez de corrigir as produções matemáticas das crianças, apontando os erros cometidos, promova discussões que envolvam todas as crianças, assim todos poderão aprender com os erros.

BLOCO 3

JOGOS, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O CÁLCULO MENTAL

INTRODUÇÃO

Embora considere-se que o jogo deva ser incorporado à rotina escolar no trabalho com a Matemática, assim como os demais recursos e/ou práticas apresentados no bloco 2 desse Caderno de Orientações Gerais, optou-se por apresentar esse recurso separadamente. Isso se deve tanto ao lugar que o jogo ocupa nessa proposta pedagógica quanto às dificuldades que muitos(as) professores(as) enfrentam para utilizar de modo mais efetivo esse recurso na escola.

Os jogos ocupam um lugar de destaque nesse material, sendo que a maior parte das sequências didáticas que compõe os cadernos de atividades são organizadas em torno deles. Mesmo quando uma SD não tem no jogo o seu elemento disparador, esse recurso se fará presente nas sugestões de atividades que compõe o conjunto de situações a serem vivenciadas pelas crianças e por meio das quais ela terá oportunidade de construir os seus percursos de aprendizagem.

O mesmo ocorre em relação à atividade de Resolução de Problemas que se constitui no eixo central dessa proposta de ensino e de aprendizagem. **Parte-se do pressuposto que as crianças aprendem Matemática resolvendo problemas.**

Atribui-se muito valor aos procedimentos de solução elaborados pelas próprias crianças e, ao contrário do modelo clássico de ensino que prioriza o trabalho com os algoritmos convencionais das quatro operações, valoriza-se mais o trabalho com o **cálculo mental.** Assim considera-se fundamental explicitar o que entende-se por cálculo mental e justificar a opção por esse tipo de abordagem no trabalho com cálculo.

JOGO JUNTANDO 100 REAIS

Fonte: Acervo da autora, 2022

3.1 O PAPEL DOS JOGOS NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

É raro encontrar uma criança que não gosta de jogar. Jogos costumam despertar o interesse e chamar a atenção de crianças de diferentes idades. Na escola ele pode ser um grande aliado no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, justamente por apresentar desafios genuínos aos(às) estudantes.

Numa proposta de trabalho com a Matemática que tem a Resolução de Problemas como eixo central, os jogos não podem ser vistos como atividades extras, a serem desenvolvidas como uma espécie de premiação aos(às) estudantes, depois que o(a) professor(a) já "venceu o conteúdo proposto".

Neste material, os jogos são utilizados **para problematizar,** assim eles aparecem como **ponto de partida** para o trabalho com os objetos de conhecimento. Não se trata de ensinar primeiro determinadas habilidades matemáticas para que as crianças possam praticá-las no jogo. Ao contrário, os jogos são apresentados como situações-problema por meio das quais as crianças podem desenvolver habilidades matemáticas.

Por colocar as crianças constantemente diante de situações-problema, os jogos favorecem as (re)elaborações pessoais a partir dos conhecimentos prévios de cada uma. Assim as crianças levantam hipóteses, testam sua validade, modificam seus esquemas de conhecimento e avançam cognitivamente, num contexto lúdico. Mas o que quer dizer lúdico aqui? Quer dizer que o(a) jogador(a) está envolvido(a) naquela atividade pelo prazer que ela lhe proporciona.

Em outras palavras os problemas são resolvidos para atingir um objetivo oriundo da própria situação. O problema não é imposto como uma tarefa a ser cumprida para ganhar nota, passar de ano, etc. A criança aceita os desafios apresentados para participar, continuar jogando, se sair bem na partida, ganhar mais pontos e vencer.

O fato de se caracterizar como uma atividade lúdica, não quer dizer que o jogo seja puro prazer. Por meio dos jogos a criança pode se deparar com o seu "não saber", com a frustração de não conseguir atingir o melhor resultado. Assim, os desafios vão muito além da esfera cognitiva - relacionados diretamente ao dito "conteúdo escolar" - pois, ao trabalhar com jogos, as crianças se deparam com regras e envolvem-se em conflitos, uma vez que não estão sozinhas, mas em um grupo ou equipe de jogadores(as). Tais conflitos são excelentes oportunidades também para alcançar conquistas sociais e desenvolver a autonomia.

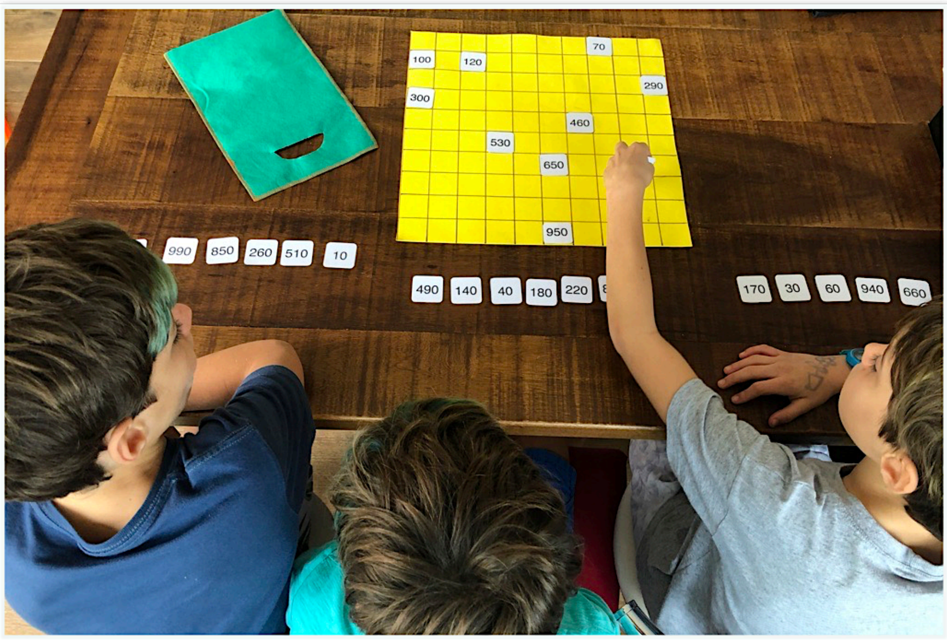
Conforme apontado pelo professor Lino Macedo, coordenador do Laboratório de Psicopedagogia (LaPp) do Instituto de Psicologia da USP, jogar supõe **compreender regras e objetivos, interpretar informações, criar estratégias, antecipar, coordenar pontos de vista, tomar decisões, mudar de ideia, ganhar e perder e superar-se.**

Além de colocar as crianças em constante situação de resolução de problemas, os jogos podem substituir atividades enfadonhas como folhas de intermináveis "contas", que acabam sendo bastante repetitivas, uma vez que se trata da aplicação de um conjunto de procedimentos ensinados anteriormente.

Os jogos apresentados nesse material, incentivam a realização de estimativas e cálculos mentais e estes não são aleatórios, nem desvinculados de um contexto maior. Há um objetivo para se realizar tais cálculos, objetivo este que, nas folhas de intermináveis exercícios, não passa do mero treino dos algoritmos convencionais.

Nos jogos, os cálculos são carregados de significado porque se referem à situações concretas: marcar mais pontos, controlar a pontuação, formar uma quantia que se tem por objetivo alcançar, etc. Além disso, o retorno das hipóteses é imediato, pois, se um cálculo ou uma estratégia não estiver correta, não se atingem os objetivos propostos ou não se cumprem as regras e isso é apontado pelos(as) próprios(as) jogadores(as). Nas folhas de atividades, não se tem este retorno imediato, pois se gasta tempo para corrigi-las e, muitas vezes, são devolvidas aos(às) estudantes uma semana depois de realizada, quando dificilmente estarão interessados(as) em retomá-la para pensar sobre o que fizeram naquela ocasião.

JOGO COMPLETANDO O QUADRO DOS NÚMEROS



Fonte: Acervo da autora, 2020

3.2 ALGUMAS DICAS PARA A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO COM JOGOS

Os jogos propostos nas sequências didáticas desse material são fáceis de confeccionar, sendo que alguns deles necessitam somente de materiais prontos, como pratinhos de papelão, dados, baralhos ou réplicas de cédulas e moedas.

É imprescindível que você conheça minimamente cada um dos jogos com os quais irá trabalhar. Portanto, é muito importante ler as regras, separar os materiais necessários e jogar uma partida com um(a) colega ou até mesmo um familiar, antes de apresentá-lo aos seus(suas) estudantes.

Caso não haja possibilidade de realizar uma partida antes de apresentar o jogo às crianças, sugerimos que você refaça a leitura das regras enquanto simula uma partida usando os materiais necessários.

Lembre-se de providenciar os materiais em quantidade suficiente para cada equipe, de acordo com o número de crianças com as quais irá trabalhar. Alguns jogos - como por exemplo **Completando o Quadro dos Números** (Caderno de Atividades do Professor - Volume 2) - requerem uma quantidade grande de fichas para cada equipe, que podem ser confeccionados com a ajuda das próprias crianças.

ORGANIZAÇÃO DOS JOGOS EM CAIXAS

Fonte: Acervo da autora, 2022

Sugere-se organizar os jogos em caixas etiquetadas, montando uma ludoteca (que pode ser compartilhada por diferentes turmas de uma mesma escola). Cada caixa pode conter os materiais de um jogo específico em número suficiente para o trabalho com uma turma inteira e também as regras do jogo. Não é necessário montar essa ludoteca antes de começar o trabalho com os jogos propostos aqui. Ela pode ser construída ao longo do ano, à medida em que os jogos vão sendo confeccionados (e/ou organizados a partir de materiais comprados).

É interessante que as crianças sejam envolvidas nesse processo, sobretudo no que se refere à conservação e os cuidados com os jogos. Essa não deve ser uma tarefa apenas dos(as) professores(as), mas também dos(as) estudantes que devem cuidar daquilo que é de uso comum na escola. Juntos vocês podem elaborar, coletivamente, algumas regras para o bom andamento do trabalho com jogos, como por exemplo, as que seguem:

- cada equipe é responsável por guardar o jogo quando terminar a aula;
- uma criança de cada equipe será responsável por conferir se não há nenhuma peça no chão ou sobre as carteiras, guardando-a imediatamente;
- a cada semana, um grupo de crianças fica responsável por conferir os materiais de cada caixa (se não faltam “peças”; se não há materiais misturados, etc.).

Uma vez que as regras são combinadas pelas próprias crianças, elas devem constantemente ser relembradas e cobradas acerca do seu cumprimento. É importante também que se discuta a finalidade de cada regra e as consequências do não-cumprimento, consequências estas naturais e não usadas como punições ou castigos. As crianças devem perceber que serão elas mesmas as prejudicadas se não cuidarem dos jogos, pois nesse caso, não poderão desfrutar desse tipo de material do qual tanto gostam.

Se o trabalho com jogos ainda não faz parte da sua rotina, talvez pareça muito difícil explorar esse recurso com turmas numerosas e que não estão acostumadas com o seu uso na escola. Visando te auxiliar a lidar com as dificuldades próprias de uma situação nova, foram selecionadas algumas das dúvidas mais frequentes que costumam surgir em relação ao trabalho com jogos nas aulas de Matemática e discorreu-se sobre cada uma delas, trazendo também algumas sugestões de encaminhamento mais gerais.

3.2.1 Como lidar com a agitação e o barulho provocados pelo trabalho com jogos?

Alguns professores sentem dificuldade para trabalhar com jogos, alegando que crianças ficam indisciplinadas e que não conseguem se organizar para uma atividade como esta. Há uma concepção errônea de que turmas com comportamento indisciplinado não podem trabalhar com atividades que gerem discussão, movimentação etc. Entretanto, se evitamos situações que podem gerar indisciplina, como os(as) estudantes poderão aprender a ter disciplina nestas ocasiões?

É importante também analisar as causas daquilo que consideramos como indisciplina. Se os(as) estudantes passam quatro horas por dia "trancados" em uma sala de aula, sentados, só ouvindo e fazendo as atividades que o(a) seu(sua) professor(a) propõe - e do jeito que ele(a) ensina - é natural que, nos momentos em que estão mais livres, queiram liberar toda energia e vitalidade infantil reprimidas. Quando os jogos, as brincadeiras e as atividades de discussão se tornam constantes na escola, isso passa a ser natural e as crianças aprendem a se organizar. Além disso, há muito já se sabe que não é necessário estar em silêncio para aprender! Ficar em silêncio quando o outro fala, é sinal de boa educação (e isso deve ser ensinado na escola), mas quando há várias equipes jogando ao mesmo tempo, é evidente que haverá barulho em sala. Esse tipo de barulho, proveniente das conversas relativas ao jogo, é extremamente propício à aprendizagem.

Contudo, antes de jogar, é importante conversar com as crianças sobre a atividade que irão realizar e estabelecer alguns combinados para sua boa realização. Explique como a atividade será realizada e peça que as próprias crianças relacionem as atitudes que podem contribuir ou atrapalhar o seu desenvolvimento. Isso pode ser registrado em um cartaz e ficar afixado em uma parede da sala para ser retomado sempre que necessário. Compartilhar com seus(suas) estudantes a responsabilidade pela organização das atividades costuma gerar ótimos resultados.

3.2.2 E se a sala for muito pequena para a composição de equipes?

Se não houver espaço adequado para o trabalho em grupos dentro da sala, leve-os para fora. As crianças podem jogar no pátio, pois é um lugar aberto que oferece mais espaço aos(às) estudantes. Os jogos propostos nesse material podem ser realizados no chão, portanto não é necessário haver mesas e cadeiras no espaço onde irão jogar.

Lembre-se de conversar com a turma antes de deixar a sala, fazendo os combinados sobre a organização do grupo. Se as crianças não estiverem acostumadas a trabalhar fora da sala, é possível que no início fiquem mais dispersivas, mas, com o tempo, trabalhar fora da sala de aula passa ser uma prática rotineira e as crianças conseguem se organizar e jogar bem nesse espaço.

JOGO DO REPARTIR

Fonte: Acervo da autora, 2022

3.2.3 Que critérios utilizar na organização da classe em equipes para jogar?

Equipes de três ou, no máximo, quatro crianças costumam funcionar melhor, pois quando há um número muito grande de participantes as rodadas ficam mais demoradas e elas podem se dispersar enquanto esperam a sua vez de jogar.

No que se refere ao nível de apropriação dos conhecimentos matemáticos explorados no jogo, procure agrupar a turma de forma mais homogênea. Quando há muita diferença entre os níveis de habilidades e competências das crianças podem ocorrer os seguintes tipos de situações:

- as crianças com um nível maior de desenvolvimento demonstram impaciência com os colegas que sabem menos;
- as crianças com menor nível de desenvolvimento perdem o interesse pelo jogo por não se sentirem capazes de jogar tão bem quanto os colegas.

Há, contudo, crianças que trabalham muito bem com essa diferença e acabam se ajudando mutuamente. Em experiências com classes multisseriadas é possível observar que, em grupos mais heterogêneos, as crianças costumam competir menos e se ajudar mais.

Sendo assim, não há uma fórmula que defina a melhor composição dos grupos. É preciso testar as diferentes possibilidades de acordo com o grupo que você tem.

3.2.4 E se ocorrerem conflitos ou brigas entre as crianças durante os jogos?

Conflitos fazem parte das relações sociais e certamente aparecerão durante as partidas e, por mais desgastante que seja lidar com esse tipo de situação, os conflitos se constituem em excelentes contextos de aprendizagem. Lembre-se de que as emoções precisam ser reconhecidas, acolhidas e trabalhadas. Muitos de nossos(as) estudantes podem vir de famílias autoritárias, nas quais o diálogo não é tido como um valor importante na educação das crianças, portanto podem não ter desenvolvido meios de lidar com a raiva, com a frustração e com o medo.

Autoconhecimento e autocuidado, bem como Empatia e cooperação, são duas das dez Competências Gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). É então, objetivo da escola, propiciar vivências através das quais as crianças tenham oportunidade de **“conhecer-se, apreciar-se, reconhecer suas emoções e a dos outros, ter autocrítica, [...] exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação [...]”.**

Nosso papel como professores(as) é o de mediar os conflitos, ouvindo o que as crianças têm a dizer, incentivando-as a ouvir e se colocar no lugar dos(as) colegas e pedindo que proponham possíveis soluções para o conflito em questão.

De acordo com Piaget (1998a), a construção da lógica, assim como dos valores sociais e morais, só é possível por meio das interações sociais e**, sobretudo, por meio dos conflitos gerados por essas interações.** Quando há divergência, quando há conflito, quando há necessidade de argumentar e explicar suas próprias ideias, as crianças aprimoram a lógica. Assim, promover o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático significa oferecer às nossas crianças a oportunidade de construir, aos poucos, uma forma racional de pensar e agir diante da realidade. Embora no senso comum o pensamento racional seja visto como aquele que está livre ou apartado das emoções e dos afetos, na realidade o pensar racionalmente implica em conseguir coordenar essas diferentes esferas, para que uma não anule a outra, mas sejam consideradas ao mesmo tempo.

Diante do exposto, fica evidenciado que os conflitos, gerados em situação de jogo, não devem ser vistos como um “empecilho" que atrapalha o bom andamento das aulas. Lidar com esses conflitos não é perder tempo, ao contrário, é uma oportunidade de ajudar a desenvolver o pensamento e o comportamento racional.

3.2.5 Qual a melhor forma de apresentar as regras de um jogo?

A melhor forma de apresentar um jogo para as crianças é mostrando muito entusiasmo por ele. As crianças devem perceber que você já jogou e que gostou da experiência. Quanto maior for o encantamento com o qual você apresentá-lo aos seus(suas) estudantes, maior será o envolvimento deles(as) com o jogo.

Formar uma roda com as crianças sentadas no chão e colocar os materiais do jogo no centro dessa roda para simular uma partida, enquanto apresenta as regras, é uma ótima estratégia. As crianças poderão participar e se sentirão envolvidas com a proposta. Depois, quando forem jogar nos pequenos grupos, devem ter em mãos as regras do jogo, que são apresentadas no Caderno de Atividades do Estudante. É importante que as crianças usem esse texto como apoio sempre que tiverem dúvidas, pois, assim, também estarão desenvolvendo suas habilidades de leitura, especialmente de texto do gênero instrucional.

Assim, quando as crianças te chamarem nos grupos para tirar dúvidas sobre como jogar, incentive-as a procurar, no texto das regras, a resposta para suas perguntas. Caso ainda não sejam capazes de ler, faça você a leitura, apontando o local do texto no qual conseguiu encontrar a resposta àquela questão específica.

3.2.6 Quantas vezes as crianças devem jogar um mesmo jogo?

Um mesmo jogo, por seu aspecto lúdico, pode ser jogado repetidas vezes. Você já reparou como as crianças gostam de ouvir várias vezes a mesma história, ou assistir muitas vezes uma mesma animação? Nós mesmos, não escutamos repetidas vezes uma mesma música ou lemos numerosas vezes a mesma poesia? No caso do jogo, assim como nos outros contextos aqui citados, a repetição não é enfadonha porque tem sentido para a criança. Embora as regras sejam sempre as mesmas, cada partida é diferente da outra.

Vale ressaltar, inclusive, que os jogos propostos nesse material devem ser jogados mais de uma vez, pois nas primeiras partidas, as crianças ainda estão se apropriando de suas regras. Só se aprende a jogar jogando! Ou seja, não é a leitura das regras que nos possibilita jogar bem, mas a prática com o jogo. É comum, inclusive, que na primeira vez que jogam, as crianças não o façam corretamente e isso é absolutamente natural, embora, como professores(as), possamos nos sentir muito frustrados(as) com isso. Assim, é de fundamental importância circular entre os grupos para observar como as crianças estão jogando e fazer intervenções pontuais sempre que necessário.

É importante também, ao final de uma aula com jogos, fazer uma roda com todas as crianças da turma para conversar sobre a experiência que viveram com aquele jogo em seus grupos: **possíveis dificuldades enfrentadas, como lidaram com essas dificuldades, o que aprenderam com o jogo em questão.** Orientações mais específicas a respeito da condução desse tipo de discussão, relacionadas a cada jogo específico, são apresentadas nos Cadernos de Atividades do Professor. Além disso, em cada SD são propostos problemas específicos sobre o jogo explorado, com o intuito de promover aprendizagens que dotarão as crianças de ferramentas que lhes permitirão se sair melhor nas próximas partidas.

Como os jogos são explorados na perspectiva de resolução de problemas, um mesmo jogo também deve ser retomado em diferentes momentos do ano letivo - e não apenas durante o trabalho com aquela SD específica na qual ele é apresentado - pois, a cada vez, as crianças terão melhores condições para jogar bem (que é diferente de jogar corretamente - de acordo com as regras). Jogando repetidas vezes um mesmo jogo, este também se torna um contexto para praticar as habilidades construídas.

3.2.7 É permitido usar cartas de baralho na escola?

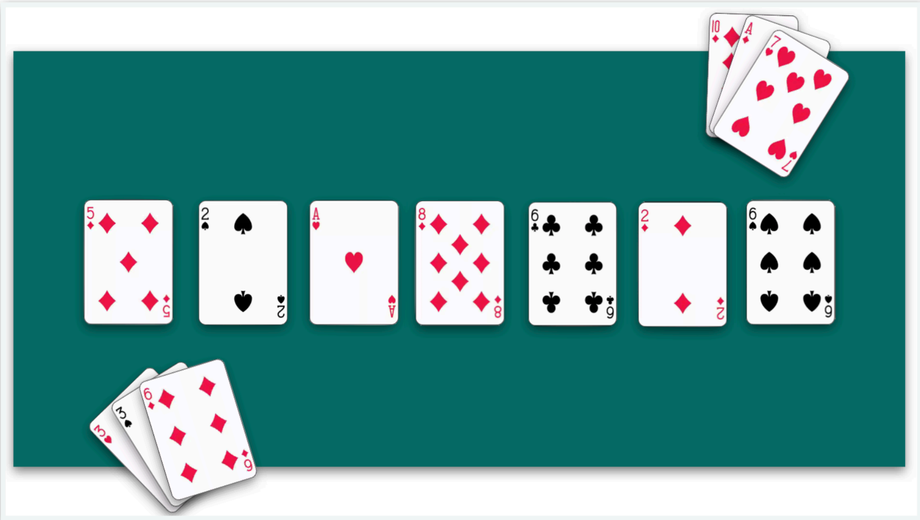
É possível que a utilização de baralhos gere alguma polêmica, sobretudo por motivo religioso. Algumas denominações religiosas condenam o uso do baralho por relacioná-lo aos jogos de azar que envolvem apostas ou até mesmo por considerarem-no um objeto "proibido". A posição de cada um deve ser respeitada e, no âmbito particular, as crenças não devem ser questionadas. Vivemos, entretanto, em um estado laico. Assim, um objeto cultural explorado com fins didáticos, como o jogo de baralho, não pode ser interditado.

A opção pelo uso desse jogo nas aulas de Matemática se deve a alguns fatores relevantes, descritos a seguir:

- trata-se de um material de fácil acesso e, em geral, de baixo custo;
- a praticidade do material, no que diz respeito à durabilidade, deve ser levada em conta, já que o baralho é plastificado e suas cartas são mais duráveis;
- as cartas do baralho contam com uma riqueza de atributos importantes para a realização dos jogos (números, letras, cores e naipes).
- os jogos de baralho têm um aspecto cultural importante, pois são amplamente utilizados em nossa sociedade, ou seja, a maioria das crianças conhece ou já utilizou o material em casa ou com os amigos, vizinhos, etc. Nesse sentido, o

baralho é um material que tem relevância social e, portanto, é muito concreto para as crianças, assim como a fita métrica, o dinheiro ou a calculadora, por exemplo.

JOGO BORBOLETA



Fonte: Acervo da autora, 2022

Além dos pontos já levantados, é importante refletir acerca da necessidade de se conversar, na escola, sobre este e sobre outros assuntos considerados polêmicos. Destaca-se que simplesmente proibir o uso - tanto do baralho quanto de qualquer outra coisa que possa ser polêmica - não é o caminho mais adequado para o desenvolvimento da autonomia de nossos(as) estudantes. O debate com argumentos válidos e sustentáveis é importante para evitar problemas futuros, ao mesmo tempo que pode ajudar as crianças a estabelecerem uma relação sadia com o jogo.

Eventualmente, se não for possível a utilização das cartas do baralho comum, elas podem ser substituídas por outras feitas de cartolina, mas, nesse caso, terão que ser plastificadas, pois estragam facilmente e dificultam o embaralhar. Podem ser utilizados, ainda, baralhos próprios para crianças, com desenhos infantis e que são encontrados - em geral - em lojas de brinquedos. Entretanto, é necessário que as cartas tenham a mesma quantidade de atributos do baralho comum (números, letras, cores e naipes).

Caso você encontre resistência das famílias quanto ao uso do baralho, sugere-se fazer uma reunião com os pais e/ou responsáveis para explicar os objetivos do trabalho com esse recurso em sala de aula (que nada tem a ver com o estímulo a apostas), mostrando seus benefícios para a aprendizagem das crianças e incentivando-os - inclusive - a conhecer os jogos propostos e a jogá-los com os(as) filhos(as) em casa.

3.2.8 Devo fazer intervenções pontuais sobre questões matemáticas durante as partidas?

O jogo é por definição uma atividade lúdica, ou seja, que não tem um objetivo para além de si. Assim, é preciso ter cuidado com o tipo de intervenção feita para que os jogos não acabem se transformando numa “nova roupagem” para as lições de Matemática. As crianças devem jogar pelo prazer que o jogo proporciona. Durante os jogos apresentados neste material, mesmo sem a interferência direta, as crianças estarão enfrentando desafios, fazendo antecipações, coordenando esquemas cognitivos, orientando e regulando suas ações e avaliando resultados. Dessa forma, mesmo se constituindo numa atividade lúdica, o jogo pode trazer benefícios ao desenvolvimento e a aprendizagem.

Você pode apresentar algumas perguntas enquanto jogam, desde que sejam diretamente relacionadas às suas jogadas e que possam ajudá-las a pensar sob um ponto de vista diferente, que lhes possibilite jogar melhor. Dessa forma, é preciso ter bastante cuidado para não interromper o andamento do jogo e direcionar excessivamente as ações das crianças. As intervenções pontuais poderão ser realizadas posteriormente, nas discussões coletivas e no trabalho com resolução de problemas envolvendo os jogos.

3.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO EIXO NORTEADOR DO TRABALHO COM A MATEMÁTICA

Embora seja muito comum a ideia de que as crianças devam aprender Matemática para resolver problemas, numerosos estudos na área de Educação Matemática têm mostrado que **é resolvendo problemas que as crianças aprendem Matemática.**

Não se trata de um simples jogo de palavras. Quando se parte do pressuposto que as crianças devem aprender Matemática para resolver problemas, é comum - nos anos iniciais - ensinar primeiro os algoritmos convencionais das operações aritméticas ("conta de mais", "conta de menos", "conta de vezes" e "conta de dividir") para somente depois propor o que é chamado - equivocadamente - de problemas.

Nessa perspectiva, o ensino não está centrado na resolução de problemas, **mas na determinação da operação aritmética correspondente.** Isso leva ao que a pesquisadora argentina Irma Saiz (1996) chama de **“aplicação cega” de algoritmos** que é acompanhada pela perda de sentido, pela incapacidade de imaginar diferentes opções de solução, ou mesmo, de controlar o resultado identificando respostas absurdas.

Quem de nós, como professores(as) dos anos iniciais, nunca ouviu a seguinte pergunta de alguma criança nas aulas de Matemática?

Profe... é conta de mais ou de menos?

O próprio modelo de solução que se apresenta às crianças acaba estimulando-as a tentar adivinhar qual a operação correspondente. É esperado delas:

- que identifiquem inicialmente a operação aritmética correspondente - a qual será registrada no “campo" **Sentença Matemática (SM)**;
- que efetuem o **cálculo (C)** por meio de uma “conta armada”
- que registrem a **resposta (R).**

Nesse caso, o que se apresenta às crianças trata-se de um **exercício** e não de um **problema** e, para resolvê-lo, é comum que busquem marcas verbais indicativas para operar com os dados retirados dos enunciados. Vejamos alguns exemplos:

- O problema é de adição quando aparecem expressões como: **ganhou; mais; ao todo; no total; etc.**
- O problema é de subtração quando aparecem expressões como: **gastou; perdeu; comeram; restou; sobraram; etc.**
- O problema é de divisão quando aparecem expressões como: **distribuiu, repartiu, quantos para cada um.**

Além disso, os enunciados seguem, frequentemente, um modelo muito típico de estruturação que permite a utilização dessas dicas. Isso muitas vezes é proposital, pois sabemos que as crianças têm dificuldades para resolver problemas que fogem à estrutura usual. Veja os três enunciados no quadro a seguir:

PROBLEMA A	PROBLEMA B	PROBLEMA C
Maria fez 20 bolinhos. Pedro comeu 6. Quantos bolinhos restaram?	Maria fez 20 bolinhos. Pedro comeu alguns e ainda restaram 14. Quantos bolinhos Pedro comeu?	Maria fez alguns bolinhos, Pedro comeu 6 e ainda restaram 14. Quantos bolinhos Maria fez?

O que diferencia um problema do outro? **O lugar ocupado pela incógnita!**

Enunciados como o do problema A são os mais comuns na escola e, em geral, as crianças são capazes de resolvê-los, reconhecendo-os facilmente como **problemas de subtração.** Entretanto, dificilmente trabalhamos com o tipo de estrutura dos problemas B e C, não é mesmo?

Se forem apresentados problemas como esses, é possível que grande parte das crianças use a subtração para todos, apenas porque os enunciados trazem a palavra **comeu.**

Note que há uma diferença muito importante entre exercício e problema. O primeiro serve para exercitar, para praticar uma habilidade ou um procedimento específico que já é conhecido. Mas um problema, só se constitui como tal se quem o resolve não dispõe, a priori, de um algoritmo que permita solucioná-lo com sucesso.

Se quando propõe um problema aos(às) seus(suas) estudantes você espera que sejam capazes de determinar qual é a "operação correspondente", ou seja, que indiquem a sentença matemática assim que leem o enunciado, então saiba que você não está trabalhando com um problema, e sim com um exercício.

Numerosos estudos na área de Educação Matemática têm mostrado que os(as) estudantes **aprendem resolvendo problemas** e dessa forma, esses devem ser o **ponto de partida** para o trabalho com os diferentes objetos de conhecimentos.

Quando propomos problemas matemáticos, antes de ensinar algoritmos e procedimentos específicos que supostamente são necessários para a sua solução, abrimos espaço para a discussão sobre o que é relevante na situação, quais informações já estão disponíveis para as crianças e quais - embora não estejam explícitas - podem ser inferidas, o que se busca na situação e quais os possíveis caminhos para se chegar em uma resposta. Neste caso, as crianças aprendem Matemática elaborando suas próprias ferramentas para resolver os problemas e argumentando sobre elas diante dos colegas.

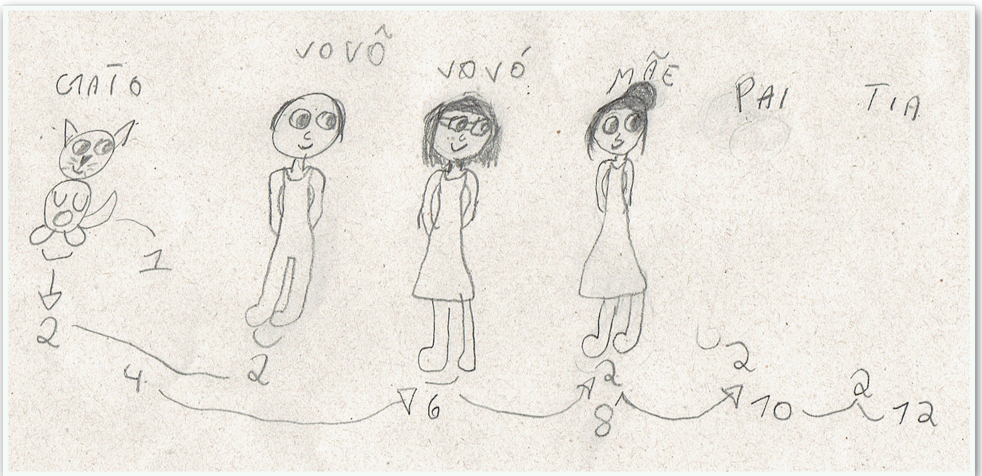
Conforme apontado por Nunes e Bryant (1997) para qualquer conceito matemático que é objeto de estudo nos anos iniciais, é possível verificar que as crianças já têm alguma compreensão deste conceito antes que sejam formalmente ensinadas. E, embora os pesquisadores reconheçam que esta compreensão é frequentemente fragmentária e limitada, eles sugerem que ela seja vista como base para as crianças aprenderem mais sobre conceitos matemáticos. Isso é justificado pelo fato da criança entender algo sobre as relações envolvidas no conceito e poder aplicar esta compreensão logicamente.

Quando estão interessadas e envolvidas em uma situação-problema, as crianças não se recusam a realizar tarefas às quais não estão habituadas ou que envolvam conteúdos matemáticos sobre os quais ainda não receberam instrução formal. Ao contrário, elas costumam refletir sobre o problema e construir procedimentos não convencionais, mas coerentes (ainda que errados, do nosso ponto de vista).

Constance Kamii, no livro intitulado Crianças Pequenas Reinventam a Aritmética, defende que as crianças deveriam ser encorajadas a inventar aritmética a partir da resolução de problemas relacionados à sua própria realidade ou de "problemas inventados" por outros, mas que fogem à formatação típica de problemas de adição, subtração, multiplicação e/ou divisão. Como exemplo, ela cita o seguinte problema:

Vovô disse que cresceu em uma casa onde havia 12 pés e um rabo.
Quem poderia ter vivido com o vovô?

Há diferentes respostas possíveis para esse problema e uma grande variedade de estratégias e procedimentos que podem ser usados pelas crianças para resolvê-lo. Na figura a seguir, apresentamos os registros produzidos por uma menina de 8 anos para resolver o problema:



Fonte: Acervo da autora, 2018

A menina constrói uma solução através de um desenho. Vemos que infere do enunciado que há um animal na casa (por causa do rabo) e, depois de representá-lo, ela desenha pessoas e vai contando seus pés. Embora tenha indicado haver 5 pessoas, representa apenas três delas por meio do desenho.

Quando o professor pede para explicar como pensou, ela diz que não desenhou as outras pessoas porque percebeu que isso não era necessário, podia apenas registrar o número de pés dessas pessoas (ela coloca um número 2 para cada uma).

Ela explica, ainda, que contou dois pés para cada pessoa representada e mais o gato e obteve 12 no total. Quando o professor questiona sua contagem, perguntando por que colocou um número 2 abaixo do desenho do gato ela diz: "o gato tem só dois pés... as outras patas são as suas mãos."

A resposta, apresentada oralmente, foi "5 pessoas e um gato". Essa resposta não está correta[1], mas você percebe o quanto de conhecimento essa criança foi capaz de colocar em ação para produzir uma solução como esta ao problema proposto?

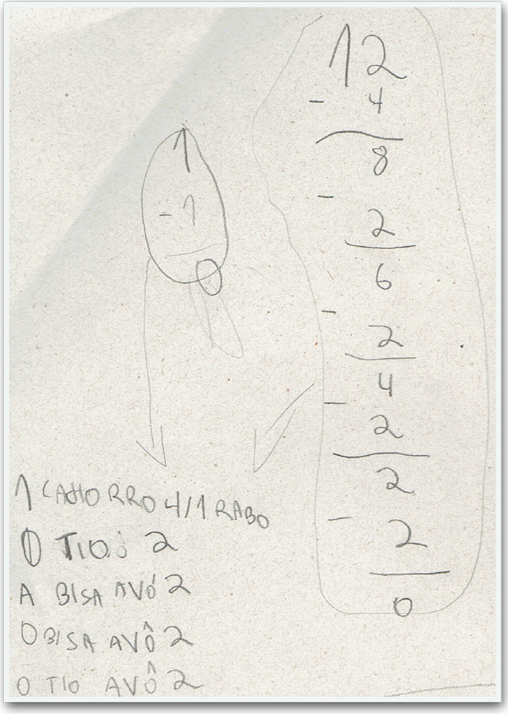
Para ajudar essa criança se dar conta dos seus erros, sem desvalorizar tudo o que conseguiu fazer para encontrar uma resposta, sugere-se promover uma discussão com a classe toda sobre os registros que ela fez. Isso pode acontecer da seguinte forma:

- pedir à criança que mostre aos(às) colegas seus registros;
- solicitar que explique como pensou;
- perguntar às demais crianças se compreenderam como a colega pensou;
- encorajá-las a lhe fazerem perguntas caso não tenham entendido a explicação, ou caso não concordem com a solução apresentada;
- perguntar se alguém usou o mesmo tipo de raciocínio mostrado;
- perguntar se alguém resolveu de um jeito diferente e/ou chegou a uma resposta diferente.

Na mesma turma, outra criança, resolve o problema de uma forma bem diferente, usando apenas números e efetuando repetidas subtrações (imagem na próxima página).

---

[1] Além de contar erroneamente apenas 2 pés para o gato, ela desconsiderou que o vovô era uma das pessoas da casa, portanto a resposta correta de acordo com a sua linha de pensamento seria 3 pessoas e um gato.



Fonte: Acervo da autora, 2018

De acordo com a sua explicação, ela primeiro pensou num animal (por causa do rabo) e imaginou que poderia ser um cachorro. Como eram 12 pés na casa, tirou os pés do cachorro (4) do total de pés (12). Depois foi subtraindo sempre 2 até zerar o número de pés. Cada número 2 que subtraía indicava - segundo ela - uma pessoa. Ao final concluiu se tratarem de 4 pessoas e um cachorro.

Quando a professora lhe perguntou se alguma dessas pessoas não deveria ser o próprio vovô, ela se deu conta de que sim e conclui que **com o vovô poderiam morar mais três pessoas e um cachorro** (embora ela não tenha mudado o seu registro).

Os dois registros foram fotocopiados e apresentados para todas as crianças da sala, com algumas perguntas elaboradas no intuito de provocar uma reflexão sobre as estratégias de solução usadas, os procedimentos aplicados e a validade de cada uma e sobre possíveis correções que os autores poderiam fazer.

A solução não era conhecida a priori pelas crianças e os registros que fizeram não tinham como função comunicar o procedimento a ser usado. Tais registros foram produzidos como um apoio ao raciocínio das crianças, sendo assim constitutivos do pensamento. Trata-se de um tipo de registro que tem muito sentido para a criança e, por meio dele, é possível que outras crianças da classe pensem sobre diferentes possibilidades para se resolver um mesmo problema.

Ao resolver um problema sem o conhecimento formal dos conteúdos matemáticos envolvidos, a criança está trabalhando com aquilo que é explicitado pelo psicólogo francês Gerard Vergnaud (2017) como **forma operatória** do conhecimento:

> Expressamos nossos conhecimentos tanto pelo que dizemos (forma predicativa) como **através do que fazemos em situação** (forma operatória). Na verdade, a forma operatória é muito mais rica que a predicativa, o que é manifesto pela defasagem entre o que o sujeito é capaz de fazer frente a uma situação e o quanto ele é capaz de falar a respeito. (VERGNAUD, 2017, p. 19 - grifo nosso).

É necessário levar em conta que as crianças são capazes de colocar em ação conhecimentos sobre os quais ainda não são capazes de verbalizar. Sem essa compreensão, continuaremos insistindo em trabalhar com a forma predicativa do conhecimento, ou seja, com a sua formalização, em detrimento da forma operatória.

Nesse material, parte-se do pressuposto que as crianças aprendem Matemática resolvendo problemas dos mais variados tipos e apresentados das mais variadas formas. Valoriza-se essencialmente a fase operatória do conhecimento, ou seja, aquilo que a criança é capaz de fazer em situação. É a partir desse **fazer** que podemos ajudar nossos(as) estudantes a tornarem-se conscientes dos conhecimentos que já construíram e a avançarem compreendendo **o que fazem, como fazem e porque o fazem.**

3.4 A IMPORTÂNCIA DO CÁLCULO MENTAL NOS ANOS INICIAIS

O que você entende por **cálculo mental?** Que importância atribui a esse tipo de cálculo para a aprendizagem de Matemática nos anos iniciais?

Para muitos de nós, professores(as), calcular mentalmente é o mesmo que “armar uma conta na cabeça" e efetuá-la sem a utilização de lápis e papel. Além disso, esse tipo de cálculo está geralmente associado à rapidez e é visto como uma habilidade reservada para alguns poucos privilegiados que têm uma facilidade natural com os números.

Devido ao lugar que ocupa nesse material, considera-se essencial explicitar o que se entende por cálculo mental (que é bem diferente do exposto no parágrafo anterior), bem como apresentar as razões pelas quais esse tipo de cálculo é tão valorizado nessa proposta didática.

Ao contrário do que acontece em grande parte das escolas, não há aqui uma oposição entre **cálculo mental e cálculo escrito**. Diferencia-se sim o **cálculo mental, do cálculo automático** - aquele realizado por meio de um algoritmo convencional.

Entende-se como algoritmo um conjunto de regras para obtenção de um determinado resultado. Tais regras devem ser executados através de um conjunto finito de passos, sempre na mesma ordem, os quais são descritos com tamanha precisão que poderiam ser executados por máquinas.

É habitual que as crianças tenham suas primeiras experiências com cálculo já por meio dos algoritmos que são usualmente denominados - por elas e por seus(suas) professores(as) - como "contas armadas".

Ao contrário dos algoritmos, o cálculo mental é pensado, refletido e não automático. Ele pode ser definido como:

> o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apóiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escritas numéricas, assim como diferentes relações entre os números. (PARRA, 1996, p. 189).

Ressalta-se, portanto, que o cálculo mental deva se constituir num objeto de aprendizagem na escola, bem **como um importante recurso por meio do qual nossas crianças podem realizar aprendizagens fundamentais no âmbito dos números e das operações.** Em outras palavras, concebe-se que operar com os números - especialmente por meio do cálculo mental - é necessário para que as crianças compreendam o nosso sistema de numeração decimal.

Em vez de ensinar as regras do nosso sistema de numeração (agrupamentos; valor posicional; ordens e classes dos números) para que depois a criança utilize tais regras para efetuar cálculos, você pode **desafiar os(as) estudantes a inventarem seus próprios procedimentos de cálculo antes que lhes sejam ensinadas as regras específicas do sistema de numeração.**

É fato que as crianças elaboram procedimentos de cálculo muito interessantes e, conforme apontado pelas pesquisadoras argentinas Délia Lerner e Patricia Sadovsky, há uma relação recíproca entre esses procedimentos e o conhecimento que as crianças vão elaborando acerca do sistema de numeração:

> [...] por um lado os procedimentos das crianças colocam em ação - além das propriedades das operações - o que elas sabem do sistema e, por outro lado, a explicação desses procedimentos, permite avançar

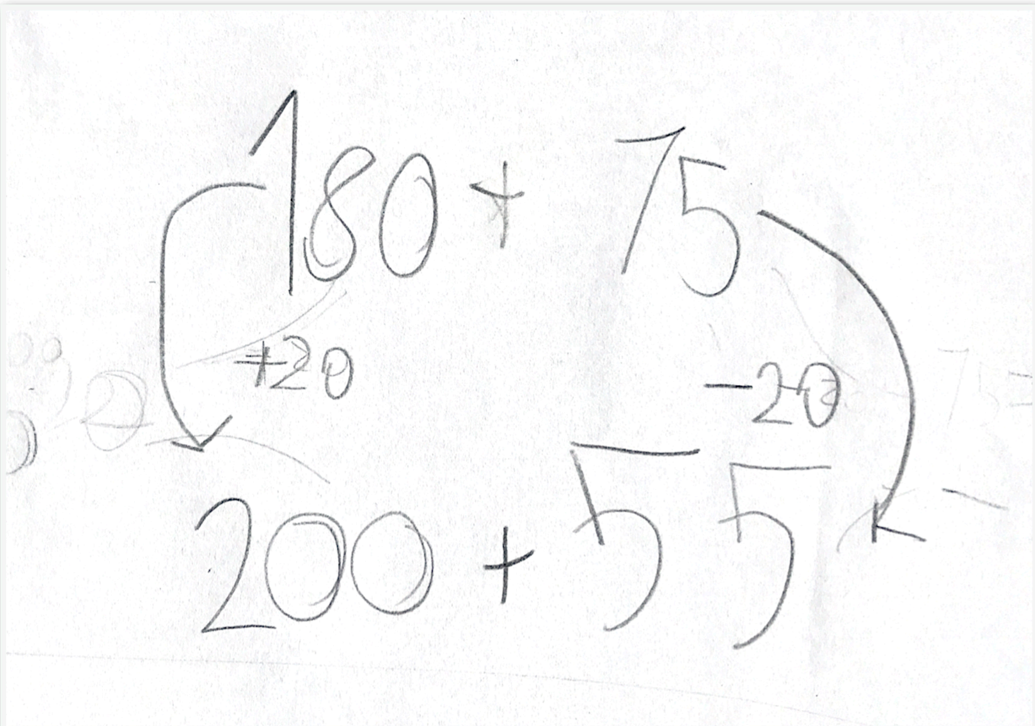
> para uma maior compreensão da organização decimal. (LERNER, D. SADOVSKY, P., 1996, p. 141).

Quando não ensinamos as crianças a calcularem por meio dos algoritmos convencionais, mas incentivamos a elaboração de procedimentos pessoais de cálculo, elas costumam decompor os números e operar primeiro com as suas ordens mais elevadas. Veja, no quadro a seguir, a verbalização feita por uma criança acerca dos procedimentos usados para somar **25** com **18:**

> Primeiro... a gente tira o cinco e fica 20... daí mais 10... fica 30. Daí a gente bota 35 e mais 5... daí fica... é... 40. Daí sobrou 3, daí fica 43.

Não é a ausência de registro, nesse caso, que define o cálculo como sendo mental, mas o fato de ter sido efetuado sem o uso de um algoritmo. No cálculo mental os procedimentos usados não são sempre os mesmos para uma mesma operação aritmética. Com outros números, é possível que a criança mobilize outro conjunto de procedimentos, conforme sejam mais significativos para ela.

Na figura a seguir, temos os registros feitos pela mesma criança, para somar **180** com **75**:



Fonte: Acervo da autora, 2022

Questionada sobre os números registrados (200 e 55), ela explica o seguinte:

Criança: Eu sabia que 180 mais 20 dava 200... então eu escrevi aqui para não esquecer... (aponta o número 200, registrado no papel) daí era só colocar mais 55 que deu 255.

Professora: Por que você colocou mais 55?

Criança: É porque tinha que colocar 75 né? Daí eu já tinha colocado 20... daí então faltava mais 55.

Note que desta vez ela usa tanto o arredondamento quanto a decomposição e essa decomposição não separa as dezenas das unidades (70 + 5) como havia feito anteriormente, mas a quantidade que falta aos cento e oitenta para completar duzentos do restante do número (ou seja, 20 + 55). O cálculo é claramente mental, ainda que faça o registro dos resultados parciais.

Outra consideração importante é a de que o cálculo mental não deve ser associado ao cálculo rápido. O cálculo mental é um cálculo pensado, não automatizado e, portanto, até que se adquira fluência em sua realização, ele pode ser mais demorado do que o cálculo automatizado (aquele realizado por meio de um algoritmo convencional). A rapidez não deve ser considerada como um valor em si, mas a compreensão das relações envolvidas é que deve ser a prioridade.

Conforme apontado pela pesquisadora argentina Cecília Parra, cujos estudos fundamentam nossa compreensão acerca do cálculo mental, as aprendizagens nesse terreno influem na capacidade de resolver problemas, aumentam o conhecimento no campo numérico e habilitam para uma maneira de construção de conhecimento que pode favorecer uma melhor relação dos(as) estudantes com a Matemática. Além disso, a autora defende que o cálculo mental (ou cálculo pensado) deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo automático, alegando que o primeiro é uma via de acesso para a compreensão e construção de algoritmos.

A elaboração de estratégias pessoais de cálculo desenvolve a autoconfiança e permite aos(às) estudantes manter um controle maior das etapas do processo, de modo que se tornem capazes de julgar a validade dos resultados encontrados. Já a utilização dos algoritmos convencionais ocorre, muitas vezes, de forma mecânica, pela mera repetição dos procedimentos mostrados pelo(a) professor(a) e podem, quando apresentados precocemente, prejudicar o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático das crianças[2].

Os algoritmos convencionais foram desenvolvidos para que as pessoas pudessem realizar cálculos de forma automática, sem gastar muito tempo pensando sobre o processo empregado. Funcionavam como calculadoras. Eles também são o fruto de uma evolução histórica, cujas etapas de elaboração se assemelham às estratégias de cálculo elaboradas pelas crianças.[3] Na escola, os algoritmos convencionais, que deveriam aparecer como o último passo de um processo de evolução de procedimentos, são ensinados aos(às) estudantes desde os primeiros anos, com total preponderância sobre o cálculo mental.

Em estudo sobre as dificuldades que estudantes de sexto e sétimo anos apresentam com a divisão, Irma Saiz (1996) ressalta o papel do cálculo mental como ferramenta de controle para os resultados obtidos por meio dos algoritmos clássicos. De acordo com a referida autora, quando o cálculo mental não é trabalhado e os algoritmos clássicos são instituídos "no caso de fracasso na sua utilização, os estudantes não podem apoiar-se em procedimentos mais primitivos porque se produziu um 'curto circuito' entre suas próprias representações e procedimentos e o algoritmo padronizado" (p. 182).

Quando optamos por não apresentar os algoritmos convencionais às crianças, no início da escolaridade, estamos privilegiando o desenvolvimento do raciocínio lógico, incentivando-as a formular estratégias e procedimentos de cálculo pessoais que as tornam muito mais aptas a resolver problemas com autonomia.

Mais do que isso, estamos reconhecendo que as crianças não são todas iguais, que elas pensam de forma diferente e que isso é muito bom. Queremos valorizar essa diversidade, queremos que elas aprendam umas com as outras, que percebam que há diferentes formas de se resolver um mesmo cálculo e que podemos sempre ver as coisas sob um ponto de vista diferente.

Quando a escola ensina os algoritmos logo no início da escolaridade, acaba formatando o pensamento das crianças, pois em vez de valorizar as diferentes formas de se pensar, promove a uniformização.

---

[2] Sugere-se o vídeo "Calcular: é possível sem os algoritmos convencionais?" do Canal Numeraliza. Você pode acessá-lo através do seguinte link: https://youtu.be/t66WVCXwYgM.

[3] Ver, por exemplo, os estudos realizados por Constance Kamii, uma das colaboradoras de Piaget, que seguiu sempre fazendo forte oposição ao ensino dos algoritmos nos anos iniciais.

Lembre-se de que os algoritmos foram desenvolvidos para que pudéssemos realizar cálculos de forma automática, sem precisar pensar. E pensar demanda energia, é difícil. Se você entrega precocemente a uma criança um mecanismo que lhe permite economizar energia, que lhe garante o sucesso sem muito esforço, dificilmente ela vai desenvolver outros meios de realizar cálculos, não é mesmo? A não ser que a criança já tenha um interesse especial ou seja muito estimulada em relação aos números, mas, mesmo nesse caso, a escola pouco irá contribuir para ampliar essa capacidade.

Para concluir, destaca-se que não se trata de uma crítica aos algoritmos em si, mas que se trata de uma invenção indiscutivelmente genial. A crítica que se faz aqui é à precocidade com a qual eles são ensinados na escola e de uma forma que acaba tratando as crianças como máquinas que são programadas para dar respostas corretas. Na escola não queremos formar crianças-robôs, queremos, ao contrário, formar cidadãos pensantes.

BLOCO 4

ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

INTRODUÇÃO

Ensinar Matemática pode ser uma tarefa muito desafiadora, sobretudo para quem não tem formação específica nessa área. Esse é o caso da grande maioria dos(as) professores(as) que atuam nos anos iniciais, cuja formação superior ocorreu - em geral - no curso de Pedagogia.

É evidente que há exceções, mas entre estudantes de Pedagogia, a Matemática não costuma ser uma disciplina muito popular. Há, inclusive, aqueles que admitem ter escolhido o referido curso para, entre outros motivos, fugir da Matemática. Isso porque suas experiências como estudantes na escola básica se constituíram - via de regra - em memorizar e aplicar regras e fórmulas para as quais não eram capazes de atribuir nenhum sentido.

Pense um pouco sobre a Matemática em sua época de estudante: Como era o ensino dessa disciplina na escola? Que lembranças você tem dessas aulas? Você se sentia capaz de aprender? Via sentido nas atividades e exercícios que realizava? Você desenvolveu, ao longo da escolaridade, uma boa relação com essa área do conhecimento?

Nossas primeiras experiências escolares podem ter sido decisivas para a construção da autoimagem que temos até hoje, tanto em relação a essa disciplina quanto à nossa própria capacidade de aprender.

Memorização da tabuada (sem compreensão), longas listas de exercícios, dificuldades com a operação de dividir, com as frações e, mais tarde, com as equações. Medo de errar, dificuldade para entender as explicações dos(as) professores(as), castigo e frustração são lembranças recorrentes para muitos de nós e que nos levaram a crer que aprender Matemática era um privilégio reservado para poucos.

Pensar sobre nossa própria formação em Matemática na escola é muito importante, uma vez que essa pode ser a principal referência quando a ensinamos na escola hoje. Acabamos repetindo, com nossos(as) estudantes, muitas das práticas que vivenciamos quando crianças, porque através delas construímos nossas crenças e teorias a respeito de como as crianças aprendem e de como se deve ensinar Matemática.

Há professores(as) que, ao longo do seu percurso de formação docente (inicial e/ou continuada) já tiveram oportunidades de refletir sobre isso e construir novas bases para fundamentar sua prática pedagógica. Dispomos, atualmente, de uma vasta produção na área de Educação Matemática que nos ajuda a compreender como as crianças aprendem conceitos matemáticos específicos, quais obstáculos enfrentam nesse processo e que tipo de mediação é mais propícia para promover aprendizagens. Infelizmente, o acesso a essa produção ainda é muito restrito em nosso país.

Para ensinar Matemática, é imprescindível **compreender como as crianças aprendem Matemática.** É necessário romper com o senso comum, ou seja, com aquelas ideias que povoam o imaginário das pessoas, que são passadas de geração em geração e que acabam sendo aceitas por nós como verdades inquestionáveis. Elas são muitas e determinam grande parte das práticas que desenvolvemos na escola, embora sigam na contramão do conhecimento científico.

Nesse último bloco são abordados os principais mitos sobre o ensino e aprendizagem de Matemática. Há, também, um texto complementar com os pressupostos de ensino e aprendizagem sobre os quais fundamentamos as propostas didáticas desse material.

4.1 ALGUNS MITOS SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Entre as muitas ideias e crenças que podemos identificar na raiz de práticas de ensino de Matemática nos anos iniciais, destacam-se os seguintes:

- aprender vem antes do fazer;
- a aprendizagem sempre acontece do simples para o complexo;
- quanto mais folhas de exercício, mais aprendizagem;
- Matemática nos anos iniciais só se aprende com material dito concreto.

Esses mitos, pelo grau de aceitação em nossa sociedade - incluindo a escola - acabam por fundamentar nossas práticas educativas, sem que estejamos sequer conscientes acerca do quanto eles nos influenciam. Identificá-los e pensar sobre eles parece-nos essencial para rever posições e construir uma nova forma de atuar em sala de aula quando trabalhamos com a Matemática.

4.1.1 É preciso primeiro saber para depois fazer?

Definitivamente, não! Essa ideia, que separa os tempos do aprender e do fazer, tem - até hoje - uma influência muito forte no ensino escolar: primeiro a **explicação,** depois os **exemplos** e, finalmente, os **exercícios de fixação.**

Ensinar, nessa perspectiva, consiste em explicar bem os conceitos e usar bons exemplos. Cabe à criança colocar em prática o que lhe foi ensinado. Primeiro "aprendem" as respostas, depois lhe são feitas as perguntas. Primeiro ensinamos a solução para depois apresentar o que chamamos de problemas.

Esse foi - possivelmente - o modelo de educação escolar vivenciado por muitos(as) de nós professores(as). Portanto, parece muito óbvio que **antes de fazer** a criança **precise saber** e, que esse saber só poderá se concretizar mediante uma transmissão, uma boa comunicação didática.

Se pensarmos nas inúmeras aprendizagens que realizamos fora da escola, veremos que os tempos de aprender e de fazer não estão separados. Como aprendemos a falar? **Falando!** Como aprendemos a andar? **Andando!** Entretanto, em ambas as situações as aprendizagens foram realizadas em um longo período de tempo, constituindo-se, assim, em um processo no qual o erro esteve sempre presente e desempenhou um papel muito importante.

Não existe aprendizagem a priori, pois esta se dá como processo, à medida que enfrentamos desafios que nos obrigam a modificar nossos esquemas de ação (e de compreensão). **Fazer é condição essencial para aprender!** Nosso ponto de vista evidencia-se nas palavras de Meirieu (1998), para quem **aprender é sempre questão de fazer uma coisa que não se sabe fazer para aprender a fazê-la.**

Não há como uma criança primeiro aprender, por exemplo, o que são os números, para que servem ou como são representados, para só depois passar a utilizá-los. O conhecimento a respeito dos números só será construído na medida em que a criança utiliza-os efetivamente em situações plenas de sentido para ela.

A separação entre os tempos do aprender e do fazer revela uma pretensão de racionalizar[1] o ensino, no sentido de encurtar o caminho para o êxito, eliminando o erro do processo de aprendizagem. Acaba-se assim - como bem sabemos - treinando as crianças para dar respostas certas.

4.1.2 As crianças aprendem do simples para o complexo?

Parece-nos muito lógico o pressuposto de que a aprendizagem se dá do simples para o complexo, que se aprende primeiro o que é mais fácil para depois poder aprender o que é mais difícil. De acordo com essa lógica, os objetos de conhecimento podem ser decompostos em pequenas unidades mais simples e

[1] Utiliza-se esse termo aqui no sentido do trabalho (fordismo e taylorismo), no qual pretende-se alcançar o resultado de maneira mais breve, menos dispendiosa e mais rentável possível.

apresentadas em partes às crianças, evitando assim dificuldades próprias de uma situação complexa.

Pense na alfabetização, por exemplo. Por meio dela, queremos que as crianças se apropriem da língua escrita, um conhecimento bastante complexo, não é mesmo? E qual seria a unidade mais simples da escrita? A letra!

Nos métodos tradicionais de alfabetização, apresenta-se às crianças primeiro as letras, depois as sílabas, frases e finalmente os textos - nessa ordem. Os textos acabavam por se constituir em um amontoado de frases, de conteúdo totalmente artificial e desprovidos de sentido para a criança. Trata-se na verdade, não de um texto, mas de um pretexto para apresentar a família silábica estudada, como no exemplo a seguir:

O boi baba. A baba do boi é boa. O boi baba no bebê.

Esse tipo de texto não existe em outro lugar, senão na escola, dentro das cartilhas.

Ainda que se considere verdadeiro esse pressuposto de aprendizagem, haverá um problema a resolver: **como determinar o que é da ordem do simples e o que é da ordem do complexo no processo da aprendizagem?**

Do ponto de vista da própria língua, a letra pode ser considerada como a unidade mais simples da escrita, mas será que isso é válido do ponto de vista de quem aprende? Nesse caso, a letra isolada pode ser algo muito mais complexo do que uma palavra (ou mesmo um texto), uma vez que ela carece de sentido e significado para a criança - da mesma forma que o texto artificial das cartilhas.

Como em nosso cotidiano os saberes não se fragmentam dessa forma, os métodos de ensino que partem desse pressuposto acabam por desconsiderar o contexto de vida das crianças, as situações reais nas quais ela interage com os saberes em questão. São métodos muito artificiais com uma ênfase exacerbada na forma, em detrimento do conteúdo.

Essa concepção, entretanto, há muito vem sendo questionada por pesquisadores interessados em descobrir a gênese do conhecimento no ser humano. Na década de 80, os estudos realizados por Emilia Ferreiro e Ana Teberosky (1999), apoiadas na Teoria de Jean Piaget, mostraram que a criança não se apropria da língua escrita de maneira fragmentada como proposto nos métodos de alfabetização silábicos. As referidas pesquisadoras apontaram a importância das interações da criança com o universo da língua escrita (que é um importante objeto cultural em nossa sociedade), mostrando as hipóteses que levantam sobre o seu significado, muito antes de receber qualquer tipo de instrução escolar específica. Tais hipóteses só são formuladas mediante a interação com a língua em sua utilização social, ou seja, não fragmentada.

No caso da Matemática, a fragmentação do saber gera métodos que também não levam em conta os conhecimentos que as crianças constroem em suas interações com o meio. É o caso do trabalho com números, por exemplo. Muitas crianças, desde a Educação Infantil, demonstram especial interesse por números "grandes", números com muitos algarismos, como mencionamos no bloco 2 deste caderno. A escola, contudo, pode limitar esse trabalho, considerando que por não ter recebido, ainda, instrução formal a respeito das ordens e classes dos números, a criança não será capaz de lidar com eles.

Assim o trabalho com os números é, em geral, realizado de forma bastante fragmentada, com recortes específicos da sequência numérica para cada ano curricular.

Em um extenso estudo sobre a compreensão do Sistema de Numeração Decimal por crianças em idade pré-escolar, as pesquisadoras argentinas Délia Lerner e Patricia Sadovsky (1996), constataram que as crianças elaboram critérios próprios para produzir representações numéricas e que a construção da notação convencional não segue a ordem da sequência (numérica), ainda que ela desempenhe um papel importante nessa construção. Isso ocorre porque, fora da escola, as crianças convivem com os números e estes não se apresentam em partes e nem sempre são usados para quantificar.

Ao recusar a premissa de que a criança aprende do simples para o complexo, estamos também sinalizando para a ideia de que os conceitos não são aprendidos de forma isolada (ou fragmentada). Conforme apontado pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud, autor da Teoria dos Campos Conceituais, nós não aprendemos item por item, mas mergulhados em um conjunto de conceitos. Os conhecimentos matemáticos com os quais trabalhamos nos anos iniciais estão fortemente interconectados e só podem ser de fato compreendidos, em uma teia de relações da qual fazem parte.

A aprendizagem começa por um mergulho no caos e não pela ordem da organização linear. Tomemos como exemplo a aprendizagem da fala, que ocorre por volta dos dois anos de idade.

O falar não é, de forma alguma, resultado de uma aprendizagem controlada por um método linear. A criança está mergulhada no mundo da fala desde antes de nascer. Ela ouve as pessoas que a cercam falando. Ela também ouve a fala na TV, no rádio, no computador, no celular. A mãe, o pai e/ou o(a) responsável dessa criança (bem como outras pessoas que exerçam interação com a mesma) falam com ela e também, falam por ela, assumindo - inclusive - aquele tom de voz que atribuímos carinhosamente aos bebês. Falam ainda entre si, em diferentes tons de voz, conforme as emoções envolvidas nas conversas. Por vezes as crianças têm pessoas que leem ou contam histórias dos mais variados tipos e com as mais variadas entonações de voz. Também há aquelas que cantam para elas ou simplesmente perto delas.

Os bebês ouvem, interagem com a língua falada, e mesmo sem compreender totalmente o conteúdo das conversas, das histórias, das canções, das discussões ou das brincadeiras, estão mergulhados nesse mundo da oralidade e aos poucos começam a perceber que há diferentes funções, intenções e emoções na linguagem. Há também diferentes reações das pessoas às suas próprias tentativas de se expressar por meio da fala. Eles percebem - inclusive - que podem provocar reações de riso e êxtase nos outros por meio da sua própria fala.

E assim os bebês se põem a falar!

Começam com palavras que lhe são mais significativas ou que provocam nos outros reações mais prazerosas para eles mesmos. Falam errado e, mesmo assim, recebem manifestações de carinho e admiração por suas tentativas. O bebê aprende a falar porque deseja se comunicar, mas também porque sente prazer no efeito que sua fala produz no outro. Além disso, ao falar sente-se parte ainda mais integrada desse grupo que se relaciona essencialmente por meio da linguagem falada.

É necessário rompermos com esse mito do controle da aprendizagem das crianças por meio de um método linear de ensino. Para aprender é preciso mergulhar no caos, como pontuado por Carlos Calvo Muñoz (2012), filósofo e professor de antropologia e sociologia educacional no Chile:

> Igual a uma descoberta científica, a educação informal é resultado de um processo profundamente caótico, onde o homem procura uma ordem causal, lógica, passando do caos à ordem alternadamente. Mas essa aprendizagem nasce da pergunta no caos, não de uma resposta

> numa ordem. (Trecho da Entrevista de Muñoz no documentário La Educación Prohibida - Arquivos Abiertos[2]).

A característica essencial das propostas didáticas deste material se constitui em apresentar às crianças muitas situações complexas por meio das quais elas poderão mergulhar em diferentes conjuntos de conceitos. Quando mencionamos situações complexas, estamos nos referindo a Atividades Didáticas por meio das quais as crianças podem ser efetivamente afetadas. Situações que têm a capacidade de despertar o desejo pelo conhecimento, de fazer com que se coloquem em um movimento sem o qual a aprendizagem não ocorrerá, uma vez que ninguém pode aprender pelo outro.

4.1.3 Crianças que fazem mais atividades no papel aprendem mais?

Não necessariamente. O excesso de atividades no papel pode, inclusive, dificultar a aprendizagem dos(as) estudantes, sobretudo quando essas atividades visam treinar aquilo que lhes foi apresentado ou explicado anteriormente pelo(a) professor(a). Isso porque o que se espera dos(as) estudantes, nesse caso, é a resposta correta. Essa resposta é tida como prova de que a criança aprendeu.

Vemos aí a separação entre os tempos do aprender e o do fazer, conforme já tratado no item 2.1. O que está implícito nessa crença é a ideia de que a aprendizagem acontece mediante a explicação do outro. Aprendo porque outro me explicou, me mostrou como se faz. Então se eu fiz direito, dei a resposta correta, é porque eu aprendi. Se não fiz direito, então o outro me corrige e assim eu vou aprender.

Respostas corretas nem sempre são indícios de aprendizagem ou demonstram uma competência adquirida. Nesse contexto, a que estamos nos referindo quando falamos em competências? É função da escola promover o desenvolvimento de competências?

No dicionário comum, a palavra competência é definida como a soma de conhecimentos ou habilidades. Nesse material, entretanto, utilizou-se o termo competência com um sentido diferente, que aponta para o aspecto essencial da **mobilização** de conhecimentos e habilidades, ou seja, a ideia de competência está mais ligada **ao que o indivíduo é capaz de fazer a partir do que possui**. Assim,

quando se fala em competência, não se refere à performance, mas a algo muito mais complexo como a capacidade de fazer escolhas, decidir, mobilizar recursos e agir (MACEDO, 2005).

[2] Disponível em https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/cedoc/detalhe/lep-archivos-abiertos-06-entrevista-com-carlos-calvo-munoz,523536ee-2d93-4746-a681-cea4c414a38f

Convém destacar que, no âmbito educacional, as competências não podem ser consideradas segundo a atribuição que lhes é dada no âmbito profissional, onde são frequentemente relacionadas ao desempenho, à eficácia (ainda que envolvam saberes). As aprendizagens no exercício de um ofício podem ocorrer basicamente no plano da ação, do fazer, uma vez que visam um resultado específico, de caráter mais imediato.

Na escola, as competências devem ser concebidas **para além do saber-fazer**. Assim, a ideia de competência integra-se à de ação, mas essa ação visa mais a compreensão do que a eficácia. Sobre esta questão, Denyer et al. (2007) esclarecem:

> É possível realizar uma ação e até ser bem sucedido, sem aprender nada. Entretanto, alguém competente não é alguém que triunfa, mas alguém que sabe como e porque triunfa, alguém que dispõe da inteligência de sua ação e que, portanto, pode aproveitá-la, segundo as necessidades e as circunstâncias. Isso é bem diferente do "repetidor", capaz somente de aplicar receitas, do ousado [aquele que se arrisca sem medo] ou, inclusive, do "esforçado". Em uma ou em cem palavras, quem diz "competência", não diz só **eficácia da ação**, mas também **compreensão** de sua eficácia, podendo estendê-la a outras situações. (DENYER et al., 2007, p. 107, tradução nossa, grifo dos autores).

É comum, como professores(as), nos preocuparmos com aquelas crianças que não têm um bom desempenho nas atividades propostas, que não "acertam as contas", que não respondem corretamente aos exercícios. Você já parou para pensar que entre aqueles que se saem bem nas atividades, que respondem corretamente aos exercícios, grande parte pode não ter de fato aprendido os conteúdos trabalhados?

Usar folhas e mais folhas de atividades pressupõe a ideia de que a aprendizagem é decorrente do treino, que fazer muitas vezes alguma coisa (que já foi ensinada) é o que leva alguém a aprender.

Precisamos romper com esse mito. As crianças aprendem pensando sobre os objetos de conhecimento. E elas pensam sobre esses objetos somente quando estão interessadas por eles.

As crianças aprendem muito quando conversam sobre ideias matemáticas, quando são incentivadas a concordar ou discordar entre si, apresentando argumentos em defesa de suas ideias. Assim - e conforme já exemplificado no bloco 2 deste caderno - podemos organizar uma boa aula de Matemática em torno de conversas matemáticas que podem ser provocadas pela leitura de um texto, pela análise de um procedimento de cálculo elaborado por uma criança (sendo esse correto ou não), por uma estratégia usada por alguém durante um jogo, pela forma incorreta de se registrar um determinado número, pela análise das diferentes estratégias usadas na turma para resolver um mesmo problema etc.

As crianças aprendem também enquanto jogam, enquanto estão empenhadas em desenvolver procedimentos pessoais para efetuar um determinado cálculo; enquanto resolvem problemas, quando são incentivadas a pensar e a discutir sobre a sua própria forma de pensar, trocando pontos de vista com o(a) professor(a) e os(as) colegas.

4.1.4. Sem "material concreto" as crianças não aprendem Matemática?

Em primeiro lugar, precisamos entender que a Matemática é produto da inteligência humana e um construto cultural. Ela não é concreta, ou seja, ela não existe como algo concreto na realidade. **Somos nós, seres humanos, por meio da nossa inteligência, que matematizamos a realidade.**

Falamos muito sobre o quanto a Matemática está presente em nosso dia a dia, mas ela não está ali como um ente da realidade. É, na verdade, fruto das relações e abstrações que realizamos (em nossa mente). Assim, nenhum material será capaz de tornar a Matemática concreta (pelo menos no sentido físico).

De todos os mitos apresentados aqui, talvez esse refere-se àquele, cujo questionamento cause mais resistência entre professores(as) dos anos iniciais, afinal aprendemos que a criança com a qual trabalhamos nesta etapa da escolaridade está na fase das "operações concretas", não é mesmo?

Usamos palitos, tampinhas, materiais de base 10, quadro valor de lugar, entre outros, e com isso acreditamos que a Matemática fica concreta para nossos(as) estudantes. Se a criança usa palitos de picolé ou tampinhas porque pode vê-los e pegá-los, não poderia fazer o mesmo com os dedos? E quando os dedos não são suficientes, por que não deixamos as crianças inventarem outros meios para suprir essa falta?

É justamente quando "inventa" esses meios que a criança está aprendendo!

O concreto, no processo de aprendizagem da criança, diz respeito mais com aquilo que ela é capaz de imaginar, construir como imagem mental, do que com aquilo que ela pode manipular fisicamente. Se você perguntar a uma criança de 4 ou 5 anos - de forma direta - quanto é 5 menos 3, dificilmente ela conseguirá te responder. Mas, experimente perguntar da seguinte forma: eu tinha 5 bolachinhas no meu prato, aí eu comi 3 delas. Depois de comer, ainda ficaram 5 bolachinhas no prato? Por quê?

Ainda que a criança não consiga antecipar o número de bolachinhas restantes, a maior parte delas será capaz de antecipar que esse número diminuiu, já que depois de ter comido algumas, você ficou com menos bolachas. Tudo isso sem visualizar ou manipular as bolachinhas fisicamente. Na segunda situação, os números em questão se referem a objetos concretos da realidade da criança. Ela será capaz de atribuir um significado para esses números para então operar com eles, podendo, inclusive, usar os próprios dedos para representá-los e apresentar uma resposta numérica.

Na escola, os materiais ditos concretos são, em geral, usados para **materializar uma ideia matemática.** Acredita-se, por exemplo, que o Material Dourado faz com que a criança visualize as unidades, as dezenas e centenas. Acontece que esse é um material que não tem relação nenhuma com a realidade das crianças, não faz parte da sua vida e, portanto, as próprias crianças não conseguem atribuir sentido para ele. Além disso, unidades, dezenas e centenas são ideias, são formulações humanas e não entes da realidade.

Pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco realizaram, na década de 80, um belíssimo estudo sobre o uso da Matemática em situações de trabalho informal realizado por crianças e adolescentes repetentes, consideradas incapazes de aprender Matemática na escola. Eles destacam que no enfrentamento dos problemas da vida cotidiana, esses(as) estudantes não dispunham de materiais físicos para manipular. O que eles tinham eram situações-problema concretas e plenas de significado que precisavam ser resolvidas para garantir o seu sustento. O que faziam para resolver os problemas era, de acordo com os autores, uma lógico-matematização da realidade.

Sobre o Material Dourado, os pesquisadores apresentam uma importante reflexão:

> [...] apesar de ser formado por objetos, pode ser considerado como um conjunto de objetos abstratos, **porque esses objetos existem apenas na escola, para finalidade de ensino, e não tem qualquer conexão com o mundo da criança.** Uma representação material pode ser mais concreta no sentido de ter mais relação com a realidade representada, ou mais abstrata, por ter menos relações com a realidade representada - esse grau de abstração não dependendo da possibilidade que temos de **ver ou pegar** a representação, **mas da sua relação com o que está sendo representado.** Quando o material concreto não representa uma situação cotidiana conhecida da criança, quando ele não tem relação com a vida da criança, esse material pode, de fato, ser considerado uma representação material abstrata de princípios matemáticos. (CARRAHER; CARRAHER & SCHLIEMANN, 1995, p. 180, grifo nosso).

Os mesmos autores apontam para a contribuição do uso do dinheiro para a construção dos significados essenciais do nosso sistema de numeração. O dinheiro tem relevância social e faz parte da nossa vida fora da escola.

Nesse sentido, a manipulação de materiais pelas crianças só contribui para a aprendizagem quando esses são usados para provocar o pensamento, para problematizar e desencadear a atividade mental. É nessa perspectiva que as SD's propostas utilizam diferentes materiais manipuláveis.

4.2. TEXTO COMPLEMENTAR

Finaliza-se esse caderno, apresentando um texto que propõe um aprofundamento teórico acerca dos conceitos de aprendizagem e de ensino. Nossa intenção é a de oferecer um suporte importante para a realização de estudos e ações de formação continuada nos Núcleos Regionais de Educação, nos municípios e nas escolas públicas do Paraná.

Esse texto foi adaptado da pesquisa realizada em sala de aula de uma escola da rede municipal de Curitiba, pela autora desse material.[3] No contexto dessa pesquisa, o texto visava explicitar as concepções de ensino e de aprendizagem que sustentavam a intervenção pedagógica realizada pela pesquisadora. Embora o texto a seguir se constitua em uma continuidade do que já foi tratado anteriormente neste caderno, é possível perceber uma mudança no tipo de linguagem usada que é mais acadêmica.

Destaca-se, contudo, que a leitura será de grande valia para todos(as) que desejam aprofundar sua compreensão acerca de **como as crianças podem aprender Matemática**. Ressalta-se, ainda, que todos os conceitos abordados a seguir já foram, de alguma forma, tratados nos blocos anteriores deste caderno, de modo mais informal e fortemente ligado às vivências escolares.

Pretende-se, com esse texto, contribuir de forma significativa para a formação continuada do corpo docente e de toda equipe pedagógica que compõem as redes municipais de educação do nosso estado.

4.2.1 Ensinar e aprender: uma relação de interdependência

Conforme apontado por Macedo (2005), durante muito tempo a escola tratou as relações professor-aluno e ensinar-aprender de forma independente e dissociada.

[3] STAREPRAVO, A. R. A multiplicação na Escola Fundamental 1: análise de uma proposta de ensino. Tese (Doutorado em Educação). USP, 2010. Orientador: Lino de Macedo.

Nesse sentido, **o ensino era visto como problema do(a) professor(a) e a aprendizagem como um problema do(a) estudante.** Esse era um traço característico de uma escola que se organizava segundo a lógica da exclusão em favor da qual contava com um recurso poderoso: **a reprovação**.

Hoje, entretanto, vivemos no Brasil um cenário bastante diferente, marcado pelo direito que os estudantes receberam de cursar a escola básica sem a ameaça da reprovação - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996). Vale ressaltar que se a referida lei favorece o desenvolvimento de uma escola que se pretende para todos, que se estrutura segundo a lógica da inclusão - e acreditamos que realmente faz isso - o sucesso dessa escola não pode ser determinado por decreto.

Tratar o ensino e a aprendizagem, na escola, em uma relação de interdependência é condição necessária - ainda que não suficiente - para que a promoção contínua não se constitua hoje em um pseudo-sucesso, correspondente ao pseudo-fracasso de ontem. Quando afirmamos que ensinar e aprender são atividades indissociáveis e complementares, significa que as vemos como partes de um mesmo todo, que se complementam uma na outra. Nesse sentido, as habilidades de ensino, que outrora giravam em torno de um domínio incontestável do conteúdo, acompanhado de uma boa capacidade de comunicação (para expor a matéria) e do domínio da classe (em termos de disciplina), tornaram-se mais complexas.

Assumir que ensinar é uma atividade que só se completa na aprendizagem do(a) estudante, implica em tornar o(a) professor(a) co-responsável pela aprendizagem, o que requer dele(a) uma reconstrução de suas habilidades de ensino ou, conforme apontado por Meirieu (1998), a reconstrução de sua própria identidade, como um(a) **profissional da aprendizagem.**

4.2.2 Pressupostos de aprendizagem

A seguir, são apresentados seis pressupostos básicos que sintetizam a concepção de aprendizagem[4] sob a qual se sustenta a proposta desse material e que apontam, também, para a definição de alguns princípios de ensino que nortearam a elaboração das Sequências Didáticas dos Cadernos de Atividades.

Vale ressaltar que, embora tais pressupostos sejam apresentados em uma sequência linear, essa opção se deve às limitações próprias do âmbito no qual discorre-se sobre eles, que é o de um texto escrito. Essa sequência não implica uma ordem entre eles

[4] Os pressupostos foram elaborados com base na publicação do *Institut National de Recherche Pédagogique* (INRP) - (ERMEL, 1991).

nem qualquer tipo de hierarquia, sendo que todos têm igual relevância e estão diretamente ligados uns aos outros.

Aprender não é o mesmo que acumular informações, mas, ao contrário, requer um processo de construção de conhecimento por meio de integração, modificação, transformação e (re)elaboração.

Aprender não é o mesmo que memorizar ou repetir procedimentos ensinados pelo(a) professor(a), mas é o resultado de um processo de apropriação do conhecimento pelo sujeito na sua interação com o meio. Charnay (1996), explica que esse processo ocorre por meio de desequilíbrios e reequilibrações:

> Os conhecimentos não se empilham, não se acumulam, mas passam de estados de equilíbrio a estados de desequilíbrios, no transcurso dos quais os conhecimentos anteriores são questionados. Uma nova fase de equilíbrio corresponde então a uma fase de reorganização dos conhecimentos, em que os novos saberes são integrados ao saber antigo, às vezes modificados. (CHARNAY, 1996, p. 43).

Nesse sentido, aquilo que o(a) estudante já sabe tem uma influência muito grande em seu processo de aprendizagem, os erros que comete não podem ser vistos como ausência de conhecimento e sim como uma forma própria de conhecer da **criança.** Sobre isso, Piaget deixou um grande legado, cuja ideia central pode ser encontrada na citação a seguir:

> Um erro revelador de uma verdadeira pesquisa é frequentemente mais útil que uma verdade simplesmente repetida, porque o método adquirido durante a pesquisa permitirá corrigir a falta inicial e constitui um verdadeiro progresso intelectual, ao passo que a verdade meramente reproduzida pode ser esquecida e a repetição é em si mesma desprovida de valor. De maneira geral, a aquisição dos métodos de trabalho é mais importante para o futuro do estudante do que a aquisição de muitos conhecimentos particulares. Foi por isso que nossos colaboradores insistiram, com razão, mais nesse aspecto do problema do que no perigo dos erros momentâneos dos alunos. (PIAGET, 1998b, p. 150).

Quando aprender é confundido com memorizar, conhecimentos são também confundidos com informações. Estas últimas são efêmeras, podem servir a um propósito imediato - que na escola se traduz em exames ou provas - mas acabam por ser esquecidas, perdidas. E essa perda, segundo Piaget, não ocorre por acaso, mas porque se constitui em algo recebido de fora e apenas gravado na memória, sem emergir de uma atividade real do sujeito, do seu esforço sistemático de assimilação. Nesse sentido, a solidez do conhecimento está relacionada à atividade que o sujeito empreende em sua construção.

> Aprender exige ação por parte de quem aprende.

As ações destacadas aqui, são ações interiorizadas, ou seja, **operações mentais.**, Conceber que não se aprende na passividade implica em **colocar o pensamento das crianças em ação.** No contexto escolar, essa ação é frequentemente confundida com a manipulação de materiais, levando a uma concepção equivocada de escola ativa como uma escola que valoriza a manipulação, mais do que essa ação mental à qual Piaget se referia:

> [...] acabou-se por compreender que uma escola ativa não é necessariamente uma escola de trabalhos manuais e que, em certos níveis a atividade da criança implica uma manipulação de objetos e mesmo um certo nível de tateios materiais, por exemplo, na medida em que as noções lógico-matemáticas elementares são tiradas não desses objetos, mas das ações dos sujeitos e de suas coordenações, noutros níveis a atividade mais autêntica de pesquisa pode manifestar-se no plano da reflexão, da abstração mais avançada e de manipulações verbais, posto que sejam espontâneas e não impostas com o risco de permanecerem parcialmente incompreendidas. (PIAGET, 1970, p. 68).

Conforme apontado por Spinillo e Magina (2004), os(as) professores(as) dos anos iniciais defendem a manipulação de materiais ditos concretos, como se a aprendizagem de Matemática dependesse diretamente da possibilidade de tornar os conhecimentos fisicamente manipuláveis. Assim, a ação dos(as) estudantes, em sala de aula, acaba se reduzindo a uma experiência de caráter físico. Ao conhecimento lógico-matemático, aquele que se processa na mente de cada um(a), na esfera das abstrações reflexionantes, atribui-se um papel secundário.

Um exemplo pode ser verificado na utilização do Material Dourado para ensinar os algoritmos convencionais das operações aritméticas. Muitos(as) professores(as), com o intuito de favorecer a ação dos(as) estudantes nas aulas de Matemática e a compreensão dos processos envolvidos nessas operações, recorrem a esse material. O que acontece, entretanto, é que ele acaba servindo apenas para visualizar os procedimentos já ensinados anteriormente, como por exemplo aqueles verbalizados em expressões como "vai um" ou "empresta um". **Nesse sentido, a ação do(a)**

estudante acaba por ser mesmo um trabalho manual com vistas à constatação de um procedimento ensinado.

Muito além de uma ação guiada, por vezes proposta na escola por meio da manipulação de materiais diversos, é necessário que o(a) estudante seja capaz de elaborar estratégias e procedimentos que lhe permitam antecipar uma ação ainda não realizada, pois isso é uma característica da atividade matemática. Não se trata de abolir o uso de materiais manipuláveis, mas de usá-los para desencadear uma verdadeira atividade por parte dos(as) estudantes.

A aprendizagem está diretamente relacionada com a superação de um obstáculo, ou seja, só há aprendizagem quando o novo conhecimento é reconhecido pelo estudante como um meio de responder a uma pergunta.

As linhas anteriores descrevem a importância da resolução de problemas como um recurso de aprendizagem em Matemática. De acordo com Gálvez (1996), **os(as) estudantes só podem construir o sentido para as noções matemáticas quando as desvendam, inicialmente, como ferramentas para resolver problemas.** É claro que esse pressuposto não se aplica apenas à aprendizagem de Matemática, uma vez que a própria história do desenvolvimento humano é fortemente marcada pelo enfrentamento de situações-problemas. A sobrevivência de nossa espécie é resultado da capacidade de superar os desafios apresentados pelo ambiente, num processo permanente de adaptação ou, em outras palavras: “viver sempre foi uma situação-problema.” (MACEDO, 2002, p. 113).

Conforme apontado pelo referido autor, desde o nascimento somos expostos permanentemente ao enfrentamento de situações novas, que exigem mobilização de recursos, alteração de hábitos e atualização de esquemas. Macedo (2002) lembra que um recém-nascido, sendo mamífero, possui o poder de ordenhar, no entanto esse reflexo relaciona-se a uma mama da espécie e precisa adaptar-se às suas condições particulares.

No contexto escolar, uma situação-problema constitui “uma situação didática na qual se propõe ao sujeito uma tarefa que ele não pode realizar sem efetuar uma aprendizagem precisa. Essa aprendizagem, que constitui o verdadeiro objetivo da situação-problema se dá ao vencer o obstáculo na realização da tarefa.” (MEIRIEU, 1998, p. 192). Dessa forma, um problema se constitui em uma situação, cuja solução não é conhecida a priori por aquele que a enfrenta. Villa e Calejo (2006) destacam a finalidade educativa dos problemas matemáticos, usando o termo “problema” para:

> [...] designar uma situação, proposta com finalidade educativa, que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com uma conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova. (VILLA; CALEJO, 2006, p. 29).

Fica claro que as ações realizadas pelos(as) estudantes para resolver um problema não são do mesmo tipo daquelas necessárias à realização de exercícios, pois estes últimos servem para praticar, para treinar habilidades que já são de domínio do sujeito. Já o problema exige análise da situação, elaboração, escolhas, estabelecimento de relações, avaliação dos resultados obtidos em função dos objetivos almejados, ou seja, regulações.

Entretanto, o que se vê com frequência é uma redução da atividade de resolução de problemas a um treinamento por meio de exercícios de aplicação. As noções matemáticas são apresentadas por meio de definições, explicações e exemplos seguidos de exercícios de fixação que são praticados pelo(a) estudante repetindo-se procedimentos e técnicas ensinadas pelo(a) professor(a). Nesse sentido, **aquilo que deveria ser aprendido como ferramenta, acaba por se constituir, de forma precoce, no próprio objeto de estudo.**

Uma aprendizagem resulta na aquisição de um conhecimento que pode ser utilizado em diferentes contextos.

Em outras palavras, podemos dizer que **o conhecimento só é pleno para o sujeito se este for capaz de utilizá-lo em situações diferentes daquela na qual se originou.**

Muitos(as) professores(as) já perceberam que mediante uma mudança na forma de se propor um problema ou uma questão matemática, os(as) estudantes ficam imobilizados, alegando não saber como resolvê-lo(a) ainda que conheçam um algoritmo que poderia levá-los(as) a uma solução. Conforme mencionado anteriormente, as noções matemáticas que deveriam ser desvendadas pelos(as) estudantes como ferramentas para solucionar problemas, são muitas vezes ensinadas de forma descontextualizada, com ênfase sobre técnicas e procedimentos.

Decorre daí, que muitos(as) estudantes conhecem algoritmos e fórmulas matemáticas, mas só conseguem reconhecer a necessidade de sua utilização em situações muito próximas àquelas usadas pelo(a) professor(a) para exemplificar sua utilização.

Sobre essa questão, Brousseau (1996) esclarece que enquanto na esfera científica a Matemática apresenta explicações gerais, desvinculadas do contexto específico de produção de um dado conhecimento, na escola um conhecimento matemático deve ser construído por meio de situações que lhe dêem sentido, ou seja, ligados a contextos específicos. No entanto, é preciso que esse conhecimento se desvincule da situação que lhe deu origem para que se transforme em saber, aplicável a outras situações. Dessa forma, o saber que foi re-contextualizado precisa ser re-descontextualizado para tornar-se um conhecimento cultural reutilizável.

Nesse sentido, se os modelos matemáticos, as fórmulas e os algoritmos não devem ser colocados no plano inicial da aprendizagem, isso não significa que devam ser eliminados das aulas de Matemática. **É necessário compreender que o algoritmo convencional não constitui ponto de partida, mas de chegada, sendo o último passo de um processo de evolução de procedimentos.**

Inicialmente, as crianças devem elaborar seus próprios procedimentos, ou seja, empreender suas ações com finalidades específicas, ligadas a contextos específicos, sendo que a construção do conhecimento está diretamente ligada a uma Matemática prática, cujas noções estudadas podem ser aplicadas em situações do cotidiano. Quando o(a) estudante se apropria de noções matemáticas em situações de uso, ele(a) atribui sentido ao objeto de conhecimento, ou seja, nesse contexto **prevalece uma Matemática prática.**

Contudo, vale ressaltar que não podemos reduzir a Matemática escolar ao seu valor utilitário, uma vez que a construção de significação de um conhecimento deve ser considerada em dois níveis, conforme mencionado por Charnay (1996): um **externo**, que se refere ao campo de utilização desse conhecimento e aos limites desse campo; e outro **interno**, relativo ao funcionamento de uma ferramenta, ou seja, da compreensão sobre como e porque tal ferramenta funciona.

Segundo Pais (2006), restringir a Matemática escolar ao plano da utilidade imediata se constitui em uma visão tão equivocada quanto a de priorizar uma abordagem teórica e abstrata, uma vez que tal restrição não poderia de fato contribuir para a formação intelectual do(a) estudante. O autor argumenta:

> As operações envolvidas em uma aplicação utilitária do saber são realizadas sem a necessidade de justificar as fórmulas empregadas. Os valores utilitários caracterizam-se por esse uso imediato. Quando os

> conteúdos são aplicados para resolver tais problemas, não é necessário justificar o raciocínio implícito. São valores que dizem respeito ao cotidiano, por isso sua importância é mais perceptível, diante dos resultados imediatos. Embora haja, no senso comum, uma tendência de realçar a importância prática da matemática, a função educativa da escola não deve se resumir a essa visão pragmática. (PAIS, 2006, p. 20).

Na teoria de Piaget (1978), essa questão pode ser tratada no âmbito dos dois sistemas cognitivos que orientam a ação: o **fazer e o compreender**. O primeiro estaria mais ligado a essa questão da Matemática prática, utilitária, da mobilização de estratégias e aplicação de procedimentos com vistas à obtenção de um resultado. Esse sistema é o da execução e, por isso, está relacionado a um contexto específico. Já o segundo, relaciona-se ao como e ao porquê do funcionamento das estratégias e dos procedimentos empregados, operando assim no plano da razão, do sentido. Macedo explica que esse sistema coordena o que é da ordem do geral, daquilo que se aplica não apenas a um contexto específico, mas a um conjunto de situações. O autor lembra ainda que os dois sistemas são solidários: “fazemos na medida em que compreendemos e compreendemos na medida em que fazemos.” (MACEDO, 1994, p. 74).

Dessa forma, **aprender Matemática implica em fazer e em compreender** e, nesse processo, deve-se evitar uma visão puramente pragmática, uma vez que a função formativa desse componente curricular, como destacado por Pais (2006), resulta de um entrelaçamento entre os seus valores utilitários, científicos e estéticos.

Embora aprender se constitua como uma atividade pessoal, ela se beneficia das interações sociais.

Em uma análise sobre os métodos transmissivos de ensino, Piaget (1998b) se refere ao pressuposto básico sobre o qual tais métodos se assentavam: a noção de que a estrutura mental de uma criança era idêntica à de um adulto, carecendo apenas de mais conteúdos e exercícios. Na perspectiva transmissiva, a relação social fundamental na escola se dava entre professor(a) e estudante, sendo o(a) primeiro(a) encarregado de transmitir ao(à) segundo(a) os conhecimentos acumulados historicamente e treinar seu intelecto na perspectiva do(a) adulto(a). A interação entre os(as) próprios(as) estudantes não era necessária, pelo contrário, era vista como fator de distração e perda do foco no que era essencial.

O autor menciona três observações fundamentais que mostram a insuficiência de uma educação pautada na relação professor(a)-estudante tal qual se configura em um modelo de educação transmissivo, ou seja, de obediência e de submissão intelectual.

A primeira refere-se à dificuldade sentida pelos(as) professores(as) de se fazer compreender pelos(as) estudantes, o que se explica pelo fato de que a criança, ao contrário do que se supunha, se constitui em um ser ativo que procura compreender o mundo que a cerca.

A segunda observação diz respeito ao pensamento pré-formal, que está pouco formado na criança e precisa ser desenvolvido, uma vez que ela não possui a priori a disciplina experimental e dedutiva. O verbalismo pode servir para repassar informações, mas não ajuda a desenvolver tal disciplina.

A terceira observação é de que a razão necessita de um elemento social de cooperação: "[...] resta que a evolução da razão depende estreitamente dos fatores sociais e que as contribuições hereditárias ou adquiridas não bastam por si só para conduzir as inteligências individuais ao nível racional." (PIAGET, 1998b, p. 140).

De acordo com a concepção piagetiana, a educação escolar deve privilegiar interações sociais baseadas na cooperação e não na coerção. A cooperação seria a base do respeito mútuo, pois quando ele é unilateral, ou seja, somente do(a) estudante para o(a) professor(a), este último exerce uma coerção intelectual sobre o primeiro. Nesse sentido, o(a) estudante aceita como verdade tudo que é dito pelo(a) professor(a). Segundo Piaget (1998a), a cooperação entre os indivíduos leva a uma crítica mútua e a uma objetividade progressiva, ambos fundamentais para o desenvolvimento intelectual:

> Pensar em função dos outros é, portanto, substituir o egocentrismo do ponto de vista próprio e os absolutos ilusórios da coerção verbal por um método de estabelecimento de relações verdadeiras, que garante não apenas a compreensão recíproca, mas também a constituição da própria razão. A esse respeito, o produto essencial da cooperação não é outro senão a «lógica das relações», esse instrumento de ligação que permite à criança libertar-se simultaneamente das ilusões de perspectiva mantidas pelo egocentrismo e das noções verbais devidas à autoridade adulta mal compreendida. (PIAGET, 1998a, p. 119).

Nas aulas de Matemática, as interações sociais baseadas na cooperação podem ocorrer quando os(as) estudantes trabalham juntos(as) na solução de um problema, quando comparam seus procedimentos de solução, quando discutem sobre diferentes estratégias de solução. Da mesma forma, elas ocorrem entre professor(a) e estudante quando o(a) primeiro(a) não procura impor verdades às crianças, mas valoriza o diálogo, a problematização. Quando um(a) professor(a) simplesmente responde às perguntas, quando julga as atividades feitas pelas crianças em termos de certo ou errado, pouco contribui para o desenvolvimento intelectual, pois para aprender é necessário confrontar suas ideias com as de outros, trocar pontos de vista, se descentrar do seu próprio pensamento.

Quando um(a) estudante explica para os(as) colegas ou para o(a) professor(a) como pensou para resolver um problema, ele(a) tematiza seus conhecimentos e tem oportunidade de pensar sobre sua própria forma de aprender, ele(a) precisa objetivar aquilo que é pessoal, portanto subjetivo. **Em outras palavras, ele(a) passa a operar não mais no plano da ação, mas da reflexão.** Nesse sentido, e conforme o exposto, vemos que as interações sociais não apenas favorecem a aprendizagem, mas se constituem em condição necessária para sua ocorrência.

Aprendizagem é um processo que se realiza a longo prazo.

Aprendemos interagindo e confrontando-nos com um objeto de conhecimento em diferentes contextos, fazendo novas leituras dos mesmos objetos. Como a aprendizagem depende da ação do sujeito aprendente, ela não ocorre em função de lições específicas ou seguindo as etapas predeterminadas, de acordo com a linearidade de alguns métodos de ensino influenciados por uma visão cartesiana do conhecimento.

Pode-se afirmar que, de certa forma, esse pressuposto sintetiza o que foi explicitado nos demais e isso pode ser justificado no excerto a seguir, retirado de um texto no qual o filósofo Philippe Meirieu defende que para aprender **não é possível passar da ignorância ao saber sem superar obstáculos** e que a aprendizagem dos objetos de conhecimento curriculares depende, em grande parte, da compreensão dos(as) professores(as) acerca da precariedade dos conhecimentos construídos na escola:

> O professor quase não leva em conta que cada sucesso obtido, deverá um dia, ser ultrapassado, retrabalhado, reorganizado. Acredita poder instalar de uma só vez o sujeito em aquisições rigorosas e definitivas: mas não é nada disso, e é preciso que ele aceite que o que pode ser absolutamente necessário para o progresso de um aluno é, muitas vezes, de uma extrema precariedade. Confundem-se, com muita frequência, o necessário e o definitivo, o inútil e o precário: ora, talvez seja útil ensinar aos alunos do curso elementar (segundo e terceiro anos do ensino primário na França) que o sujeito faz a ação na frase, mas essa representação cria obstáculo para a compreensão da voz

> passiva, será necessário então derrubá-la e substituí-la por uma outra mais adaptada... E esse progresso evidentemente nunca termina, constitui a própria trama do progresso intelectual. (MEIRIEU, 1998, p. 59, grifo nosso).

A aprendizagem se realiza a longo prazo porque não se constitui em um processo de acumulação, porque a cada obstáculo superado, novos desafios se colocam, porque o sujeito que interage com um objeto de conhecimento hoje, já não é o mesmo que o fez ontem e da mesma forma não o será amanhã. A aprendizagem nos transforma, nos modifica, nos dota de novas ferramentas para continuar aprendendo.

Assim, aprender também é recomeçar, voltar atrás, repetir. Essa repetição não é aquela destituída de significado, mas uma repetição com compreensão do que se faz e do porquê se faz, que visa o aperfeiçoamento de certas habilidades e até mesmo a automatização de um certo repertório de respostas. A memorização é importante quando libera a memória imediata e permite estabelecer novas relações. Os resultados presentes na tábua da multiplicação, por exemplo, quando memorizados ajudam na realização de estimativas, na resolução de problemas e na realização de cálculos envolvendo números de magnitude mais alta. Para isso, entretanto, a memorização não pode ser visada como objetivo primeiro, mas adquirida pelo uso frequente, pela necessidade de focar a atenção em aspectos mais complexos da atividade.

A repetição, quando tem sentido para o sujeito, é importante e geralmente procede de uma relação afetiva com o objeto em questão. O termo usado na língua inglesa para aquilo que se conhece de cor - *by heart* - traduz exatamente esta relação, que se manifesta, por exemplo, quando decoramos uma poesia ou determinada letra de música, como se fosse um procedimento mais do coração do que da mente. Nesse sentido é como se repetíssemos para conhecer não apenas intelectualmente, mas também por meio do coração.

4.2.3 Princípios de ensino

A partir dos pressupostos sobre a aprendizagem anteriormente expostos, destacam-se alguns princípios de ensino. Assim como os pressupostos anteriormente apresentados, tais princípios são complementares entre si e a organização linear usada nesse texto não implica em qualquer diferença de status entre eles.

Ensinar não é o mesmo que preencher a mente dos(as) estudantes com verdades científicas, pois não se trata de uma doutrinação.

Partindo do pressuposto que aprender não é o mesmo que repetir, é necessário se desvencilhar de qualquer influência de uma visão empirista de conhecimento e compreender que a criança traz consigo uma gama de conhecimentos construídos em sua interação com o meio, os quais, ainda que instáveis, provisórios e mesmo incorretos do ponto de vista da lógica do adulto, se constituem no ponto de partida para a construção do saber matemático.

Para ensinar deve-se levar em conta que os conhecimentos não se amontoam, não são acumulados em uma espécie de pirâmide na qual a base seria constituída por elementos mais simples, em um encadeamento progressivo aos mais complexos. Dessa forma, ensinar não é uma atividade que se caracteriza pela apresentação do conhecimento por partes bem definidas, nessa sequência de complexidade crescente, uma vez que aquilo que é considerado simples no contexto de uma análise do próprio saber, pode ser considerado complexo em outro contexto, como por exemplo, aquele da aprendizagem do(a) estudante.

Para exemplificar, recorre-se mais uma vez à questão do ensino dos algoritmos convencionais na escola: segundo a lógica do saber em questão, operar com os números em colunas, começando pelas ordens menos elevadas (da direita para a esquerda) é uma simplificação do cálculo, uma vez que não precisamos operar com os números como um todo, mas em partes. Do ponto de vista de uma criança em processo de aprendizagem, isso representa uma complexidade maior, visto que se trata de um procedimento da ordem do geral, de um saber descontextualizado e portanto, exige um nível de abstração que é, muitas vezes, ainda inacessível à ela.

Se os algoritmos são ensinados precocemente, as crianças passam a executá-los sem compreender os procedimentos envolvidos e, por isso, não são capazes de julgar a sua validade. Podem obter resultados corretos, mas não sabem justificá-los. Nessa perspectiva, o ensino se aproxima de uma doutrinação, como pode ser inferido da citação a seguir:

> Ensinando regras prontas e usando prêmios e punições, embora de forma amena, as escolas, sem se darem conta, estão ensinando o conformismo, a obediência cega e a dependência dos adultos. Por volta da 4ª série, se perguntarmos às crianças quais os passos que elas seguiram numa divisão pelo processo longo, todas elas dirão: "Eu não sei por quê (eu obtive este número), mas o professor me disse para fazer assim." (KAMII; LIVINGSTON, 1995, p. 98).

Quando não se pretende doutrinar, é necessário fazer emergir os conhecimentos dos(as) estudantes, suas hipóteses, suas representações, sua maneira própria de conceber um objeto do conhecimento. Assim, ensinar consiste em oferecer oportunidades às crianças de estabelecer relações entre o que já sabe e o novo, de modificar seus conhecimentos, reelaborando-os em um processo contínuo, consiste ainda em propor situações que possibilitem uma evolução desses procedimentos, de suas representações, de seus modelos explicativos. Uma vez que a aprendizagem exige ação por parte de quem aprende, então o(a) **professor(a) pode ajudar o(a) estudante, mas jamais pode aprender por ele(a).**

Um bom ensino é aquele que coloca o pensamento do(a) estudante em ação.

Para colocar o pensamento dos(as) estudantes em ação, é necessário que o enfoque do ensino incida sobre as suas descobertas, e não sobre a fala do(a) professor(a). Com o objetivo de caracterizar a função educacional do construtivismo, Macedo (1994) contrapõe a visão construtivista a uma visão não-construtivista do conhecimento, destacando que enquanto a primeira valoriza as ações, na qualidade de operações do sujeito que aprende, visões não-construtivistas valorizam a transmissão e por isso têm na linguagem o seu instrumento por excelência.

A linguagem é, sem dúvida, um instrumento essencial para a prática docente. É por meio dela que se estabelece a relação professor(a)-estudante-saber, cuja própria configuração é estreitamente influenciada pelo lugar que a linguagem ocupa nesta relação: quando a escola é vista como espaço de transmissão de conhecimentos, a linguagem tem o papel mais importante. A palavra transmissão é usada aqui em seu sentido de passar de um lugar a outro, de um possuidor a outro (que não possui). Nesta perspectiva, há um saber considerado socialmente relevante que precisa ser transmitido pela escola. O(a) professor(a), que possui este saber, serve-se da linguagem para apresentá-lo às crianças, que supostamente não o possuem e nem dispõem de outros meios para alcançá-lo.

Entretanto, a escola pode ser vista de outra forma, para além de um espaço de transmissão, como espaço de construção do conhecimento, assumindo então uma perspectiva na qual o papel mais importante é o das ações dos sujeitos, as quais, "organizadas enquanto esquemas de assimilação, possibilitam classificar, estabelecer relações, na ausência das quais aquilo que, por exemplo, se fala ou escreve perde seu sentido." (MACEDO, 1994, p. 15).

Dessa forma, ao contrário do que dita o senso comum, **ensinar não é explicar a matéria e o(a) ótimo(a) professor(a) não é aquele(a) que tira todas as dúvidas**

dos(as) estudantes. Ensinar consiste em criar condições para que eles(as) próprios(as) formulem as explicações e as coloquem em prova, mas consiste também, e principalmente, em criar condições para que aprendam a fazer perguntas, para que desenvolvam um olhar inquisitivo para o mundo.

Quando estudantes aprendem a se fazer perguntas, a ação atinge sua plenitude no sentido que ela só se concretiza como algo espontâneo, oposto à coerção. Agir significa tomar iniciativa e imprimir movimento a alguma coisa e, nesse sentido, a aprendizagem se constitui nas respostas às perguntas que o(a) próprio(a) estudante faz a si. Fica claro então, que não se trata de uma ação física ou direcionada pelo(a) professor(a), mas de uma ação mental, impulsionada pelo desejo da descoberta. Não existe ação mental quando os(as) estudantes recebem informações prontas para aplicar em exercícios escolares. Já dizia Freinet (1973) que um(a) professor(a) que não domina técnicas ou não dispõe de materiais pode, ainda assim, obter resultados satisfatórios em sala de aula se souber coordenar, organizar os interesses das crianças, incentivar a descoberta e aguçar a curiosidade.

Assim, conforme apontado por Machado (2004), uma ação essencial do(a) professor(a) se constitui em mapear relevâncias, indicando caminhos e percursos a serem seguidos na ampliação das redes de significação dos(as) estudantes. Uma vez que seus interesses vão seguir diferentes sentidos e muitas descobertas poderão ser feitas, é necessário pontuar o que é mais relevante.

Ensinar é também problematizar e apresentar desafios genuínos aos(às) estudantes.

O(a) professor(a) pode desencadear a construção de conhecimento pelos(as) estudantes quando propõe bons problemas, pois estes colocam o pensamento em ação. Com base em Charnay (1996), apresentamos os elementos que caracterizam um bom problema:

- atividade deve ser reconhecida pelo(a) estudante como um problema;
- é necessário que o problema seja compreendido pelo(a) estudante de modo que seja capaz de antecipar a existência de uma resposta possível;
- a atividade deve ainda se constituir de tal forma que lhe permita usar seus conhecimentos anteriores para encontrar a solução, mas deve oferecer

resistência suficiente para que estes sejam questionados e reelaborados visando responder à situação;

- é preferível que a validação venha da própria situação e não do(a) professor(a).

Assim, fica claro que um problema, para ser fonte de uma nova aprendizagem, deve apresentar alguma dificuldade para a criança, de forma que se constitua em um desafio intelectual. Entretanto, é necessário dosar o grau de dificuldade para que o(a) estudante não desanime diante do problema, ou seja, ele(a) deve poder conectar seus conhecimentos com a questão apresentada, aproximando-se da solução. Em outras palavras, os problemas devem apresentar questões que possam ser assimiladas pelos esquemas de conhecimento do sujeito e gerar uma modificação nesses esquemas.

Para Freitas (1999), a resolução de problemas deve se constituir no eixo condutor de toda atividade educacional na área de Matemática, uma vez que “da mesma forma que é possível identificar um problema na gênese do desenvolvimento histórico das principais idéias matemáticas, o mesmo pode ocorrer no contexto educacional.” (FREITAS, 1999, p. 72).

O ensino de Matemática deve objetivar a aquisição, pelo(a) estudante, do hábito de propor problemas a si mesmo e de resolvê-los como forma de aprender. É nesse sentido que os problemas colocam o pensamento dos(as) estudantes em ação, conforme foi mencionado anteriormente e reforçado aqui através de um excerto retirado de uma obra de Encheverría e Pozo (1998), na qual os autores defendem que o(a) professor(a) deve ensinar guiando a atividade criadora e descobridora da criança:

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (ENCHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 14-15).

Para ensinar, é necessário organizar um conjunto de situações que permitam ao(à) estudante reutilizar, várias vezes, em diferentes contextos, os mesmos conhecimentos.

Esse princípio decorre da necessidade de re-descontextualização do saber, mencionada anteriormente. Conforme referência já feita à Brousseau (1996), no processo de construção do conhecimento pela criança, o mesmo deve estar vinculado à uma situação que lhe dê significado, mas é igualmente importante que, em uma etapa posterior, tal conhecimento possa ser generalizado, que possa ser desvinculado da situação na qual foi gerado para se aplicar a novas situações. Nesse sentido, é que o referido autor se refere à uma tensão na qual se situa a ação do(a) professor(a):

> Podem ser vistas aqui as duas partes, bastante contraditórias do papel do professor: fazer viver o conhecimento, fazê-lo ser produzido por parte dos alunos como resposta razoável a uma situação familiar e, ainda, transformar essa 'resposta razoável' em um 'fato cognitivo extraordinário', identificado, reconhecido a partir do exterior. Para o professor, é grande a tentação de pular estas duas fases e ensinar diretamente o saber como objeto cultural, evitando este duplo movimento. Neste caso, apresenta-se o saber e o aluno se apropria dele como puder. (BROUSSEAU, 1996, p. 48-49).

Para esse processo de re-descontextualização, o(a) estudante deve se tornar consciente dos mecanismos usados para obtenção de uma resposta, tanto daqueles que o conduziram a uma resposta correta, ou seja ao sucesso, quanto daqueles que resultaram em fracasso. Usar um mesmo conhecimento em diferentes contextos pode ajudar o(a) estudante a perceber invariantes, aquilo que permanece enquanto forma quando se modifica um conteúdo. **O ensino deve visar a superação da relação de oposição entre repetição e conscientização, tratando-os em uma perspectiva de complementaridade**.

Nesse sentido, é que o(a) professor(a) pode encontrar no jogo um recurso de grande auxílio à realização de sua tarefa de ensinar Matemática, uma vez que, conforme apontado por Macedo, Petty e Passos (2005), ele conjuga permanentemente novidade e repetição. **Ao mesmo tempo em que apresenta desafios novos, ele é pura repetição, no sentido de que os materiais e as regras são as mesmas, mas cada partida é também uma novidade, pois insere novas situações-problema.**

O jogo é, por natureza, uma atividade autotélica, ou seja, que não apresenta qualquer finalidade ou objetivo fora ou para além de si mesmo. Por conseguinte, é puramente lúdico, assim, os(as) estudantes precisam ter a oportunidade de jogar pelo simples prazer de jogar e, dessa forma, sua utilização na escola como ferramenta de ensino, pode parecer contraditória. Entretanto, as crianças podem se divertir jogando, envolvidas naquilo que Brousseau (2008) denomina como uma situação a-didática, enquanto o(a) professor(a) trabalha observando como os(as) estudantes jogam. Essa é uma excelente oportunidade para observar, por exemplo, como organizam suas ações e se são capazes de avaliar os seus resultados, quais conhecimentos mobilizam e a que tipo de estratégias recorrem, se planejam suas ações e se fazem antecipações.

O jogo, quando explorado no contexto escolar, não deve ser escolhido ao acaso, mas fazer parte de um projeto de ensino do(a) professor(a), que possui uma intencionalidade com essa atividade. Também é importante que o(a) professor(a) elabore problemas a partir de situações vivenciadas pelas crianças durante o jogo, para que tenham oportunidade de refletir sobre as ações empreendidas e sobre os conhecimentos mobilizados. Dessa forma, oferece oportunidade aos(às) estudantes de trabalhar no plano da reflexão sobre uma situação na qual trabalharam anteriormente no plano da ação.

Ensinar é promover o confronto de ideias, a discussão, a necessidade de objetivação do pensamento.

Quando o ensino é pautado em uma visão transmissiva do conhecimento, o(a) professor(a) ensina determinados procedimentos e os(as) estudantes os reproduzem, sendo que a validação dos resultados é feita sempre pelo(a) professor(a). É comum nas aulas de Matemática, que a correção de exercícios de cálculo e problemas de aplicação sejam feitas no quadro, no qual os(as) estudantes devem reproduzir a solução registrada no caderno.

O(a) professor(a) avalia uma solução apresentada em termos de certo ou errado. Se for considerada correta, os(as) demais estudantes, ao compará-la com a que registraram em seus próprios cadernos, agem da seguinte forma: não estando igual àquela validada pelo(a) professor(a), apagam-na e copiam a do colega, geralmente sem saber porque a sua solução estava incorreta e muito menos porque a outra estava correta. O mais importante é o resultado. Uma vez que os meios para atingi-los já foram ensinados, o(a) estudante é avaliado pela capacidade de reproduzi-los corretamente.

Quando o ensino se pauta em uma visão construtivista de conhecimento, o trabalho com problemas matemáticos não é precedido da apresentação dos seus possíveis processos de solução. Os(as) estudantes elaboram seus próprios procedimentos e, nesse sentido, quando o(a) professor(a) propõe uma situação-problema, não espera que todos o resolvam da mesma forma. Ao contrário, ele valoriza os diferentes meios de solução por saber que representam a forma como as crianças compreenderam as relações matemáticas envolvidas no problema. Assim, após resolverem, elas devem comparar os diferentes processos mobilizados para a sua solução.

Isso pode ser feito por meio de discussões coletivas orientadas pelo(a) professor(a). Nessas discussões, os(as) estudantes devem apresentar suas soluções, argumentando sobre sua validade. O(a) professor(a) também pode pedir que expliquem os motivos pelos quais um determinado procedimento - empregado por um(a) colega - levou ao sucesso ou ao fracasso na resolução de uma situação-problema. Além disso, comparando diferentes procedimentos, podem observar aqueles que são mais eficazes, mais econômicos (que se realizam de forma mais breve, em menos etapas). Explicar seus próprios procedimentos faz com que a criança reconstrua os processos mobilizados na solução, que faça uma objetivação do próprio pensamento, que pense na perspectiva do outro, daquele que a ouve. Explicar o procedimento usado por outrem exige descentrar-se do seu próprio pensamento para assumir a perspectiva do outro. Busca-se, dessa forma, superar a coerção do adulto por meio de uma relação de cooperação, e esta relação segundo Piaget (1998b):

> [...] não age apenas sobre a tomada de consciência do indivíduo e sobre seu senso de objetividade, mas culmina na constituição de toda uma estrutura normativa que sem dúvida coroa o funcionamento da inteligência individual, completando-a, contudo, no sentido da reciprocidade, única norma fundamental que conduz ao pensamento racional. Pode-se portanto dizer, a nosso ver, que a cooperação é efetivamente criadora, ou, o que dá na mesma, que ela constitui a condição indispensável para a constituição plena da razão. (PIAGET, 1998b, p. 144).

Nesse sentido também **é fundamental promover atividades em grupo, propor situações-problema para serem resolvidas conjuntamente.** Nessas situações a discussão não é feita a posteriori, mas durante o próprio processo de solução, sendo necessário coordenar diferentes pontos de vista para atingir um objetivo comum.

Ensinar é despertar no(a) estudante uma intenção de compreender o mundo por meio das ferramentas oferecidas pelos componentes curriculares.

Todo ensino pretende promover uma mudança de um estado para outro, uma vez que a aprendizagem consiste em um processo de transformação, de modificação do sujeito. Tal processo, como já mencionado, ocorre somente mediante a ação empreendida pelo sujeito que aprende e essa ação pode ser desencadeada pelo(a) professor(a), mas não induzida. Todo o processo de aprendizagem é, então, orientado e, ao mesmo tempo, sustentado por um objetivo a ser alcançado. É nesse sentido que Meirieu (1998) aponta para a **possibilidade de uma transmissão somente na medida em que um projeto de ensino encontra um projeto de aprendizagem:**

> É por isso que o ofício do professor requer essa dupla e incansável prospecção, por um lado, no que diz respeito aos sujeitos, às suas aquisições, suas capacidades, seus recursos, seus interesses, seus desejos, e, por outro lado, no que diz respeito aos saberes que devem ser incessantemente percorridos, inventariados para neles descobrir novas abordagens, novas riquezas, novas maneiras de apresentação. (MEIRIEU, 1998, p. 40).

A aprendizagem, de acordo com a perspectiva assumida aqui, não é algo que se possa fazer pelo outro, não se trata de receber conhecimentos ou de se passar de um estado ao outro como em um passe de mágica. Ela demanda esforço pessoal em direção aos objetivos almejados e, nesse sentido, ela é orientada por uma intencionalidade de quem aprende. Somente essa intenção pode sustentar o trabalho empreendido no processo de aprender. Por isso, o ensino deve promover o desenvolvimento de uma intenção, por parte do(a) estudante, de compreender o mundo agindo sobre ele, modificando-o ao mesmo tempo em que se modifica a si próprio. Deve-se desenvolver a intenção de encontrar respostas por meio das ferramentas oferecidas pelos componentes curriculares e experimentar o prazer da descoberta como fruto do trabalho e do esforço pessoal e das trocas com seus pares.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/70320/65.pdf. Acesso em: 25 fev. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 fev. 2022.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações Didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero.** 10ª ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I.(org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.

DENYER, M. et. al. **Las competencias en la educación.** Un balance. México: FCE, 2007.

DUHALDE, M. E.; CUBERES, M. T. G. **Encontros iniciais com a matemática:** contribuições à Educação Infantil. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ENCHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.) **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ERMEL - INRP. **À descoberta dos números:** contar, cantar e calcular. Porto: Edições Asa, 1991. 365p. (Coleção Perspectivas Actuais/Educação).

FERREIRO, E.; TEBEROSKY, A. **Psicogênese da língua escrita.** Edição Comemorativa dos 20 anos de publicação. Porto Alegre: Artes médicas Sul, 1999.

FREINET. C. **Pedagogia do bom senso.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Martim Fontes.

FREITAS, J. L. M. Situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. et al. **Educação matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 65-87. (Série Trilhas).

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996a. p. 26-35.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (org.) **Além da alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. 4ª ed. São Paulo: Ática, 2008. p. 257-282.

GROSSI, E. P. **Piaget e Vigostsky em Gérard Vergnaud:** teoria dos Campos Conceituais. Porto Alegre, GEEMPA, 2017. (Coleção Campos Conceituais).

GROSSI, E. P. **Democracia e Educação em Tempos de Caos.** Porto Alegre, GEEMPA, 2017. 85p. (Coleção Campos Conceituais).

GROSSI, E. P. **O que é aprender?** Iceberg da Conceitualização. Teoria dos Campos conceituais TCC. Porto Alegre, GEEMPA, 2017. (Coleção Campos Conceituais).

KAMII, C. **A criança e o número.** 22ª ed. Campinas: Papirus, 1996.

KAMII, C.; DEVRIES, R. **Jogos em Grupo na Educação Infantil:** implicações da teoria de Piaget. São Paulo: trajetória Cultural, 1991.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. 3ª ed. Campinas: Papirus, 1995.

KAMII, C.; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

MACEDO, L. **Ensaios construtivistas.** 4ª ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MACEDO, L. **Ensaios pedagógicos:** como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2005.

MACEDO, L. Situação-problema: forma e recurso de avaliação, desenvolvimento de competências e aprendizagem escolar. In: PERRENOUD, P. et. al. **As competências para ensinar no século XXI:** a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2002. p. 113-135.

MACEDO, L. Teoria da equilibração e jogo. In: ______. (org). **Jogos, psicologia e educação:** teoria e pesquisas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2009. p. 45-66. (Coleção psicologia e educação).

MACEDO, L. **4 cores, senha e dominó:** oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997. (Coleção psicologia e educação).

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema. Porto Alegre: Artmed, 2000.**

MACHADO, N. J. **Educação:** projetos e valores. 5ª ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2004. 153p. (Coleção ensaios transversais).

MACHADO, N. J. **Educação:** competência e qualidade. São Paulo: Escrituras Editora, 2009. (Coleção ensaios transversais).

MACHADO, S. D. A. et al. **Educação matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. 208p. (Série Trilhas).

MEIRIEU, P. **Aprender... Sim, mas como?** 7ª ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MEIRIEU, P. **O cotidiano da Escola e da sala de aula:** o fazer e o compreender. Porto Alegre: Artmed, 2005.

NUNES, T; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAIN, S. **Organismo, Corpo, Inteligência e Desejo:** instâncias da Aprendizagem. Transcrição de conferência proferida em Buenos Aires, 1988. Traduzido e publicado pelo Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação - GEEMPA.

PAIS, L. **Ensinar e aprender matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PANIZZA, M. et al. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais:** análises e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo da Rede Estadual Paranaense.** (Crep). Curitiba, PR: SEED/PR, 2019.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. **Educa juntos:** língua portuguesa. Curitiba: SEED – PR, 2019.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná:** princípios, direitos e orientações. Curitiba, PR: SEED/PR, 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná em Foco.** Curitiba, PR: SEED/PR, 2020.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

PARRA, C. M.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PIAGET, J. **Fazer e compreender.** São Paulo: Melhoramentos/EDUSP, 1978.

PIAGET, J. Observações psicológicas sobre o self-government. In: PARRAT, S.; TRYPHON, A. **Jean Piaget** - Sobre a Pedagogia - textos inéditos. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998a. p. 113-129.

PIAGET, J. Observações psicológicas sobre o trabalho em grupo. In: PARRAT, S.; TRYPHON, A. **Jean Piaget** - Sobre a Pedagogia - textos inéditos. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998b p. 137-151.

PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia.** Rio de Janeiro: Forense, 1970.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do número na criança.** Rio de Janeiro: Zahar. Brasília: INL. 2ª ed., 1975.

POZO, J. I. **Aquisição de conhecimento:** quando a carne se faz verbo. Porto Alegre: Artmed, 2004.

QUARANTA, M. E.; WOLMAN, S. Discussões nas aulas de matemática: o que, para que e como se discute. In: PANIZZA, M. et al. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais:** análises e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 111-142.

REY, B. **As competências transversais em questão.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

SAIZ, I. Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 156-185.

SALVADOR. Secretaria Municipal de Educação. **Nossa Rede:** Cadernos de Matemática. Salvador: Instituto Chapada de Educação e Pesquisa, 2016. (Coleção em 40 volumes).

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns 'mitos' sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino Fundamental. In: PAVANELLO, R. M. (org.) **Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental:** a pesquisa em sala de aula. São Paulo: Biblioteca do Educador matemático, 2004. (Coleção SBEM, vol. 2) p. 7-35.

STAREPRAVO, A. R. **A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças da 3a série do ensino fundamental.** 2001. 187f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná: Curitiba, 2001.

STAREPRAVO, A. R. **Matemática:** fazer e aprender. Curitiba: Aymará, 2008. (Coleção Matemática: fazer e aprender. 5 volumes).

STAREPRAVO, A. R. **Jogando com a matemática:** números e operações. Curitiba: Aymará, 2009. (Coleção Mundo das Ideias)

STAREPRAVO, A. R. **A multiplicação na Escola Fundamental 1:** análise de uma proposta de ensino. 2010. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo: São Paulo, 2010.

STAREPRAVO, A. R.; MORO, M. L. F. As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: Editora da UFPR, 2005. p. 107-143.

STAREPRAVO, A. R.; MACEDO, L. Contribuições do jogo ao ensino e aprendizagem de matemática: o caso da multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: BIANCHINI, L. G. B. (org.). **Psicopedagogia:** reflexões sobre família e escola. Curitiba: CRV, 2015. Capítulo 15: p. 207-226.

VASCONCELLOS, M. S. **A difusão das ideias de Piaget no Brasil.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996. (Coleção Psicologia e Educação).

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: RESH, R. e LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes.** New York: Academic Press, 1983. p. 127-74.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique, et la réalité:** problèmes de lénseigment des mathématiques à l'école élémentaire. 5e édition. Paris: Peter Lang, 1994.

VERGNAUD, G. **Theoretical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education.** ICME VI, Budapest, 1998. p. 2-21.

VERGNAUD, G. O que é aprender? Por que Teoria dos Campos Conceituais? In: GROSSI, E. P. **O que é aprender?** Iceberg da Conceitualização. Teoria dos Campos conceituais TCC. Porto Alegre, GEEMPA, 2017. (Coleção Campos Conceituais). p. 15-53.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola:** aqui e agora. 2ª ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Em cooperação

unesco

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
E DO ESPORTE